

فصل ششم	پایه هشتم (دوره اول متوسطه)	نمونه سوالات امتحانی درس ریاضی	ردیف
آزمون به همراه پاسخنامه		مثلت	
<p>جای خالی را با عدد یا واژه مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) اگر در مثلثی مجذور بزرگترین ضلع با مجموع مجذوره‌های دو ضلع دیگر برابر باشد، آن مثلث می‌باشد.</p> <p>(ب) قطر مربعی ۶ سانتی‌متر می‌باشد هر ضلع این مربع سانتی‌متر می‌باشد.</p> <p>(ج) در دو مثلث، اگر دو ضلع و بین این دو ضلع با یکدیگر مساوی باشند آن دو مثلث هم نهشت خواهند بود.</p> <p>(د) اعداد و ۳ و ۵ اعداد فیثاغورسی هستند.</p>			۱
<p>درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.</p> <p>(الف) رابطه فیثاغورس را می‌توان برای هر مثلث دلخواهی نوشت.</p> <p>(ب) اگر ضلع‌های هر دو شکل دلخواه با هم برابر باشند حتماً دو شکل هم نهشت خواهند بود.</p> <p>(ج) اگر قطر مربعی $\sqrt{2}$ سانتی‌متر باشد هر ضلع آن مربع ۱ سانتی‌متر خواهد بود.</p> <p>(د) وتر مثلث قائم‌الزاویه شکل $\sqrt{2}$ برابر ۳ می‌باشد.</p>			۲
<p>گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>(الف) وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای که اضلاع قائم آن ۶ و ۸ می‌باشد کدام گزینه است؟</p> <p>(ب) محیط مربع $\sqrt{2}$ کدام گزینه می‌باشد؟ (قطر مربع $\sqrt{2}$ می‌باشد)</p> <p>(ج) کدام گزینه از حالت‌های هم نهشتی دو مثلث نیست؟</p> <p>(د) محیط شکل مقابل کدام گزینه است؟</p>			۳
<p>به سوالات زیر پاسخ کامل بدهید.</p> <p>(الف) درستی رابطه فیثاغورس را برای مثلث داده شده بررسی کنید.</p> <p>(ب) کدام مثلث قائم‌الزاویه است؟ چرا؟</p>			۴
<p>(الف) برای مثلث ABD محیط و مساحت را محاسبه کنید.</p> <p>(ب) ابتدا هر ضلع مربع شکل زیر را به دست آورید سپس محیط و مساحت شکل را محاسبه کنید.</p>			۵
<p>در شکل‌های زیر مقدار مجهول را محاسبه کنید.</p>			۶

ردیف	نمونه سوالات امتحانی درس ریاضی	پایه هشتم (دوره اول متوسطه)	فصل ششم
	مثث	آزمون به همراه پاسخنامه	
۷	محیط شکل مقابل را حساب کنید.		
۸	دوزنقه داده شده متساوی الساقین می باشد ارتفاع آن را محاسبه کنید.		
۹	در شکل مقابل نقطه O وسط MN می باشد چرا دو مثلث OAM و OBN هم نهشت اند؟		
۱۰	در شکل زیر نقطه O مرکز دایره است ابتدا دلیل هم نهشتی دو مثلث OAB و OAC را بنویسید سپس تساوی اجزای متناظر را برای این دو مثلث بنویسید.		
۱۱	آیا مثلثهای زیر هم نهشت هستند؟ در صورت هم نهشت بودن حالت را بنویسید.		
۱۲	دو مثلث ABC و DEF هم نهشت می باشند مقدار X و Y را بدست آورید.		
۱۳	مثلث DEF متساوی الاضلاع است و نقطه M وسط EF می باشد (الف) چرا دو مثلث AEM و BFM هم نهشت می باشند؟ (ب) جای خالی را پر کنید.		
۱۴	چهار ضلعی ABCD لوزی می باشد چرا دو مثلث ABD و BCD هم نهشت می باشند؟		
۱۵	خط d محور تقارن می باشد و دو دوزنقه داده شده هم نهشت می باشند جای خالی را پر کنید.		
۱۶	در دایره مقابل O مرکز دایره می باشد، با پر کردن جاهای خالی دلیل هم نهشتی دو مثلث OAB و OAC را نشان دهید.		



فصل ششم

جای خالی

۱- الف) قائم الزاویه

ب) $\sqrt{18}$ چون اگر قطر مربع را رسم کنیم و هر ضلع آن را x در نظر بگیریم با نوشتن رابطه فیثاغورس برای یکی از مثلثهای قائم الزاویه

شکل x خواهیم داشت:



$$\xrightarrow{\text{جذر از طرفین}} x = \sqrt{18} \rightarrow 6^2 = x^2 + x^2 \rightarrow \frac{36}{2} = \frac{2x^2}{2} \rightarrow x^2 = 18$$

ضلع دوم + ضلع اول = وتر

ج) زاویه

د) ۴ چون اعداد ۳ و ۴ و ۵ از معروفترین اعداد فیثاغورسی هستند.



ب) چون اضلاع مربع با هم مساویند با در نظر گرفتن یکی از مثلث‌های قائم‌الزاویه و داشتن وتر ۱۰ خواهیم داشت:



ضلع دوم + ضلع اول = وتر

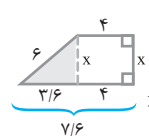
$$10^2 = x^2 + x^2 \rightarrow 100 = 2x^2 \rightarrow x^2 = \frac{100}{2} = 50 \rightarrow x = \sqrt{50}$$

پس هر ضلع مربع $\sqrt{50}$ می‌شود و خواهیم داشت:

$$\text{محیط مربع} = 4 \times \text{یک ضلع} = 4 \times \sqrt{50} = 4\sqrt{50}$$

$$= (\sqrt{50})^2 = 50 = \text{مساحت مربع}$$

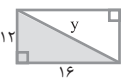
۶- الف) با انجام کارهای لازم در شکل دوزنقه، می‌توانیم برای مثلث قائم‌الزاویه هاشور زده شده رابطه فیثاغورس را بنویسیم و X را محاسبه کنیم.



ضلع دوم + ضلع اول = وتر

$$4^2 = (3/6)^2 + x^2 \rightarrow 16 = 1/4 + x^2 \rightarrow x^2 = 16 - 1/4 = 63/4 \rightarrow x = \sqrt{63/4} = \sqrt{63}/2 = 3\sqrt{7}/2$$

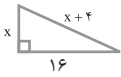
ب) با نوشتن رابطه فیثاغورس برای مثلث هاشور خورده داریم:



ضلع دوم + ضلع اول = وتر

$$y^2 = 12^2 + 16^2 \rightarrow y^2 = 144 + 256 \rightarrow y^2 = 400 \rightarrow y = \sqrt{400} = 20$$

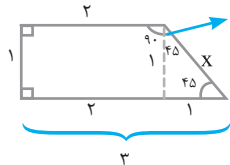
ج) رابطه فیثاغورس را برای این مثلث می‌نویسیم و با کمک محاسبه عبارتهای جبری خواهیم داشت:



ضلع دوم + ضلع اول = وتر

$$(x+4)^2 = x^2 + 16^2 \rightarrow x^2 + 8x + 16 = x^2 + 256 \rightarrow 8x = 256 - 16 \rightarrow 8x = 240 \rightarrow x = \frac{240}{8} = 30$$

۷- با رسم خط نقطه چین در شکل، مثلث قائم‌الزاویه متساوی الساقین با اضلاع قائمه ۱ و ۱ و زاویه های تند ۴۵ و ۴۵ داریم. حالا رابطه فیثاغورس را برای این مثلث می‌نویسیم.



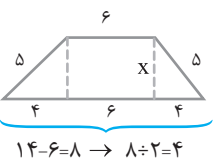
$$1^2 + 1^2 = x^2 \rightarrow 2 = x^2 \rightarrow x = \sqrt{2}$$

ضلع دوم + ضلع اول = وتر

$$x^2 = 1^2 + 1^2 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\text{مجموع اضلاع} = \text{محیط دوزنقه} = 1 + 2 + \sqrt{2} + 3 = 6 + \sqrt{2}$$

۸- برای محاسبه ارتفاع دوزنقه، نقطه چینهای مطابق شکل رسم می‌کنیم سپس برای مثلث هاشور خورده رابطه فیثاغورس را می‌نویسیم و ارتفاع دوزنقه محاسبه می‌شود.

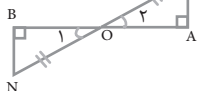


$$5^2 = 4^2 + x^2 \rightarrow 25 = 16 + x^2 \rightarrow x^2 = 25 - 16 = 9 \rightarrow x = \sqrt{9} = 3$$

$$14 - 6 = 8 \rightarrow 8 \div 2 = 4$$

۹- O وسط MN است ON=OM

به حالت وتر و یک زاویه تند $\Delta \cong \Delta$ متقابل به رأسند $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ زاویه تند $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$



درست یا نادرست

۲- الف) نادرست، چون رابطه فیثاغورس فقط برای مثلث قائم‌الزاویه است.

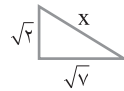


ب) نادرست، مثل دو شکل مقابل



ج) درست، در شکل درستی رابطه فیثاغورس را بررسی می‌کنیم.

$$2 = 1 + 1 \rightarrow 2 = 1^2 + 1^2 \rightarrow (\sqrt{2})^2 = 1^2 + 1^2 \rightarrow \text{ضلع دوم} + \text{ضلع اول} = \text{وتر}$$



د) درست، چون

$$x^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 \rightarrow x^2 = 2 + 2 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \sqrt{4} = 2$$

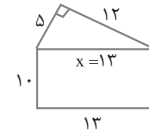
تستی

۳- الف) گزینه ۳، هم می‌توانیم رابطه فیثاغورس را بنویسیم هم به خاطر داشته باشیم ۱۰ و ۸ و ۶ اعداد فیثاغورسی هستند.

ب) گزینه ۱، چون در سوال ۲ قسمت ج دیدیم اگر قطر مربع $\sqrt{2}$ باشد هر ضلع ۱ می‌باشد و محیط مربع می‌شود یک ضلع $\times 4 = 4$ پس می‌شود $1 \times 4 = 4$

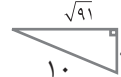
ج) گزینه ۳ د) گزینه ۱، در مثلث قائم‌الزاویه وتر X را پیدا می‌کنیم.

محیط هر شکل می‌شود مجموع اضلاع شکل و در اینجا با اعداد روی شکل خواهیم داشت



$$\text{محیط} = 5 + 12 + 10 + 13 + 10 = 50$$

تشریحی



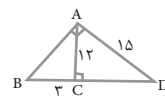
۴- الف) ضلع دوم + ضلع اول = وتر

$$10^2 = (\sqrt{91})^2 + 3^2 \rightarrow 100 = 91 + 9 \rightarrow 100 = 100$$

ب) با در نظر گرفتن بزرگترین ضلع به عنوان وتر، رابطه فیثاغورس را می‌نویسیم اگر دو طرف تساوی با هم برابر بود مثلث، قائم‌الزاویه است.

مثلث قائم‌الزاویه است. $(\sqrt{13})^2 = 2^2 + 3^2 \rightarrow 13 = 4 + 9 \rightarrow 13 = 13$ مثلث قائم‌الزاویه نیست $7^2 = 5^2 + 6^2 \rightarrow 49 = 25 + 36 \rightarrow 49 \neq 61$

۵- الف) برای محاسبه محیط نیاز به اندازه ۳ ضلع داریم ابتدا در مثلث قائم‌الزاویه ABC وتر AB را پیدا می‌کنیم.



$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \rightarrow AB^2 = 12^2 + 3^2 \rightarrow$$

$$AB^2 = 144 + 9 \rightarrow AB^2 = 153 \rightarrow AB = \sqrt{153}$$

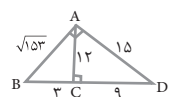
در مثلث ACD هم با کمک رابطه فیثاغورس ضلع CD را به دست می‌آوریم.

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 \rightarrow 15^2 + 12^2 + CD^2 \rightarrow 225 = 144 + CD^2$$

$$\rightarrow CD^2 = 225 - 144 \rightarrow CD^2 = 81 \rightarrow CD = \sqrt{81} = 9$$

$$\text{محیط مثلث} = 15 + 12 + \sqrt{153} = 27 + \sqrt{153}$$

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} = \frac{12 \times 12}{2} = 72$$





-۱۶

$$\begin{cases} OA=OA & \text{ضلع مشترک} \\ OB=OC & \text{شعاع‌های دایره} \end{cases} \rightarrow \triangle OAB \cong \triangle OAC$$

به حالت ض ض ض $\rightarrow \triangle OAB \cong \triangle OAC$

$$\begin{cases} \angle AOC = \angle AOB = 90^\circ \end{cases}$$

-۱۰

$$\begin{cases} \angle B = \angle C = 90^\circ \\ OA = OA & \text{وتر مشترک} \\ OB = OC & \text{شعاع‌های دایره} \end{cases} \rightarrow \triangle OAB \cong \triangle OAC$$

وتر و یک ضلع

$$\begin{cases} \angle A_1 = \angle A_2 \\ \angle O_1 = \angle O_2 \\ AB = AC \end{cases}$$

اجزای متناظر

۱۱- دو مثلث شکل الف به حالت وتر و یک ضلع هم نهشت اند ولی دو مثلث شکل ب هم نهشت نیستند چون زاویه مشخص شده بین دو ضلع قرار ندارد.

۱۲- الف)

$$AC = DF \rightarrow 4x + 3 = 2x + 17 \rightarrow 4x - 2x = 17 - 3 \rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{14}{2} \rightarrow x = 7$$

$$\angle B = \angle E \rightarrow \frac{4y}{4} = \frac{80}{4} \rightarrow y = 20$$

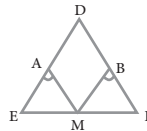
ب) $\angle A = \angle D \rightarrow x - 20 = 100 \rightarrow x = 100 + 20 = 120$ $\angle C = \angle F \rightarrow y = 50$

ج) $AB = DE \rightarrow x = 2x - 7 \rightarrow x - 2x = -7 \rightarrow \frac{-1x}{-1} = \frac{-7}{-1} \rightarrow x = 7$

$$AC = DF \rightarrow 5y + 20 = 15y \rightarrow 15y - 5y = 20 \rightarrow \frac{10y}{10} = \frac{20}{10} \rightarrow y = 2$$

$$BC = EF \rightarrow z = 34$$

۱۳- چون مثلث DEF متساوی الاضلاع است پس MA و MB علاوه بر آن که بر ضلع‌های مقابلشان عمود شدند آنها را نصف هم می‌کنند پس



$$\begin{cases} \angle B = \angle A = 90^\circ \\ MF = ME \\ \angle E = \angle F = 60^\circ \end{cases} \quad \text{(وتر)}$$

به حالت وتر و یک زاویه تند $\rightarrow \triangle MEF \cong \triangle MDE$

$$\angle BMF = \angle AME \quad AM = BM$$

۱۴- در لوزی ۴ ضلع مساویند پس

$$\begin{cases} BC=AB & \text{ضلع‌های لوزی} \\ DC=AD & \text{به حالت ض ض ض} \rightarrow \triangle DCB \cong \triangle DCA \\ BD=BD & \text{ضلع مشترک} \end{cases}$$

به حالت (ض ض ض) یا (ز ض ز) هم می‌توان ثابت کرد (به عهده دانش آموز)

-۱۵

$$\angle D' = \angle D \rightarrow 4y - 30 = 2y + 50 \rightarrow 4y - 2y = 50 + 30 \rightarrow \frac{2y}{2} = \frac{80}{2} \rightarrow y = 40$$

$$\angle B = \angle B' \rightarrow x + 25 = 2x \rightarrow 2x - x = 25 \rightarrow x = 25$$

با جایگذاری x و y داریم:

$$\angle B = x + 25 = 25 + 25 = 50 \quad D' = 4y - 30 = 4(40) - 30 = 130$$