نمونه سوالات امتحانی درس ریاضی	پایه هشتم (دوره اول متوسطه)	فصل پنجم
بردار مختصات	آزمون به همراه پاسخنامه	ردیف

۱ **جای خالی را با عدد یا واژه مناسب پر کنید.**

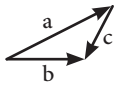
الف) اگر مختصات نقطه A به صورت $A=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$ باشد، مختصات قرینه A نسبت به محور x ها می‌شود .....

ب) بردارهایی که هم راستا، هم اندازه و هم جهت باشند ..... هستند.

ج) اگر $\overrightarrow{AB}=\begin{bmatrix}-۳\\۲\end{bmatrix}$ باشد آنگاه $\overrightarrow{BA}=\begin{bmatrix}\ \\\ \end{bmatrix}$ می‌باشد.

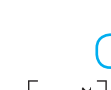
د) اگر $\vec{a}=\begin{bmatrix}-۲\\۱\end{bmatrix}$ باشد آنگاه مختصات بردار $\vec{b}=-۳\vec{a}$ برابر است با $\begin{bmatrix}\ \\\ \end{bmatrix}$

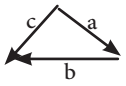
۲ **درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.**

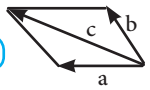
	درست	نادرست
الف) مختصات بردار $\vec{a}=-۴j-i$ برابر است با $\begin{bmatrix}-۴\\۰\end{bmatrix}$	☐	☐
ب) در شکل مقابل بردار حاصل جمع $\vec{a}+\vec{b}$، بردار $\vec{c}$ می‌باشد. 	☐	☐
ج) بردار واحد محور عرض‌ها را با نماد j نمایش می‌دهیم.	☐	☐
د) قرینه نقطه $A=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$ نسبت به مبدأ مختصات می‌شود $A'=\begin{bmatrix}-x\\-y\end{bmatrix}$	☐	☐

۳ **گزینه صحیح را انتخاب کنید.**

الف) در کدام گزینه، حاصل جمع دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بردار $\vec{c}$ نمی‌باشد؟

۱) ☐ 

۲) ☐ 

۳) ☐ 

۴) ☐

ب) اگر دو بردار $\vec{m}$ و $\vec{n}$ مساوی یکدیگر باشند مقدار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ کدام گزینه است؟ $m=\begin{bmatrix}۶\\b\end{bmatrix}$ $n=\begin{bmatrix}a+۲\\-۵\end{bmatrix}$

۱) ☐ $a=۰$ و $b=۱$ ۲) ☐ $a=۴$ و $b=۰$ ۳) ☐ $a=۴$ و $b=-۵$ ۴) ☐ $a=-۴$ و $b=-۵$

ج) در تساوی $\begin{bmatrix}-۱\\y+۱\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}x+۱\\۱۵\end{bmatrix}$ مقدار $x+y$ کدام گزینه است؟

۱) ☐ ۱۶ ۲) ☐ -۱۶ ۳) ☐ ۱۲ ۴) ☐ -۱۲

د) اگر $\vec{a}=\begin{bmatrix}۲\\-۱\end{bmatrix}$ و $\vec{b}=\begin{bmatrix}-۲\\۱\end{bmatrix}$ باشد آنگاه کدام رابطه درست است؟

۱) ☐ $\vec{a}=-\vec{b}$ ۲) ☐ $\vec{b}=-\vec{a}$ ۳) ☐ $\vec{a}+\vec{b}=\vec{o}$ ۴) ☐ همه موارد

۴ **به سوالات زیر پاسخ کامل بدهید.**

اگر دو بردار $\vec{a}=\begin{bmatrix}۳x+۱\\۷\end{bmatrix}$ و $\vec{b}=\begin{bmatrix}-۲\\۲y+۱\end{bmatrix}$ هم راستا، هم اندازه و هم جهت باشند مقدار x و y را بدست آورید.

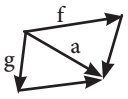
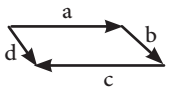
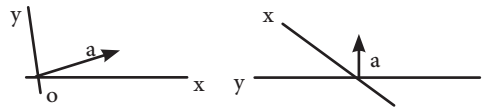
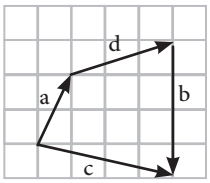
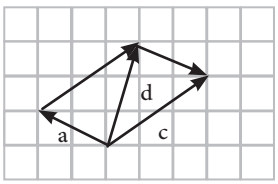
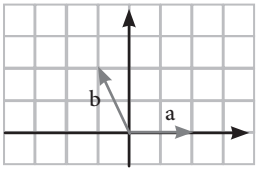
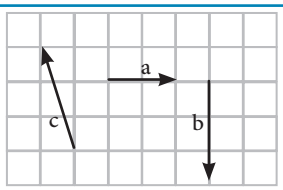
۵ حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید:

الف) $\frac{۱}{۵}\begin{bmatrix}-۱۰\\۱۵\end{bmatrix}+(-\frac{۱}{۲})\begin{bmatrix}۲\\۰\end{bmatrix}=$

ب) $-\frac{۲}{۳}\begin{bmatrix}-۹\\۱۲\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-۷\\-۲\end{bmatrix}=$

ج) $\begin{bmatrix}۲\\\frac{۳}{}\\-۲\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-\frac{۵}{۶}\\-\frac{۱}{۹}\end{bmatrix}=$

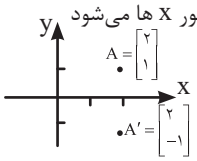
د) $-\begin{bmatrix}-۳\\۲\end{bmatrix}-۴\begin{bmatrix}۰\\۵\end{bmatrix}=$

ردیف	بردار مختصات — آزمون به همراه پاسخنامه
۶	الف) بردارهای زیر را بر حسب بردارهای واحد مختصات بنویسید. ب) مختصات بردارهای داده شده را بنویسید. $\vec{b}= j-۴i$ $\vec{a}=-\frac{۱}{۲}i$ $\vec{b}=\begin{bmatrix}-۴\\۱\end{bmatrix}$ $\vec{a}=\begin{bmatrix}۰\\-\frac{۱}{۲}\end{bmatrix}$
۷	الف) اگر $\vec{a}=۳i-۲j$ و $\vec{b}=-۲i+j$ باشد مختصات بردار $\vec{x}=۵\vec{a}+۳\vec{b}$ را بدست آورید. ب) اگر $\vec{a}=۳i-۲j$ و $\vec{b}=-۲\vec{a}$ باشد مختصات بردار $\vec{b}$ را بدست آورید. ج) اگر $\vec{a}=\begin{bmatrix}۳\\-۲\end{bmatrix}$ و $\vec{b}=\frac{۱}{۲}\vec{a}$ باشد مختصات بردار $\vec{x}=۵\vec{a}+۳\vec{b}$ را بدست آورید. د) اگر $\vec{a}=۳i-۲j$ و $\vec{b}=j-۲i$ باشد معادله مختصاتی زیر را حل کنید. $۲\vec{x}-\vec{j}=۳\vec{a}+\vec{b}$
۸	معادله‌های مختصاتی زیر را حل کنید. الف) $i-۲j+\vec{X}=۳\vec{i}$ ب) $۴\vec{X}+\begin{bmatrix}-۲\\۵\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱۰\\۱۷\end{bmatrix}$ ج) $۲i-j-۳\vec{X}=\begin{bmatrix}-۶\\۳\end{bmatrix}$ د) $۳\vec{X}-۳\vec{j}=۲i-۳j+۱۰i-۱۵j$ هـ) $۹(-i+j)+\frac{۱}{۲}\vec{X}=\begin{bmatrix}-۳\\-۱\end{bmatrix}$ و) $\vec{X}=-۲\begin{bmatrix}-۱\\۲\end{bmatrix}+\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix}۲\\-۴\end{bmatrix}$
۹	الف) دو بردار $\vec{a}=\begin{bmatrix}۵x-۳\\۴y-۳\end{bmatrix}$ و $\vec{b}=\begin{bmatrix}۲x+۶\\۹\end{bmatrix}$ با یکدیگر مساویند مقدار x و y را بدست آورید. ب) دو بردار $\vec{a}=\begin{bmatrix}۵x-۳\\۴y-۳\end{bmatrix}$ و $\vec{b}=\begin{bmatrix}۲x+۶\\۹\end{bmatrix}$ قرینه یکدیگر می‌باشند مقدار x و y را بدست آورید.
۱۰	برای شکل‌های زیر یک تساوی جمع برداری مناسب بنویسید. الف)  ب) 
۱۱	بردار $\vec{a}$ را در امتداد نیم خطهای ox و oy تجزیه کنید. 
۱۲	اگر $\vec{b}=-۲i$ و $\vec{c}=۳\vec{a}-۲\vec{b}=\begin{bmatrix}-۱۳\\۳\end{bmatrix}$ باشد مختصات بردار $\vec{a}$ را بدست آورید.
۱۳	برای شکل‌های داده شده یک جمع برداری و یک جمع مختصاتی بنویسید.  
۱۴	با توجه به شکل داده شده بردار $\vec{c}=-۲\vec{a}+\vec{b}$ را رسم کنید و سپس مختصات $\vec{c}$ را بدست آورید.  

فصل پنجم

جای خالی

۱- الف) قرینه هر نقطه مانند $A=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$ نسبت به محور x ها می‌شود $A'=\begin{bmatrix}x\\-y\end{bmatrix}$ چون مثلاً



ب) با هم مساوی هستند.

ج) قرینه بردار $\overrightarrow{AB}$ را با $\overrightarrow{BA}$ نمایش می‌دهیم و در این سوال $\overrightarrow{BA}=\begin{bmatrix}+3\\-2\end{bmatrix}$ یعنی هم طول، هم عرض قرینه می‌شود.

د) $\vec{b}=-3\begin{bmatrix}-2\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}+6\\-3\end{bmatrix}$ چون اگر عددی در یک بردار ضرب شود هم در طول و هم در عرض ضرب می‌شود.

درست یا نادرست

۲- الف) نادرست، چون $\vec{a}=\begin{bmatrix}-1\\-4\end{bmatrix}$ یعنی ضریب i= طول بردار و ضریب j=عرض بردار

ب) نادرست، چون $\vec{a}+\vec{c}=\vec{b}$ یعنی بردار حاصل جمع، بردار $\vec{b}$ می‌باشد چون $\vec{a}$ و $\vec{c}$ متوالی‌اند.

ج) درست

د) درست

تستی

۳- الف) گزینه ۴

ب) گزینه ۳ در دو بردار مساوی طولها با هم و عرضها با هم مساویند پس

$a+2=6 \longrightarrow a=6-2=4$ و $b=-5$

ج) گزینه ۲، چون دو بردار قرینه یکدیگرند پس

$-1=-(x+1) \longrightarrow -1=-x-1 \longrightarrow -1+1=-x \quad 0=-x \quad 0=x$

$y+1=-15 \longrightarrow y=-15-1 \longrightarrow y=-16 \rightarrow y+x=0+(-16)=-16$

د) گزینه ۴

تشریحی

۴- با توجه به توضیح سوال، دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با هم مساویند پس طول=طول و عرض=عرض

$3x+1=-2 \longrightarrow 3x=-1-2 \longrightarrow \frac{3x}{3}=\frac{-3}{3} \longrightarrow x=-1$

$2y+1=7 \longrightarrow 2y=7-1 \longrightarrow \frac{2y}{2}=\frac{6}{2} \longrightarrow y=3$

۵-

الف) $\frac{1}{5}\begin{bmatrix}-10\\15\end{bmatrix}+(-\frac{1}{2})\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2\\3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-3\\3\end{bmatrix}$

ب) $-\frac{2}{3}\begin{bmatrix}-9\\12\end{bmatrix}-1\begin{bmatrix}-7\\-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}+6\\-8\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}+7\\+2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}13\\-6\end{bmatrix}$

ج) $\begin{bmatrix}\frac{2}{3}\\-2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-\frac{5}{6}\\-\frac{1}{9}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{2}{3}+(-\frac{5}{6})\\-\frac{2}{1}+(-\frac{1}{9})\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{6}\\-\frac{19}{9}\end{bmatrix}$

د) $-1\begin{bmatrix}-3\\2\end{bmatrix}-4\begin{bmatrix}0\\5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}+3\\-2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\-20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\\-22\end{bmatrix}$

۶-

الف) $\vec{b}=\begin{bmatrix}-4\\1\end{bmatrix}=-4i+1j=-4i+j$ $\quad \vec{a}=\begin{bmatrix}0\\-\frac{1}{2}\end{bmatrix}=0i-\frac{1}{2}j=-\frac{1}{2}j$

ب) $\vec{b}=j-4i=-4i+1j=\begin{bmatrix}-4\\+1\end{bmatrix}$ $\quad \vec{a}=-\frac{1}{2}i+0j=\begin{bmatrix}-\frac{1}{2}\\0\end{bmatrix}$

نکته: ضریب i= طول ، ضریب j= عرض ، همیشه اول i و بعد j

۷-

الف) به جای a و b مقادیرشان را قرار می‌دهیم $\vec{x}=5\vec{a}+3\vec{b}$

$x=5(3i-2j)+3(-2i+j)=15i-10j-6i+3j=9i-7j=\begin{bmatrix}9\\-7\end{bmatrix}$

ب) $\vec{b}=-2\vec{a}$ به جای a مقدارش را قرار می‌دهیم $b=-2(3i-2j)=-6i+4j=\begin{bmatrix}-6\\+4\end{bmatrix}$

در این ۲ قسمت می‌توانستیم از همان ابتدا هم بردارها را به جای نمایش i و j به صورت مختصاتی $\begin{bmatrix}\ \\\ \end{bmatrix}$ نمایش دهیم.

ج) ابتدا مختصات بردار b و سپس x را به دست می‌آوریم.

$\vec{b}=\frac{1}{2}\vec{a}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}3\\-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\times 3\\\frac{1}{2}\times\frac{-2}{1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{3}{2}\\-1\end{bmatrix}$

$x=5a+3b=5\begin{bmatrix}3\\-2\end{bmatrix}+3\begin{bmatrix}\frac{3}{2}\\-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}15\\-10\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{9}{2}\\-3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}15+\frac{9}{2}\\-10-3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{39}{2}\\-13\end{bmatrix}$

د) $2\vec{X}-j=3a+\vec{b}\ ,\ a=3i-2j\ ,\ \vec{b}=-2i+j$

$2\vec{X}-j=3(3i-2j)+(-2i+j) \longrightarrow 2\vec{X}-j=9i-6j-2i+j$

$2\vec{X}=9i-6j-2i+j+j \longrightarrow \frac{2\vec{X}}{2}=\frac{7i}{2}-\frac{4j}{2} \longrightarrow \vec{X}=\frac{7}{2}i-2j=\begin{bmatrix}\frac{7}{2}\\-2\end{bmatrix}$

۸- در حل این سوالات بهتر است همه عبارتها هم شکل شوند یا همه به صورت مختصاتی $\begin{bmatrix}\ \\\ \end{bmatrix}$ و یا همه به صورت i و j که این انتخاب به سلیقه دانش آموز است و از طرفی حل مانند حل معادله است یعنی مجهول(x) یک طرف و معلوم (i و j) یا $\begin{bmatrix}\ \\\ \end{bmatrix}$ طرف دیگر تساوی باشند.

الف) $i-2j+\vec{x}=3i \qquad \vec{x}=3i-i+2j \qquad \vec{x}=2i+2j=\begin{bmatrix}2\\2\end{bmatrix}$

ب) $4\vec{x}+\begin{bmatrix}-2\\5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-10\\17\end{bmatrix} \rightarrow 4\vec{x}=\begin{bmatrix}-10\\17\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-2\\5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-10-2\\17-5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-12\\12\end{bmatrix}$

$\frac{4\vec{x}}{4}=\begin{bmatrix}-12\\12\end{bmatrix}\div 4 \qquad \vec{x}=\begin{bmatrix}\frac{-12}{4}\\\frac{12}{4}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-3\\3\end{bmatrix}$

ج) $2i-j-3\vec{x}=\begin{bmatrix}-6\\3\end{bmatrix} \rightarrow 2i-j-3\vec{x}=-6i+3j$

$-3\vec{x}=-6i+3j-2i+j$

$\frac{-3}{-3}\vec{x}=\frac{-8i}{-3}+\frac{4j}{-3}=\frac{8}{3}i-\frac{4}{3}j \qquad \vec{x}=\begin{bmatrix}\frac{8}{3}\\-\frac{4}{3}\end{bmatrix}$

د) $3\vec{x}-3j=2i-3j+10i-15j \rightarrow 3\vec{x}=2i-3j+10i-15j+3j$

$\frac{3\vec{x}}{3}=\frac{12}{3}i-\frac{15}{3}j \qquad \vec{x}=4i-5j=\begin{bmatrix}4\\-5\end{bmatrix}$

هـ) $9(-i+1j)+\frac{1}{2}\vec{x}=\begin{bmatrix}-3\\-1\end{bmatrix} \rightarrow -9i+9j+\frac{1}{2}\vec{x}=-3i-1j$

$\frac{1}{2}\vec{x}=-3i-1j+9i-9j$

$\frac{1}{2}\vec{x}=6i-10j \qquad \frac{1}{2}\vec{x}\times\frac{2}{1}=\frac{2}{1}(6i-10j) \qquad \vec{x}=12i-20j=\begin{bmatrix}12\\-20\end{bmatrix}$

برای حذف ضریب $\frac{1}{2}$ باید دو طرف در معکوس $\frac{1}{2}$ یعنی $\frac{2}{1}$ ضرب شود.

و) $\vec{x}=-2\begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix}+\frac{1}{2}\begin{bmatrix}2\\-4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}+2\\-4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\\-6\end{bmatrix}$

۹-

طول b = طول a

$5x-3=2x+6$

$5x-2x=6+3$

$3x=9$

$x=\frac{9}{3}=3$

عرض b = عرض a

الف) $4y-3=9$

$4y=9+3$

$4y=12$

$y=\frac{12}{4}=3$

ب) اگر دو بردار قرینه یکدیگر باشند طولها قرینه هم و عرضها هم قرینه یکدیگر خواهند بود.

قرینه عرض b = عرض b

$4y-3=-9$

$4y=+3-9$

$\frac{4y}{4}=-\frac{6}{4}\rightarrow y=-\frac{6}{4}=-\frac{3}{2}$

قرینه طول b = طول a

$5x+3=-(2x+6)$

$5x+3=-2x-6$

$5x+2x=-3-6$

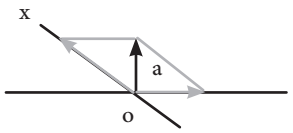
$\frac{7x}{7}=\frac{-9}{7}\longrightarrow x=-\frac{9}{7}$

۱۰- الف) $\vec{f}+\vec{g}=\vec{a}$ (روش متوازی الاضلاع)

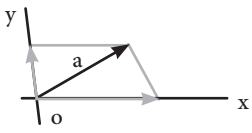
ب) $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{d}$ (روش متوالی)

۱۱-

روش متوالی



روش متوازی الاضلاع



۱۲- به جای c و b مقادیرشان را قرار می‌دهیم و سپس با حل معادله مختصات a را محاسبه می‌کنیم.

$b=-2i=\begin{bmatrix}-2\\0\end{bmatrix} \qquad \vec{c}=3a-2b=\begin{bmatrix}-13\\3\end{bmatrix}$

$3a-2\begin{bmatrix}-2\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-13\\3\end{bmatrix}$

$3a-\begin{bmatrix}-4\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-13\\3\end{bmatrix}$

$3a=\begin{bmatrix}-13\\3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-4\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-17\\3\end{bmatrix} \qquad a=\begin{bmatrix}-17\\3\end{bmatrix}\div 3=\begin{bmatrix}-\frac{17}{3}\\ \frac{3}{3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{17}{3}\\1\end{bmatrix}$

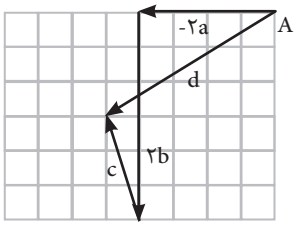
۱۳-

الف) $\vec{d}=\vec{a}+\vec{c} \qquad \begin{bmatrix}+1\\+3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2\\+1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}+3\\+2\end{bmatrix}$

ب) $\vec{a}+\vec{d}+\vec{b}=\vec{c} \qquad \begin{bmatrix}+1\\+2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}+3\\+1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\-4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}+4\\-1\end{bmatrix}$

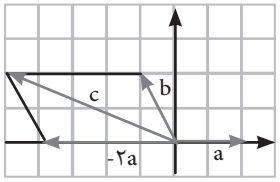
۱۴- می‌توانیم ابتدا هم a را ۲ برابر و هم قرینه می‌کنیم، b را دو برابر و خود c را در نظر بگیریم سپس حاصل جمع را به روش متوالی و با شروع از نقطه A رسم کنیم.

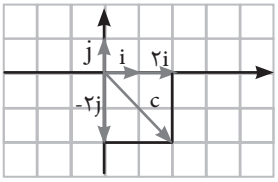
$\vec{d}=-2\vec{a}+2\vec{b}+\vec{c}=-2\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}+2\begin{bmatrix}0\\-3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1\\3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-4\\0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\-6\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1\\3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5\\-3\end{bmatrix}$



۱۵-

$c=-2\vec{a}+\vec{b}=-2\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1\\+2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-4\\0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5\\2\end{bmatrix}$



۱۶-

$\vec{c}=2i-2j=2\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}-2\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}$