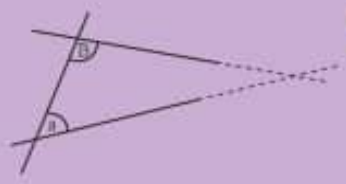
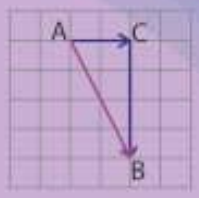
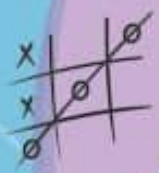
همراه با درسنامه







ریاضی هشتم

- نکات و توضیحات کتاب ریاضی
- پایه هشتم
- دوره اوّل متوسطه
- گروه آموزشی ریاضی متوسطه اول استان خوزستان

فصل ۸: آمار و احتمال

مدرسه تعطیل است ولی آموزش تعطیل نیست.

بسمه تعالی

درس نامه و نکات کلیدی و حل تمرین های فصل هشتم پایه هشتم

سمیه انصاری- عبدالهادی آرامی-عبدالله بهزادی

درس اول: دسته بندی داده ها

علم آمار: علم جمع‌آوری، سازماندهی، تجزیه و تحلیل و تفسیر اطلاعات را علم آمار می‌گوییم.

داده: به اطلاعات عددی جمع‌آوری شده داده گفته می‌شود.

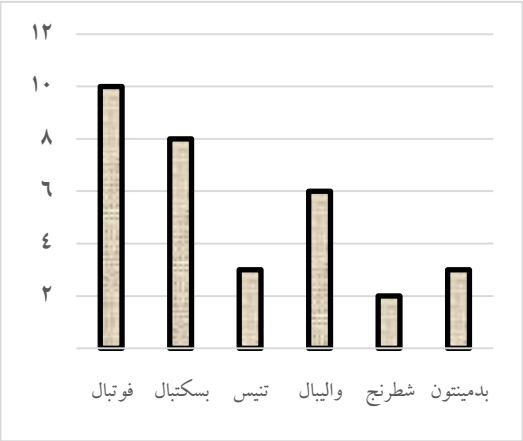
جدول داده‌ها: برای این‌که اطلاعات عددی (داده‌ها) به دست آمده راحت تر مورد استفاده قرار گیرند، آن‌ها را درون یک جدول منظم قرار می‌دهیم که به آن جدول داده‌ها گفته می‌شود.

چوب خط (خط و نشان): برای راحتی و سرعت عمل جمع‌آوری اطلاعات در هر طبقه به ازای هر عدد یک چوب خط می‌گذاریم. پس از چهار چوب خط، چوب خط پنجم را روی آن می‌کشیم (𝍸=۵).

فراوانی: به تعداد چوب خط‌های هر دسته (طبقه) فراوانی آن دسته گفته می‌شود.

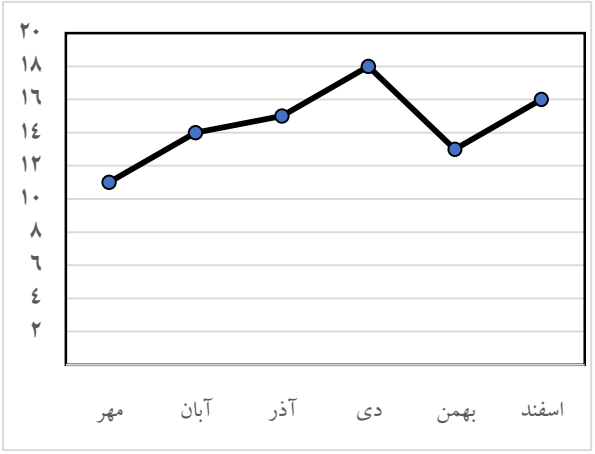
نمودارهای آماری : برای آن‌که بتوان به راحتی داده‌های آماری را واضح و روشن مورد بررسی قرار داد و تصمیم‌گیری کرد، هر یک از جدول های آماری را به وسیله نمودار هایی معرفی می کنیم که به آن ها نمودارهای آماری گفته می‌شود.

نمودار میله‌ای یا ستونی: برای **مقایسه** تعداد یا مقادیر واقعی استفاده می‌شود.



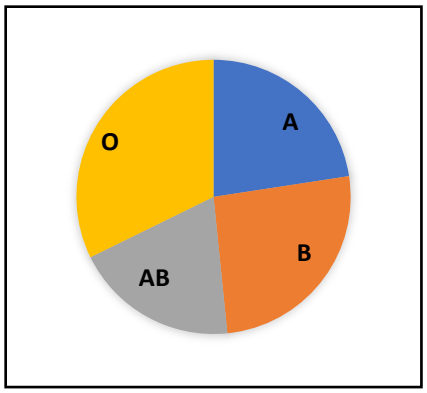
میزان علاقمندی دانش آموزان یک کلاس به رشته های ورزشی مختلف

نمودار خط شکسته : برای نشان دادن **تغییرات** داده‌ها در مدت مشخص استفاده می‌شود.



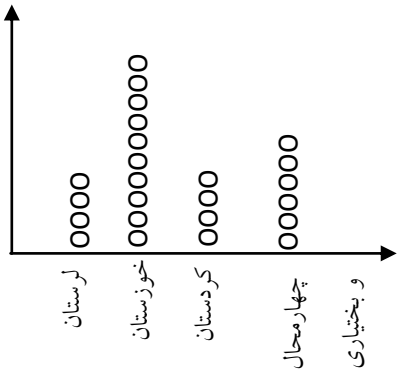
نمودار میانگین نمرات درس ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس در شش ماهه اول سال تحصیلی

نمودار دایره‌ای: برای نمایش تعداد داده‌های هر بخش به نسبت کل، استفاده می شود.



نمودار نسبت گروه‌های مختلف خونی دانش‌آموزان یک مدرسه

نمودار تصویری : برای داده‌های بزرگ و تقریبی استفاده می‌شود.



نمودار برداشت گندم در چهار استان به صورت تقریبی

دامنه تغییرات : به اختلاف بیش‌ترین داده و کم‌ترین داده، دامنه تغییرات گفته می‌شود.

کوچک‌ترین داده – بزرگ‌ترین داده = دامنه تغییرات

طول دسته (حدود دسته): به حاصل تقسیم دامنه تغییرات بر تعداد دسته ها، طول دسته گفته می‌شود.

$$\text{طول دسته (حدود دسته)} = \frac{\text{دامنه تغییرات}}{\text{تعداد دسته‌ها}}$$

مثال) بین نمرات درس ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس کم‌ترین نمره ۴ و بیشترین نمره ۱۹ بوده است.

الف) دامنه تغییرات را به دست آورید.

$$\text{دامنه تغییرات} = \text{بزرگ‌ترین داده} - \text{کوچک‌ترین داده} = ۱۹ - ۴ = ۱۵$$

ب) اگر بخواهیم نمرات را به ۵ دسته تقسیم کنیم، طول هر دسته را تعیین کنید.

$$\text{حدود دسته} = \frac{\text{دامنه تغییرات}}{\text{تعداد دسته‌ها}}$$

ج) حدود دسته‌ها را تعیین کنید.

دسته اول : $۴ \leq x < ۷$ $(۴ + ۳ = ۷)$ دسته دوم: $۷ \leq x < ۱۰$

دسته سوم : $۱۰ \leq x < ۱۳$ دسته چهارم : $۱۳ \leq x < ۱۶$

دسته پنجم: $۱۶ \leq x \leq ۱۹$

✓ نکته: در هر دسته عدد کوچکتر متعلق به خود دسته می باشد ولی عدد بزرگتر متعلق به آن دسته نیست، بجز دسته آخر.

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس اول را حل کنید.

درس دوم: میانگین داده ها

میانگین: میانگین هر تعداد از داده‌های آماری از تقسیم مجموع داده ها بر تعداد آن ها به دست می‌آید.

($\bar{x}$ میانگین و S مجموع داده‌ها و n تعداد داده‌ها) $\bar{x} = \frac{S}{n}$

مثال) نمرات چهار درس امیرحسین ۱۸، ۲۰، ۱۴ و ۱۷ است. میانگین نمرات او را به دست آورید.

$$\bar{x} = \frac{S}{n} = \frac{۱۸+۲۰+۱۴+۱۷}{۴} = ۱۷/۲۵$$

مثال) میانگین ۶ داده آماری برابر ۱۲ می‌باشد. اگر اعداد ۱۵ و ۱۷ را به این اعداد اضافه کنیم، میانگین جدید را حساب کنید.

مجموع = میانگین × تعداد → مجموع = ۶×۱۲=۷۲

مجموع جدید = ۷۲ + ۱۵ + ۱۷ = ۱۰۴

تعداد جدید = ۶ + ۲ = ۸

→ میانگین جدید = $\frac{۱۰۴}{۸}$ = ۱۳

نکته: اگر از بین داده یک عدد کمتر از میانگین را حذف کنیم، میانگین جدید بیشتر می شود. و برعکس اگر داده بیشتر از میانگین باشد، میانگین جدید کمتر می‌شود.

مثال) میانگین نمرات یک دانش آموز ۱۷/۵ می‌باشد. اگر نمره ۱۹ را از بین نمرات او حذف کنیم، میانگین جدید بیشتر می‌شود یا کمتر؟ چرا؟

پاسخ) میانگین کمتر می‌شود. زیرا نمره ۱۹ از میانگین بیشتر می‌باشد.

نکته: اگر همه داده ها با مقدار ثابتی جمع یا تفریق شوند، میانگین نیز با همان مقدار ثابت جمع یا تفریق می‌شود.

مثال) میانگین نمرات یک دانش آموز ۱۸ می‌باشد. اگر از همه نمرات او ۱/۵ نمره کم کنیم، میانگین نمرات او چقدر می‌شود؟

پاسخ) از میانگین نیز ۱/۵ نمره کم می‌شود. $\bar{x} = ۱۸ - ۱/۵ = ۱۶/۵$

نکته: اگر همه داده‌ها در مقدار ثابتی ضرب یا تقسیم شوند، آن‌گاه میانگین نیز در همان مقدار ثابت ضرب یا تقسیم می‌شود.

میانگین در جدول آماری : ابتدا یک ستون به عنوان مرکز دسته (متوسط دسته) ایجاد می‌کنیم که مرکز هر دسته را با استفاده از رابطه $\frac{\text{عدد پایین دسته+عدد بالای دسته}}{۲}$ محاسبه می‌کنیم و در نهایت اگر مجموع اعداد ستون ((فراوانی × متوسط)) را بر مجموع فراوانی ها تقسیم کنیم، میانگین تقریبی به دست می‌آید.

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع ستون (فراوانی} \times \text{متوسط)}}{\text{مجموع ستون فراوانی ها}}$$

مثال) جدول زیر را کامل کرده و میانگین را به دست آورید .(عبارت های داخل مستطیل، جواب ها هستند)

حدود دسته‌ها	خط و نشان	فراوانی	متوسط دسته	ط
$۱ \leq x < ۷$	𝍸	۵	$\frac{۱+۷}{۲} = ۴$	$۴ \times ۵ = ۲۰$
$۷ \leq x < ۱۳$	𝍸	۳	$\frac{۷+۱۳}{۲} = ۱۰$	$۳ \times ۱۰ = ۳۰$
$۱۳ \leq x < ۱۹$	𝍸		$\frac{۱۳+۱۹}{۲} = ۱۶$	$۴ \times ۱۶ = ۶۴$
مجموع		۱۲		۱۱۴

$$\text{میانگین} = \frac{۱۱۴}{۱۲} = ۹/۵$$

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس دوم را حل کنید.

درس سوم: احتمال یا اندازه گیری شانس

پیشامد: به اتفاقی گفته می‌شود که ممکن است رخ بدهد یا رخ ندهد. مثل پیشامد رو آمدن در پرتاب سکه

احتمال : به نسبت تعداد حالت‌های مطلوب به تعداد کل حالت های ممکن برای یک پیشامد، احتمال گفته می‌شود.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \qquad \text{احتمال} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد حالت‌های ممکن}}$$

مثال) در یک کیسه ۵ مهره سفید، ۴ مهره قرمز و ۳ مهره سبز وجود دارد . یک مهره به تصادف از این کیسه خارج می‌کنیم، احتمال این‌که این مهره قرمز باشد چقدر است؟

تعداد حالت های مطلوب=تعداد مهره های قرمز=۴ تعداد حالت های ممکن=تعداد کل مهره ها= ۱۲

$$\text{احتمال} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد حالت‌های ممکن}} = \frac{۴}{۱۲} = \frac{۱}{۳}$$

پیشامدقطعی(حتمی): پیشامدی که به طور حتم رخ بدهد . احتمال آن یک است . مانند احتمال کمتر از ۷ آمدن در پرتاب تاس.

پیشامد غیرممکن: پیشامدی که اصلا رخ ندهد. احتمال آن مساوی صفر است. مانند احتمال ظاهر شدن عدد ۸ در پرتاب تاس.

نکته: احتمال رخ دادن هر پیشامد عددی از صفر تا یک است، یعنی $۰ \leq P(A) \leq ۱$ است.

مثال) وقتی تاسی را پرتاب می‌کنیم، احتمال این‌که عددی فرد بیاید چند است؟

$$\text{حالت های ممکن} = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\} = ۶ \qquad \text{حالت های مطلوب} = \{۱, ۳, ۵\} = ۳$$

$$\text{احتمال} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد حالت‌های ممکن}} = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$$

نکته: مجموع احتمال های رخ دادن و رخ ندادن یک پیشامد برابر یک است و به کمک احتمال رخ دادن یک پیشامد می توان احتمال رخ ندادن آن را محاسبه کرد .

احتمال رخ ندادن = ۱ − احتمال رخ دادن

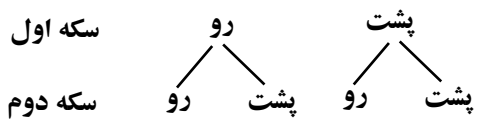
مثال1) احتمال برخورد یک تیر به هدف می‌باشد $\frac{۲}{۹}$. احتمال برخورد نکردن تیر به هدف چقدر است؟

$$۱-\frac{۲}{۹} = \frac{۹-۲}{۹} = \frac{۷}{۹}$$

بررسی حالت‌های ممکن: برای محاسبه هر نوع احتمال در یک پیشامد ما نیاز به تعداد کل حالت - های ممکن پیشامد داریم، که برای به دست آوردن کل حالت های ممکن می توان از جدول نظام دار یا نمودار درختی استفاده کرد.

مثال ۱) یک سکه را دوبار پرتاب می‌کنیم. حالت‌های ممکن را بنویسید.

پاسخ) برای به دست آوردن حالت های ممکن می توان از نمودار درختی استفاده کرد. در نتیجه تعداد کل حالت‌های ممکن ۴ حالت باشد.



(رو-رو) ، (رو-پشت) ، (پشت-رو) ، (پشت-پشت)

مثال ۲) دو تاس را پرتاب می کنیم. با استفاده از جدول نظام دار تعداد کل حالت های ممکن را به دست آورید.

پاسخ) با هر شماره از تاس اول ممکن است ۶ شماره برای تاس دوم بیاید.

تاس اول/ دوم	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	(۱و۱)	(۱و۲)	(۱و۳)	(۱و۴)	(۱و ۵)	(۱و۶)
۲	(۲و۱)	(۲و۲)	(۲و ۳)	(۲و ۴)	(۲و ۵)	(۲و ۶)
۳	(۳و۱)	(۳و ۲)	(۳و ۳)	(۳و ۴)	(۳و ۵)	(۳و ۶)
۴	(۴و۱)	(۴و ۲)	(۴و ۳)	(۴و ۴)	(۴و ۵)	(۴و ۶)
۵	(۵و۱)	(۵و۲)	(۵و۳)	(۵و۴)	(۵و ۵)	(۵و ۶)
۶	(۶و۱)	(۶و۲)	(۶و۳)	(۶و۴)	(۶و ۵)	(۶و ۶)

بنابراین برای پرتاب دو تاس ۳۶ حالت ممکن وجود دارد

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس سوم را حل کنید.