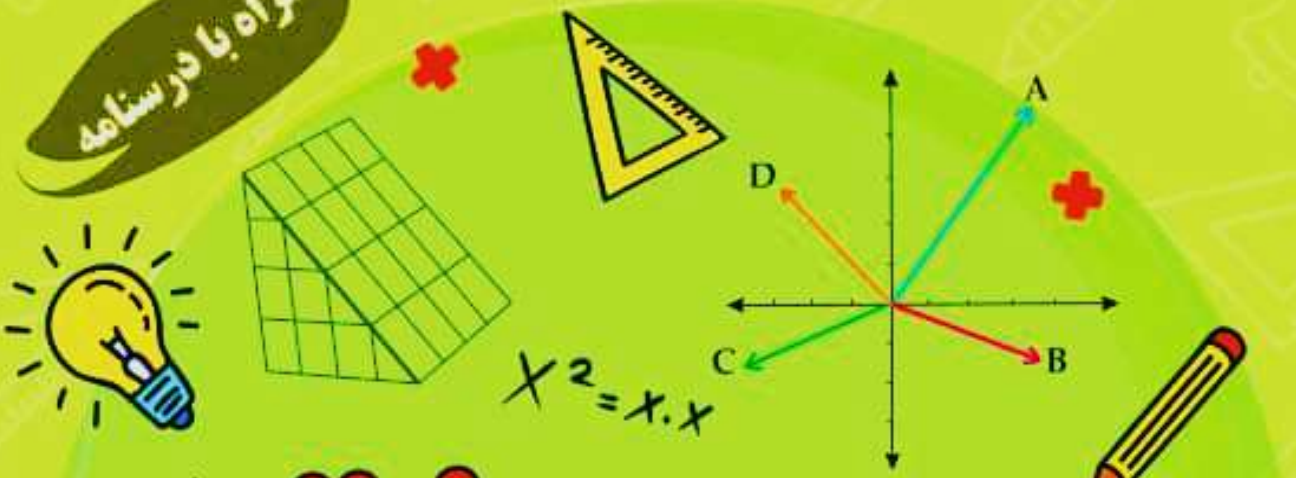
همراه با درسنامه



ریاضی هفتم

- نکات و توضیحات کتاب ریاضی
- پایه هفتم
- دوره اوّل متوسطه
- گروه آموزشی ریاضی متوسطه اول استان خوزستان

فصل ۵ : شمارنده ها و اعداد اول

مدرسه تعطیل است ولی آموزش تعطیل نیست.

بسمه تعالی

درسنامه ، نکات و تمرینات فصل پنج ریاضی پایه هفتم گرد آورنده: ثریا غلام زاده

درس اول : عدد اول

شمارنده های یک عدد (مقسوم علیه ها)

برای درک بهتر مفهوم شمارنده عدد ۱۰ را در نظر بگیرید.

این عدد را می توان دوتا دوتا شمرد یعنی:۱۰= ۲+۲+۲+۲+۲ پس ۲ شمارنده ی عدد ۱۰ است (یا به عبارت دیگر ۱۰ بر ۲ بخش پذیر است.)

عدد ۱۰ را مانند نمونه می توان به دسته های ۵ تایی تقسیم کرد :

پس ۵ شمارنده ی دیگر عدد ۱۰ است.

باقی مانده ی تقسیم عدد ۱۰ بر ۳ صفر نیست پس ۳ شمارنده ی ۱۰ نیست.

به اعدادی که عدد a به آن ها بخشپذیر باشد (یعنی باقی مانده تقسیم a بر آن ها صفر شود) شمارنده ی عدد a می گوییم

نکته : هر عدد طبیعی بر خودش و یک بخشپذیر است. پس یک و خود عدد شمارنده های آن عدد محسوب می شود.

به کمک دسته بندی یا تقسیم شمارنده های یک عدد را می توان به دست آورد.

مثال: برای عدد ۱۰ همه ی تقسیم هایی که باقی مانده ی آن ها صفر است را یادداشت می کنیم:

۱=۱۰÷۱۰ ۲=۵÷۱۰ ۵=۲÷۱۰ ۱۰=۱÷۱۰ پس شمارنده های عدد ۱۰ عبارتند از : ۱ و ۲ و ۵ و ۱۰

مثال : شمارنده های اعداد زیر را بنویسید :

(زیرا ۳ بر یک و بر ۳ بخشپذیر است) شمارنده های عدد۳ : ۱ , ۳

(زیرا ۸ بر یک و ۲ و ۴ و ۸ بخشپذیر است) شمارنده های عدد ۸ : ۱ , ۲ , ۴ , ۸

شمارنده های عدد ۶ : ۱ , ۲ , ۳ , ۶

شمارنده های عدد ۹ : ۱ , ۳ , ۹

مثال : عدد ۲، شمارنده ۴ است.عدد ۴ هم شمارنده ۱۲ است. آیا می توان نتیجه گرفت که ۲ شمارنده ۱۲ هم هست؟ چرا؟

پاسخ : بله زیرا ۱۲ هم بر۴ بخشپذیر است و هم بر۲ بخشپذیر است. یا ۱۲ را می توانیم ۲ تا ۲تا بشماریم.

پس به طور کلی اگر عدد a شمارنده ی b و عدد b شمارنده ی c باشد عدد a حتما شمارنده ی c است.

اعداد اول:

هر عدد طبیعی که فقط دو شمارنده (خودش و یک) داشته باشد عددی اول است.

مثال : اعداد ۲، ۳، ۵ هر کدام عددی اول است. چرا؟

پاسخ : زیرا هر کدام فقط دو شمارنده دارند.(یک و خود عدد)

۵ : ۱ , ۵ شمارنده ۳ : ۱ , ۳ شمارنده ۲ : ۱ , ۲ شمارنده

نکته : تنها عدد زوج که اول هست عدد ۲ است**نکته :** عدد یک اول نیست.

نکته : به غیر از ۲ تمام اعداد اول فرد هستند.

۲ , ۳ , ۵ , ۷ = اعداد اول یک رقمی و ... , ۱۷ , ۱۳ , ۱۱ , ۷ , ۵ , ۳ , ۲ : اعداد اول

نکته : بی شمار عدد اول وجود دارد.

بیشتر بدانیم

عدد مرکب : هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که بیش از ۲ شمارنده داشته باشد عددی مرکب است. (یعنی به غیر از خودش و یک، شمارنده ی دیگری داشته باشد.)

مثال : اعداد ۱۵ و ۹ مرکبند.

زیرا ۹ بیشتر از ۲ شمارنده دارد. ۹ , ۳ , ۱ : شمارنده های عدد ۹

زیرا ۱۵ بیشتر از ۲ شمارنده دارد. ۱۵ , ۵ , ۳ , ۱ : شمارنده های عدد ۱۵

نکته : هر عدد طبیعی بر ۱ بخش پذیر است پس عدد ۱ کوچکترین شمارنده ی همه ی اعداد طبیعی است.

نکته : بزرگترین شمارنده ی هر عدد خود آن عدد است.

نکته : همه ی شمارنده های هر عدد کوچکتر یا مساوی آن عدد هستند.

نکته : هر عدد بزرگتر از یک حداقل ۲ شمارنده دارد.

نکته : مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی زوج است.

نکته : مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه زوج است.

نکته : مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی فرد است.

مثال : آیا حاصلضرب دو عدد اول می تواند عددی اول باشد؟ چرا؟

پاسخ : خیر، حاصل بر هر دو عدد اول بخش پذیر است پس بیش از دو شمارنده دارد. مانند $۵ \times ۳ = ۱۵$

۳ و ۵ اعداد اولند ولی حاصلضربشان ۱۵ عددی اول نیست.

مثال : سه عدد بنویسید که ۷ شمارنده ی آن ها باشد؟

پاسخ : یعنی اعدادی که بر ۷ بخشپذیرند. ... , ۲۱ , ۱۴ , ۷

مثال : مجموع اولین و ششمین عدد اول چند است؟

پاسخ : ... , ۱۷ , ۱۳ , ۱۱ , ۷ , ۵ , ۳ , ۲ : اعداد اول

۲ : اولین ، ۱۳ : ششمین

$۱۳ + ۲ = ۱۵$

مثال : تفاضل (اختلاف) سومین عدد اول و یک چند است؟

$۵ - ۱ = ۴$ ۲ , ۳ , ۵ , ۷ , ... : اعداد اول

۵ : سومین

با توجه به نکات و مثال های حل شده سوالات زیر را پاسخ دهید.

سوال ۱ : تمام شمارنده های عددهای مقابل را بنویسید. ۴۶ , ۳۳ , ۲۵

سوال ۲: تفاضل(اختلاف) نهمین و دومین عدد اول چند است؟

دانش آموزان عزیز با مرور مطالب بالا برای یادگیری بیشتر تمرینات صفحه ۵۸ را نیز حل کنید.

درس دوم: شمارنده ی اول

از بین شمارنده های هر عدد، آن شمارنده ای که عددی اول است را شمارنده ی اول آن عدد می نامیم.

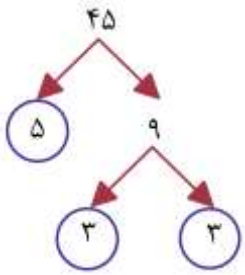
مثال : شمارنده های اول عدد ۱۲ را بنویسید.

پاسخ : ۲ و ۳ شمارنده های اول ۱۲ هستند ⟵ ۱۲ , ۶ , ۴ , ۳ , ۲ , ۱ : ۱۲ شمارنده

نکته : برای تعیین شمارنده های اول یک عدد از نمودار درختی نیز می توان استفاده کرد(تجزیه) که برای آن عدد طبیعی ضربی بزرگتر از یک می نویسیم این روش را ادامه می دهیم تا برای عدد ضربی غیر از یک نتوان نوشت.

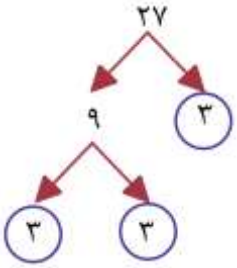
مثال : شمارنده های اول عدد ۴۵ را به روش نمودار درختی بنویسید.

پاسخ :



بنابراین تجزیه ی عدد ۴۵ به حاصل ضرب اعداد اول به صورت: ۵× ۳ × ۳ = ۴۵ است.

مثال : شمارنده های اول عدد ۲۷ را به روش تجزیه بنویسید.



پاسخ :

بنابراین ۳ × ۳ × ۳ = ۲۷

پس تنها شمارنده ی اول ۲۷، عدد ۳ است.

نکته : با حاصلضرب شمارنده های اول یک عدد می توان شمارنده های دیگر آن عدد را به دست آورد.

سوال : با توجه به تجزیه ی عدد ۱۲ به عوامل اول، همه ی شمارنده های ۱۲ را بنویسید.

هیچ شمارنده اولی ندارد : ۱

۲ , ۳

۳ × ۲ × ۲ = ۱۲ ⟸ ۴ = ۲ × ۲ , ۶ = ۲ × ۳

۱۲ = ۲ × ۲ × ۳

۱۲ , ۶ , ۴ , ۳ , ۲ , ۱ : شمارنده های عدد ۱۲

سوال : با توجه به تجزیه ی عدد ۷۰ به عوامل اول، همه ی شمارنده های ۷۰ را بنویسید.

هیچ شمارنده اولی ندارد : ۱

۲, ۵ ,۷

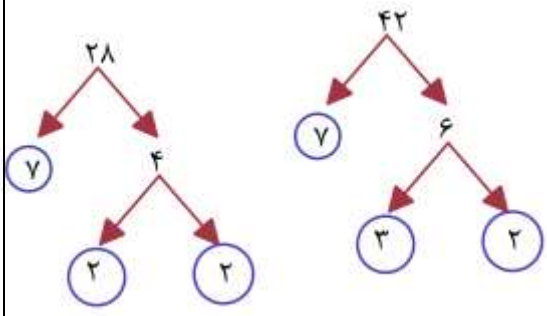
۷ × ۵ × ۲ = ۷۰ ⟸ ۱۴ = ۲ × ۷ , ۱۰ = ۲ × ۵ , ۳۵=۵×۷

۷۰ = ۲ × ۵ × ۷

۷۰ , ۳۵ , ۱۴ , ۱۰ , ۷ , ۵ , ۲ , ۱ : شمارنده های عدد ۳۵

نکته : با تجزیه کردن عددهای صورت و مخرج کسر می توان کسرها را ساده تر کرد.

مثال : کسر مقابل را ساده کنید. $\frac{۲۸}{۴۲}$



پاسخ: با توجه به نمودار درختی : $۴۲=۲\times۳\times۷$ $۲۸=۲\times۲\times۷$

بنابراین: $\frac{۲۸}{۴۲}=\frac{\not۲\times۲\times\not۷}{\not۲\times۳\times\not۷}=\frac{۲}{۳}$

نکته : تمام عددهای طبیعی بزرگتر از یک شمارنده ی اول دارند.

مثال : عدد ۱۸ به شکل مقابل به ضرب اعداد اول تجزیه شده است: $۱۸ = ۲ \times ۳ \times ۳$

الف . شمارنده های اول ۱۸ را بنویسید.

پاسخ : ۲ , ۳

ب . یک شمارنده ۱۸ را بنویسید که عدد اول نباشد.

پاسخ : اعداد۱ و ۶ و ۹ و ۱۸ شمارنده های غیر اول ۱۸ هستند.

با توجه به نکات و مثال های حل شده سوالات زیر را با دقت پاسخ دهید.

سوال ۳ : با نمودار درختی شمارنده های اول اعداد زیر را بنویسید.

۳۶ , ۱۶۰ , ۵۴

سوال ۴ : عدد ۲۴ پس از تجزیه به شکل مقابل در آمده است:

$۲۴ = ۳ \times ۲ \times ۲ \times ۲$

الف. شمارنده های اول ۲۴ را بنویسید.

ب. ۲ شمارنده ۲۴ را بنویسیدکه اول نباشند.

سوال ۵ : تمام شمارنده های عدد ۶۳ را بنویسید:

$۶۳ = ۷ \times ۳ \times ۳$

دانش آموزان عزیز با مرور نکات ارائه شده برای یادگیری بیشتر تمرینات صفحه ۶۱ را نیز حل کنید.

درس سوم : بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد

بزرگترین شمارنده ی مشترک بین دو عدد را بزرگترین مقسوم علیه مشترک یا به طور مختصر (ب م م) دو عدد می گوییم. ب م م دو عدد a و b را با (a , b) نمایش می دهیم. برای به دست آوردن (ب م م) دو عدد دو روش ارائه می دهیم.

روش اول :

مرحله ی اول. همه ی شمارنده های دو عدد را می نویسیم.

مرحله ی دوم. شمارنده های مشترک را مشخص می کنیم.

مرحله ی سوم. بزرگترین شمارنده ی مشترک را مشخص می کنیم که همان (ب م م) دو عدد است.

مثال: ب م م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را بدست آورید.

پاسخ: (۱۲ , ۱۸) = ?

۱۲ : ۱ , ۲ , ۳ , ۴ , ۶ , ۱۲ شمارنده های

۱۸ : ۱ , ۲ , ۳ , ۶ , ۹ , ۱۸ شمارنده های

شمارنده های مشترک ۱ , ۲ , ۳ , ۶ ⟹ ۶ = ب م م

(۱۲ , ۱۸) = ۶

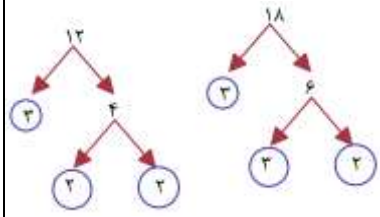
روش دوم : با استفاده از تجزیه اعداد به شمارنده های اول، ب م م مشخص می شود:

مرحله ی اول : با نمودار درختی اعداد را تجزیه می کنیم تا به اعداد اول ختم شوند.

مرحله ی دوم : حاصلضرب شمارنده های اول را برای هر عدد می نویسیم.

مرحله ی سوم : اعداد مشترک هر دو عدد را انتخاب و درهم ضرب می کنیم.

مثال: ب م م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را به روش تجزیه به دست آورید. (۱۲ , ۱۸) = ?



۱۲ = ۲ × ۲ × ۳

۱۸ = ۲ × ۳ × ۳

۲ × ۳ = ۶ ⟹ (۱۲ , ۱۸) = ۶

نکته : ب م م هر عدد با یک برابر است با یک. مثال : (۱۰ , ۱) = ۱

نکته : ب م م هر عدد با خودش همان عدد می شود. مثال : (۶ , ۶) = ۶

نکته : ب م م دو عدد اول متفاوت عدد ۱ است. مثال : (۳ , ۵) = ۱

نکته : ب م م دو عدد طبیعی متوالی عدد ۱ است. مثال : (۱۷ , ۱۸) = ۱

نکته: اگر عدد a بر عدد b بخشپذیر باشد ب م م آن ها عدد b است. **مثال:** (۶ , ۳) = ۳

(زیرا عدد ۳ شمارنده ی ۶ است و بزرگترین شمارنده ی خودش پس ب م م دو عدد ۶ و ۳ عدد ۳ است.)

نکته : برای ساده کردن کسرها از ب م م استفاده می کنیم.

مثال: کسرهای زیر را ساده کنید.

۲۰ , ۱۰ , ۵ , ۴ , ۲ , ۱ : شمارنده های عدد ۲۰

۲۵ , ۵ , ۱ : شمارنده های عدد ۲۵

ب م م (۲۰ , ۲۵) = ۵ $\Rightarrow$ $\frac{۲۰ \div ۵}{۲۵ \div ۵} = \frac{۴}{۵}$

۲۷ , ۹ , ۳ , ۱ = شمارنده های عدد ۲۷

۶۳ , ۲۱ , ۹ , ۷ , ۳ , ۱ = شمارنده های عدد ۶۳

(۲۷ , ۶۳) = ۹ $\Rightarrow$ $\frac{۲۷ \div ۹}{۶۳ \div ۹} = \frac{۳}{۷}$

سؤال : دو ظرف به گنجایش ۴۵ و ۳۰ لیتر داریم. می خواهیم با پیمانه هایی به گنجایش ۱ و ۲و ۳ و ... لیتر آن ها را پر کنیم. با چه پیمانه هایی می توانیم دو ظرف را کامل پر کنیم؟

با چه پیمانه ای زودتر پر می شود؟ (بزرگترین پیمانه را مشخص کنید.)

پاسخ:

۴۵ , ۱۵ , ۹ , ۵ , ۳ , ۱ = شمارنده های عدد ۴۵

۳۰ , ۱۵ , ۶ , ۵ , ۳ , ۲ , ۱ = شمارنده های عدد ۳۰

۱۵ , ۵ , ۳ , ۱ ⟹ ۱۵: بزرگترین پیمانه ی مشترک

پیمانه های مشترک

با پیمانه های ۱۵ , ۵ , ۳ , ۱ لیتری می توانیم دو ظرف را کامل پر کنیم.

و با پیمانه ی ۱۵ لیتری ظرف ها سریعتر پر می شوند. ۱۵ = (۴۵ , ۳۰)

مثال: ب م م اعداد زیر را به صورت ذهنی به دست آورید.

الف) (۱۰ ,۳۰) ب) (۱۰ ,۱۱) ج) (۱ ,۷۳) د) (۱۳ ,۱۷)

پاسخ:

الف) عدد ۳۰ بر ۱۰ بخش پذیر است پس : (۱۰ ,۳۰)=۱۰

ب) دو عدد ۱۰ و ۱۱ متوالی هستند پس ب م م آن ها ۱ است. (۱۰ ,۱۱)=۱

ج) ب م م هر عدد طبیعی و ۱ همان ۱ است. (۱ ,۷۳)=۱

ب) دو عدد ۱۳ و ۱۷ عدد اول هستند پس ب م م آن ها ۱ است. (۱۳ ,۱۷)=۱

مثال: با توجه به تجزیه ی دو عدد A و B به سوالات زیر پاسخ دهید: $B = ۲\times۵\times۵\times۱۱$ $A = ۲\times۲\times۳\times۱۱$

الف) یک شمارنده ی اول مشترک هر دو عدد را بنویسید.

ب) دو شمارنده ی غیر اول عدد B را بنویسید.

ج) ب م م دو عدد A و B را محاسبه کنید.

پاسخ: الف) اعداد ۲ و ۱۱ شمارنده های اول مشترک هر دو عدد هستند.

ب) با ضرب کردن اعداد اول عددB شمارنده های غیر اول به دست می آید: ۲×۵=۱۰ و ۵×۱۱=۵۵

ج) با ضرب کردن اعداد مشترک در تجزیه ی دو عدد A و B داریم: $(A,B)=۲\times۱۱=۲۲$

مثال: حاصل عبارت های زیر را به دست آورید:

الف) (۷ ، ۱۱ ، ۵) :

ب) (۲۱ ، ۲۸ ، ۴۲) :

پاسخ:

الف) اعداد داده شده همگی اول هستند پس تنها شمارنده ی مشترکشان عدد ۱ است بنابراین: ۱=(۷ ، ۱۱ ، ۵)

ب) ابتدا هر سه عدد را تجزیه می کنیم و عدد یا اعدادی که در هر سه مشترک است را انتخاب می کنیم:

$۲۱=۳\times۷$ $۲۸=۲\times۲\times۷$ $۴۲=۲\times۳\times۷$

تنها عدد مشترک در تجزیه ۷ است پس : ۷= (۲۱ ، ۲۸ ، ۴۲)

با توجه به نکات و مثال های حل شده سؤالات زیر را حل کنید.

سؤال: مستطیلی به ابعاد ۲۴ و ۱۸ سانتی متر داریم.

الف)اگر با کاشی های مربعی سطح این مستطیل را پر کنیم، ضلع این کاشی های مربعی چه اعدادی می تواند باشد؟

ب) ضلع بزرگترین کاشی چند است؟ راه حل را بنویسید.

سؤال: کسرهای زیر را با تجزیه صورت و مخرج (استفاده از ب م م) ساده کنید.

$\frac{۴۲}{۵۶}=$ $\frac{۳۶}{۲۸}=$

سؤال:به کمک نمودار درختی اعداد زیر ۷۲ و ۱۴۴ تجزیه کنید و ب م م آن ها را محاسبه کنید.

(۱۴۴ , ۷۲)= .....

سوال: حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

(۵۵ , ۵۶) = (۴۰ , ۳۰) =

(۶ , ۵۴) = (۲۱ , ۳۵) =

(۳ , ۲ , ۷) = (۱۵ , ۱) =

دانش آموزان عزیز با مرور نکات ارائه شده برای یادگیری بیشتر تمرینات صفحه ۶۳ را نیز حل کنید.

درس چهارم : کوچکترین مضرب مشترک دو عدد

مضرب های طبیعی اعداد : از ضرب یک عدد در اعداد طبیعی، مضارب طبیعی آن عدد بدست می آیند.
مضارب طبیعی یک عدد را به اختصار مضارب آن عدد می نامیم.

مثال:

مضارب ۵ = ۵ × ۱ , ۵ × ۲ , ۵ × ۳ , ۵ × ۴ , ...
۵ , ۱۰ , ۱۵ , ۲۰ , ...

مضارب ۸ = ۸ × ۱ , ۸ × ۲ , ۸ × ۳ , ۸ × ۴ , ...
۸ , ۱۶ , ۲۴ , ۳۲ , ...

نکته : هر عدد اولین مضرب طبیعی خودش است.

نکته: تنها مضرب اول هر عدد اول خودش است.

نکته : علامت ... در نوشتن مضارب عدد به معنای این است که این اعداد با همین الگو ادامه پیدا می کنند و پایان ندارند.

مثال : الف. اولین مضرب ۱۲ چند است؟ ۱۲

ب. پنجمین مضرب ۱۲ چند است؟ ۶۰ = ۵ × ۱۲

پ. ۳۶ چندمین مضرب ۱۲ است؟

پاسخ : ۳۶ سومین مضرب ۱۲ است. ۳ = ۱۲ ÷ ۳۶

کوچکترین مضرب مشترک دو عدد :

از میان مضارب طبیعی دو عدد، اولین مضربی که مشترک باشد، کوچکترین مضرب مشترک دو عدد **a** و **b** است که به طور مختصر به آن ک م م دو عدد گفته می شود و به صورت **[a , b]** نوشته می شود.

دو روش برای بدست آوردن ک م م دو عدد ارائه می شود :

روش اول :
۱. مضارب دو عدد را می نویسیم.
۲. مضرب های مشترک را مشخص می کنیم.
۳. اولین مضرب مشترک دو عدد ک م م دو عدد است.

مثال : با نوشتن مضرب های دو عدد، ک م م ۶ و ۸ را بدست آورید.

پاسخ : [۶ , ۸] = ?

مضارب مشترک

مضارب ۶ = ۶ , ۱۲ , ۱۸ , ۲۴ , ۳۰ , ۳۶ , ۴۲ , ۴۸ , ...

مضارب ۸ = ۸ , ۱۶ , ۲۴ , ۳۲ , ۴۰ , ۴۸ , ...

۲۴ , ۴۸ , ... ⇐ ک م م = ۲۴ ⇐ [۶ , ۸] = ۲۴

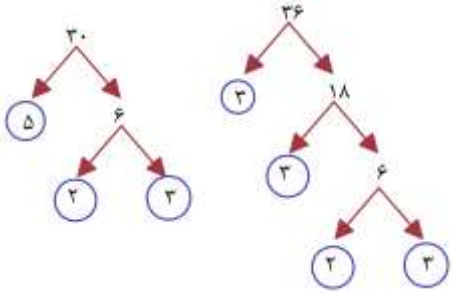
روش دوم : بدست آوردن ک م م دو عدد به روش (تجزیه به شمارنده های اول)

۱. دو عدد را به روش درختی تجزیه می کنیم تا به اعداد اول ختم شوند.
۲. دو عدد را به حاصلضرب شمارنده های اول می نویسیم.
۳. برای محاسبه ک م م قسمت مشترک در تجزیه ی هر دو عدد را در اعداد غیر مشترک در تجزیه ضرب می کنیم.

برای درک بهتر این روش به مثال های زیر توجه کنید.

مثال: ک م م دو عدد ۳۶ و ۳۰ را به دست آورید.

ابتدا به کمک نمودار درختی دو عدد را تجزیه و به صورت ضرب شمارنده های اول می نویسیم:



$۳۰=۲\times۳\times۵$

$۳۶=۲\times۲\times۲\times۳\times۳$

قسمت ۲×۳ در هر دو مشترک و اعداد ۲ و ۲ و ۳ و ۵ غیرمشترک هستند.

برای محاسبه ی ک م م این دو قسمت را در هم ضرب می کنیم

پس:

$$[۳۰ , ۳۶] = ۲\times۲\times۲\times۳\times۳\times۵=۳۶۰$$

مثال: ک م م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را بدست آورید. $[۱۸ , ۱۲] = ؟$

$$[۱۸ ، ۱۲] = ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳ = ۳۶$$

مثال: ک م م دو عدد ۲۴ و ۲۰ را بدست آورید. $[۲۰ , ۲۴] =؟$

$$۲۴ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳$$

$$۲۰ = ۲ \times ۲ \times ۵$$

$$[۲۰ ، ۲۴] = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۵ = ۱۲۰$$

نکته : ک م م هر عدد با یک برابر خود عدد است. مثال: $[۴ , ۱] = ۴$

نکته : ک م م دو عدد اول متفاوت برابر حاصلضرب آنهاست. مثال: $[۵ , ۷] = ۳۵$

نکته : ک م م هر عدد با خودش همان عدد می شود. $[۱۷ , ۱۷] = ۱۷$

نکته : اگر **a** شمارنده ی **b** باشد ک م م دو عدد **b** است. برای درک بهتر به مثال زیر توجه کنید.

مثال: ۳ شمارنده ی ۶ است پس: $[۳, ۶] = ۶$

نکته : مهمترین کاربرد (ک م م) در بدست آوردن مخرج مشترک دو کسر است.

مثال : حاصل کسرهای زیر را بدست آورید.

$[۱۵ , ۲۰] = ۶۰$

$$\frac{۷}{۱۵} + \frac{۹}{۲۰} = \frac{۷ \times ۴}{۱۵ \times ۴} + \frac{۹ \times ۳}{۲۰ \times ۳} = \frac{۲۸ + ۲۷}{۶۰} = \frac{۵۵}{۶۰}$$

مثال: یک پیست دو و میدانی کوچک در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد. امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می کنند. اگر امید هر ۳۵ ثانیه و فرامرز هر ۲۱ ثانیه یک دور کامل دور میدان بدوند پس از چند ثانیه با هم به همان نقطه ی شروع می رسند؟ در این مدت هر کدام چند دور دویده اند؟

پاسخ:

امید هر ۳۵ ثانیه یکبار به نقطه ی شروع می رسد یعنی زمان رسیدن به نقطه ی شروع مضارب ۳۵ است . به همین ترتیب زمان رسیدن فرامرز به نقطه ی شروع هم مضارب عدد ۲۱ است پس برای اینکه بدانیم چه زمانی هر دو با هم به این نقطه می رسند باید ک م م دو عدد ۲۱ و ۳۵ را محاسبه کنیم.

$۳۵ = ۵ \times ۷$

$۲۱ = ۳ \times ۷$

$$[۳۵ ، ۲۱] = ۷ \times ۵ \times ۳ = ۱۰۵$$

بعد از ۱۰۵ ثانیه با هم به نقطه ی شروع می رسند و در این مدت

امید $۱۰۵ \div ۳۵ = ۳$ دور و فرامرز $۱۰۵ \div ۲۱ = ۵$ دور دویده اند

مثال: برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بزنید.

الف) $[۱ , n] = n$

پاسخ: ک م م دو عدد ۱ و ۱۵ همان ۱۵ است . یعنی $[۱ , ۱۵] = ۱۵$

ب) $[n , n] = n$

پاسخ : ک م م دو عدد ۷ و ۷ همان ۷ است یعنی : $[۷ , ۷] = ۷$

ج) ب م م دو عدد شمارنده ی ک م م دو عدد است.

پاسخ: دو عدد ۱۸ و ۱۲ را در نظر بگیرید.

ب م م دو عدد ۶ و ک م م آن ها ۳۶ است. و واضح است که ۶ شمارنده ی ۳۶ است.

د) حاصل ضرب دو عدد برابر حاصل ضرب ب م م و ک م م دو عدد است.

پاسخ: دو عدد ۱۸ و ۱۲ را در نظر بگیرید :

$$[۱۸ , ۱۲] \times (۱۸ , ۱۲) = ۳۶ \times ۶ = ۲۱۶ \quad ۱۸ \times ۱۲ = ۲۱۶$$

پس: $۱۸ \times ۱۲ = [۱۸ , ۱۲] \times (۱۸ , ۱۲) = ۲۱۶$

مثال) پاسخ عبارتهای زیر را به صورت ذهنی محاسبه کنید.

الف) [۱۰,۳۰] ب) [۳ , ۱۱] ج) [۲۳, ۲۳] د) [۱ , ۵۴]

پاسخ:

الف) ۱۰ شمارنده ی ۳۰ است پس ک م م دو عدد ۳۰ است. ۳۰ = [۱۰,۳۰]

ب) دو عدد ۳ و ۱۱ هر دو اول هستند پس ک م م آن ها حاصل ضربشان است یعنی : ۳۳ = [۱۱,۳]

ج) ک م م هر عدد با خودش برابر است با خودش . یعنی : ۲۳ = [۲۳,۲۳]

د) ک م م هر عدد باعدد یک برابر است با خود آن عدد یعنی : ۵۴ = [۱, ۵۴]

با توجه به نکات و مثال های حل شده سؤالات زیر را پاسخ دهید.

سؤال۱ : تساوی های زیر را کامل کنید. (با نوشتن راه حل)

(۴۵ , ۵۴) =

[۱۸ , ۲۷] =

سؤال۲ : تساوی های زیر را با روش نوشتن مضرب ها کامل کنید.

[۶ , ۴۲] =

[۲۷ , ۳۰] =

سؤال۳ : رضا در هر ۴ روز یک بار ساعت ۱۷ به باشگاه بدنسازی می رود و امیر هر ۶ روز یکبار در همان ساعت به همان باشگاه ورزشی می رود. اگر هر دو از ۳۱ شهریورماه همزمان شروع به رفتن به باشگاه کنند، تعیین کنید در چه روزهایی از ماه مهر همدیگر را ملاقات می کنند؟

دانش آموزان عزیز با مرور نکات ارائه شده برای یادگیری بیشتر تمرینات صفحه ۶۷ را نیز حل کنید.