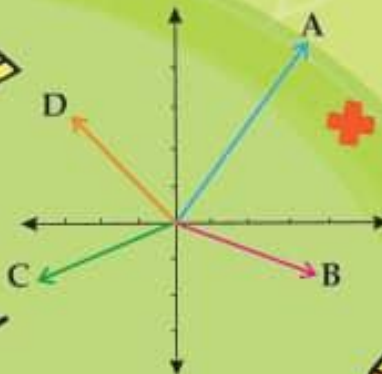
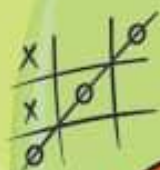


همراه با درسنامه



$$x^2 = x \cdot x$$



ریاضی هفتم

● نکات و توضیحات کتاب ریاضی

● پایه هفتم

● دوره اول متوسطه

● گروه آموزشی ریاضی متوسطه اول استان خوزستان

فصل ۸: بردار و مختصات

مدرسه تعطیل است ولی آموزش تعطیل نیست.

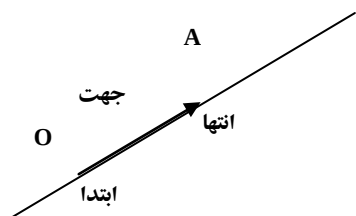
بسمه تعالی

درس نامه و نکات کلیدی و حل تمرین های فصل هشتم پایه هفتم

سمیه انصاری-عبدالهادی آرامی-عبدالله بهزادی

درس اول: پاره خط جهت دار

شناخت بردار:



حرکت و نیرو را با پاره خط های جهت دار نشان می دهیم.

در ریاضی به پاره خط جهت دار بردار می گوییم. بردار OA را به صورت $\overrightarrow{OA}$ می نویسیم.

راستا یا
امتداد

نام گذاری بردار:

این کار به دو صورت انجام می شود:

الف- نخست نقطه ای ابتدا، سپس نقطه ای انتها را نوشته و نماد $\rightarrow$ را روی آن قرار دهید. مانند

$\overrightarrow{AB}$

A $\longrightarrow$ B

$\xrightarrow{\vec{a}}$

ب- با یک حرف کوچک لاتین که در وسط بردار قرار می گیرد. مانند: $\vec{a}$

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس اول را حل کنید.



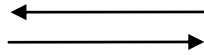
درس دوم: بردار های مساوی و قرینه

بردارهای مساوی: دو بردار وقتی برابرند که هم راستا، هم اندازه و هم جهت باشند. مانند بردار های روبرو



بردارهای قرینه: دو بردار وقتی قرینه‌ی یکدیگرند که هم راستا، هم اندازه و در خلاف جهت یکدیگر

باشند.

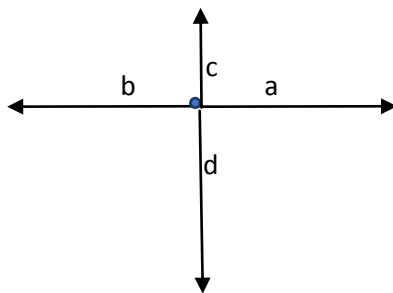


مانند:

و یا



مثال: با توجه به اندازه نیروهای وارد شده به شکل مقابل ، جسم به کدام طرف حرکت می کند



چون بردار های a, b با هم قرینه هستند برآیند آنها صفر می شود

ولی برآیند بردارهای c و d ، چون اندازه بردار d بزرگتر است

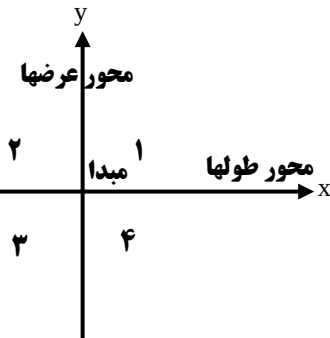
بردار d در جهت بردار d است.

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس اول را حل کنید.



مختصات:

از دو محور عمود برهم تشکیل می‌شود. محور افقی را محور طول‌ها (X ها) و محور عمودی را محور عرض‌ها (Y ها) می‌نامند.



محل برخورد دو محور را «مبدأ مختصات» می‌نامند و با حرف O نمایش می‌دهند.

محورهای مختصات صفحه را به چهار ناحیه تقسیم می‌کنند.

در شکل مقابل ناحیه‌های چهارگانه با عددهای ۱ تا ۴ مشخص شده‌اند.

مختصات نقطه:

برای مشخص کردن مکان هر نقطه در دستگاه مختصات از دو عدد استفاده می‌کنیم. که فاصله افقی نقطه از مبدأ را طول و فاصله عمودی نقطه از مبدأ را عرض می‌نامیم.

به طول و عرض هر نقطه که به صورت $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ نمایش داده می‌شود. مختصات آن نقطه گفته می‌شود. این مختصات می‌تواند +، - یا صفر باشد.

مختصات نقاط در ۴ قسمت:

نکته: اگر نقطه‌ای در ناحیه ۱ (ربع اول) قرار گرفته باشد. دارای طول و عرض مثبت می‌باشد.

$$\text{ناحیه ۱} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \begin{matrix} + \\ + \end{matrix}$$

نکته: اگر نقطه‌ای در ناحیه ۲ (ربع دوم) قرار گرفته باشد. دارای طول منفی و عرض مثبت می‌باشد.

$$\text{ناحیه ۲} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \begin{matrix} - \\ + \end{matrix}$$

نکته: اگر نقطه‌ای در ناحیه ۳ (ربع سوم) قرار گرفته باشد. دارای طول و عرض منفی می‌باشد.

$$\text{ناحیه ۳} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \begin{matrix} - \\ - \end{matrix}$$

نکته: اگر نقطه‌ای در ناحیه ۴ (ربع چهارم) قرار گرفته باشد دارای طول مثبت و عرض منفی می‌باشد.

$$\text{ناحیه ۴} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \begin{matrix} + \\ - \end{matrix}$$

نکته: اگر نقطه‌ای روی محور طول‌ها (xها) قرار گرفته باشد. طول آن نقطه عدد و عرض آن صفر می‌-

شود.

$$\text{عدد } x \rightarrow \text{نقطه روی محور } x\text{ها}$$

نکته: تمام بردارهایی که موازی محور xها باشند نیز دارای عرض صفر هستند.

نکته: اگر نقطه‌ای روی محور عرض‌ها (yها) قرار گرفته باشد. طول آن صفر و عرض آن عدد می‌شود.

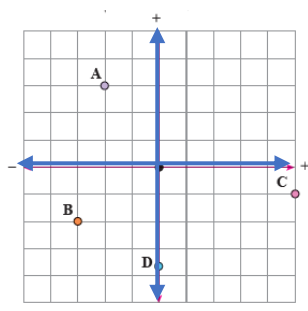
$$\text{عدد } y \rightarrow \text{نقطه روی محور } y\text{ها}$$

نکته: تمام بردارهایی که موازی محور yها باشند نیز دارای طول صفر می‌باشند.

مختصات مبدأ مختصات:

محل برخورد محورهای مختصات را با حرف O نمایش می‌دهند و مختصات آن برابر است با:

$$O = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



مثال مختصات نقاط $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$

$D = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$ را در دستگاه مختصات نمایش دهید.

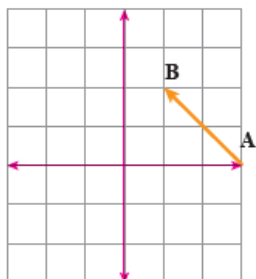
جمع متناظر بردار:

در نوشتن جمع متناظر با یک بردار به مختصات ابتدا، اندازه و انتهای آن نیاز دارید تا با استفاده از دستور

زیر بتوانید جمع متناظر بردار را بنویسید.

$$\text{انتهای بردار} = \text{اندازه بردار} + \text{ابتدای بردار}$$

مثال جمع متناظر با بردار زیر را بنویسید.

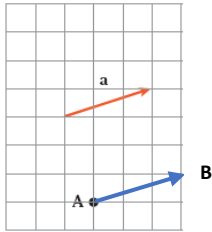


برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس اول را حل کنید.



درس چهارم: بردار انتقال

بردار انتقال: به برداری گفته می شود که یک نقطه یا یک شکل را به اندازه y مختصاتش (از ابتدا به انتها) منتقل نماید.



(مثال) نقطه A را به کمک بردار $\vec{a}$ انتقال دهید و آنرا B بنامید.

قرینه‌ی بردار: برای بدست آوردن قرینه بردار (یا نقطه) نسبت به هر یک از محورها و مبدأ به صورت زیر عمل می کنیم.

قرینه‌ی نسبت به محور طول‌ها:

$$\begin{array}{l} x \\ -y \end{array} \quad \text{نسبت به محور طول ها} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

طول آن تغییر نمی کند و عرض آن قرینه می شود.

قرینه‌ی نسبت به محور عرض‌ها:

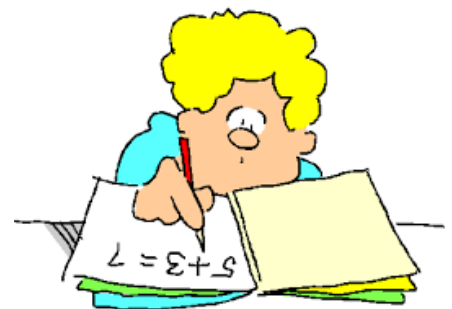
$$\begin{array}{l} -x \\ y \end{array} \quad \text{نسبت به محور عرض ها} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

عرض آن تغییر نمی کند و طول آن قرینه می شود.

قرینه‌ی نسبت به مبدأ مختصات:

$$\begin{array}{l} -x \\ -y \end{array} \quad \text{نسبت به مبدأ مختصات} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

طول و عرض آن هر دو قرینه می شود.



مثال: مختصات قرینه نقطه $\begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$ را نسبت به مبدا مختصات و محورهای مختصات بیابید.

$$\begin{array}{ccc} \begin{matrix} 5 \\ -1 \end{matrix} & \xrightarrow{\text{نسبت به محور عرض ها}} & \begin{bmatrix} -5 \\ -1 \end{bmatrix} \\ \text{و} & & \text{و} \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \begin{matrix} 5 \\ -1 \end{matrix} & \xrightarrow{\text{نسبت به مبدأ مختصات}} & \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \text{نسبت به محور طول ها} & & \end{array}$$

یافتن مقدار مجهول در تساوی‌های برداری:

اگر مقدار مجهول (نا معلوم) در انتهای تساوی برداری بود، مقدارهای ابتدا و اندازه را با هم جمع کنید.

مثال:

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$x = 2 + (-3) = -1$$

$$y = -4 + 1 = -3$$

اگر مقدار مجهول (نامعلوم) در ابتدا یا اندازه‌ی تساوی برداری قرار گرفته بود، مقدار انتهای را منهای قسمت

دیگر کنید.

مثال:

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -x \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$-x = (-2) - 2 \Rightarrow -x = 4 \Rightarrow x = 4$$

$$-y = 3 - (-2) \Rightarrow -y = 5 \Rightarrow y = -5$$

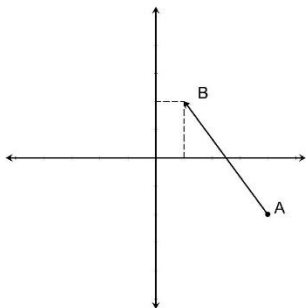
برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین‌های درس اول را حل کنید.



(۱) نقطه $A = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ را در دستگاه مشخص کنید.

این نقطه را با بردار $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ به نقطه ی B انتقال دهید.

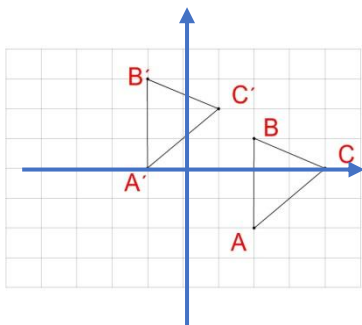
مختصات نقطه ی B را بنویسید و متناظر با بردار AB یک جمع بنویسید $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$



(۲) در دستگاه مختصات مقابل :

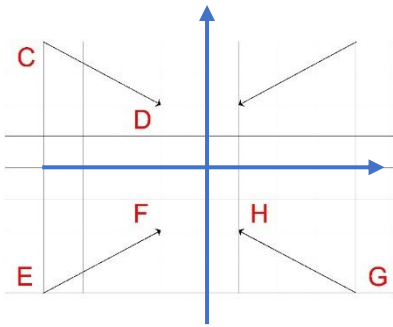
مثلث ABC با مختصات زیر را رسم کنید. $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$

سپس این نقاط را با بردار انتقال $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ انتقال دهید



۳) در شکل مقابل قرینه بردار AB را نسبت به مبدا مختصات و

محور طول ها و عرض ها رسم کنید.



۴) الف) هریک از نقاط داده شده در کدام ناحیه مختصاتی قرار دارد.

$$\begin{array}{llll} \text{ناحیه ۳} & \begin{bmatrix} ۳ \\ ۵ \end{bmatrix} & \text{ناحیه ۱} & \begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix} \\ \text{ناحیه ۴} & \begin{bmatrix} ۵ \\ ۶ \end{bmatrix} & \text{ناحیه ۲} & \begin{bmatrix} -۵ \\ ۶ \end{bmatrix} \end{array}$$

ب) در جای خالی عدد مناسب بنویسید.

$$\begin{bmatrix} -۵ \\ ۲ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -۷ \\ -۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۷ \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -۷ \\ -۸ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۶ \\ ۱۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ \\ ۲ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -۶ \\ -۷ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۵ \\ ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ \\ ۴ \end{bmatrix} \quad - \begin{bmatrix} -۸ \\ -۳ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۶ \\ -۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۷ \end{bmatrix}$$

۵) مقدار a و b را طوری تعیین کنید که دوبردار زیر با هم مساوی باشند

$$\begin{array}{ll} ۳a - ۵ = ۷ & ۲b + ۳ = ۹ \\ ۳a = ۷ + ۵ = ۱۲ & ۲b = ۹ - ۳ = ۶ \\ a = \frac{۱۲}{۳} = ۴ & b = \frac{۶}{۲} = ۳ \end{array}$$