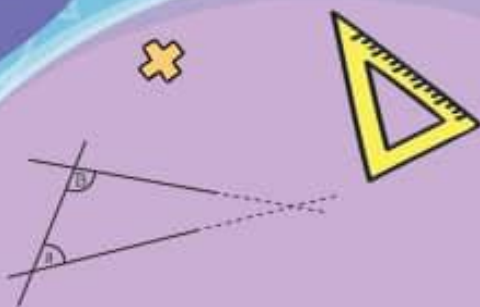
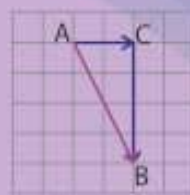


همراه با درسنامه



$$x^2 = x \cdot x$$



ریاضی هشتم

- نکات و توضیحات کتاب ریاضی
- پایه هشتم
- دوره اول متوسطه
- گروه آموزشی ریاضی متوسطه اول استان خوزستان

فصل ۹: دایره ها

مدرسه تعطیل است ولی آموزش تعطیل نیست.

بسمه تعالی

درس نامه و نکات کلیدی و حل تمرین های فصل نهم پایه هشتم

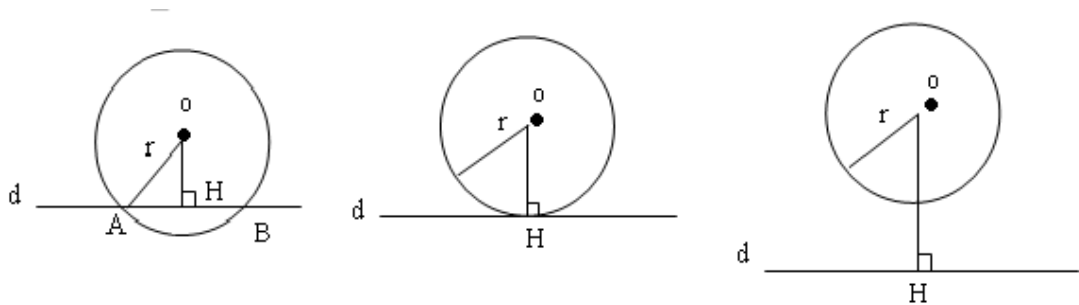
سمیه انصاری-عبدالهادی آرامی-عبدالله بهزادی

درس اول: خط و دایره

دایره: مکان هندسی تمام نقاطی از صفحه است که از یک نقطه به نام مرکز دایره به یک فاصله است. این فاصله شعاع دایره نامیده می شود.

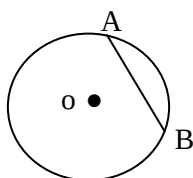
نکته: فاصله یک نقطه از یک خط (کوتاه ترین فاصله) طول پاره خطی است که از آن نقطه بر خط عمود می شود.

وضعیت خط و دایره



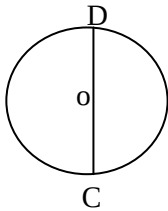
(۱) خط از داخل دایره می گذرد.	(۱) خط بر دایره مماس است.	(۱) خط خارج از دایره است.
(۲) $OH < r$	(۲) $OH = r$	(۲) $OH > r$
(۳) خط و دایره دو نقطه مشترک دارند.	(۳) خط و دایره یک نقطه مشترک دارند.	(۳) خط و دایره هیچ نقطه مشترکی ندارند.

تذکره ۱: شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.

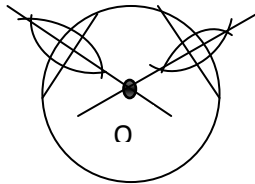


تذکره ۲: وتر دایره، پاره خطی است که دو سر یک کمان را به هم وصل می کند.

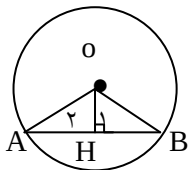
تذکره ۳: بزرگترین وتر دایره، قطر دایره است که از مرکز آن می‌گذرد و دایره را به دو کمان مساوی 180° درجه تقسیم می‌کند.
 $\overline{CD}$ وتر = قطر دایره



تعیین مرکز دایره: دو وتر غیرموازی رسم کرده و سپس عمود منصف هر دو وتر را رسم می‌کنیم. محل برخورد دو عمود منصف مرکز دایره است (O مرکز دایره است).



سوال ۱: نشان دهید اگر خطی از مرکز دایره بر وتر عمود شود، آن را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند (O مرکز دایره است).



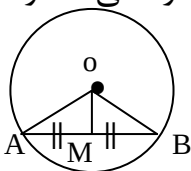
به حالت وتر و یک ضلع (شعاع دایره) فرض مسئله $\overline{OA} = \overline{OB}$
 $\Delta AOH \cong \Delta BOH$
 ضلع مشترک $\overline{OH} = \overline{OH}$ استدلال

بنابراین $\overline{AH} = \overline{HB}$ ←

نتیجه: اگر خطی از مرکز دایره بر وتر عمود شود، آن را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند.

$$\widehat{AH} = \widehat{HB} = 90^\circ \rightarrow \overline{AH} = \overline{HB}$$

سوال ۲: نشان دهید اگر خطی از مرکز دایره به وسط وتر رسم کنیم بر آن وتر عمود می‌شود (O مرکز دایره است).



شعاع دایره $\overline{OA} = \overline{OB}$ و $\widehat{AM} = \widehat{MB} = 90^\circ$
 $\overline{AM} = \overline{MB}$

$\overline{OA} = \overline{OB}$ (شعاع دایره) فرض مسئله

به حالت (ض ض ض)

$$\Delta AOM \cong \Delta BOM$$

استدلال

$\overline{OM} = \overline{OM}$ ضلع مشترک

$\overline{AM} = \overline{MB}$ فرض مسئله

$$M_1 = M_2 = 90^\circ \leftarrow \text{بنابراین}$$

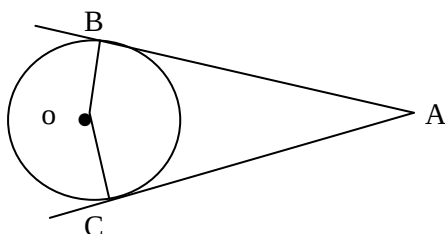
نتیجه: اگر خطی از مرکز دایره به وسط یک وتر رسم کنیم، بر آن وتر عمود می‌شود.

$$\overline{AM} = \overline{MB} \rightarrow M_1 = M_2 = 90^\circ$$

و در آخر از دو سوال بالا نتیجه می‌گیریم:

فاصله مرکز دایره از وتر، طول پاره خطی است که از مرکز دایره بر وتر عمود شده و آن را نصف می‌کند.

نکته: از هر نقطه خارج از دایره، دو مماس می‌توان بر دایره رسم کرد که طول هر دو مماس با هم برابر است.

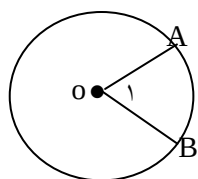


برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین‌های درس اول را حل کنید.



درس دوم: زاویه مرکزی

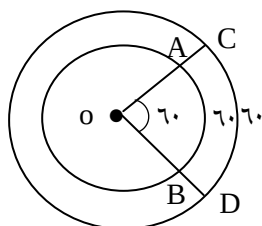
زاویه مرکزی: زاویه‌ای است که رأس آن روی مرکز دایره و اضلاع آن شعاع‌های دایره هستند.



$$\hat{O}_1 = \widehat{AB}$$

اندازه زاویه مرکزی برابر است با اندازه کمان روبروی آن.

یک رابطه مهم:



$$\frac{\widehat{AB} \text{ اندازه کمان } AB}{360} = \frac{\widehat{AB} \text{ طول کمان } AB}{\text{محیط دایره}}$$

مثال 1) اگر $\overline{OB} = 1 \text{ cm}$ باشد، طول کمان $\widehat{AB}$ چقدر است؟

$$\text{محیط دایره} \Rightarrow 2\pi r = 1 \times 2 \times \pi = 2\pi$$

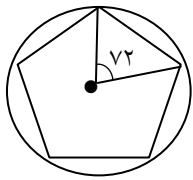
$$\frac{60}{360} = \frac{x}{2\pi} \quad \rightarrow \quad x = \frac{60 \times 2\pi}{360} = \frac{\pi}{3}$$

مثال 2) اگر $\overline{OD} = 2 \text{ cm}$ باشد، طول کمان $\widehat{CD}$ چقدر است؟

$$\text{محیط دایره} \Rightarrow 2 \times 2 \times \pi = 4\pi$$

$$\frac{60}{360} = \frac{x}{4\pi} \quad \rightarrow \quad x = \frac{60 \times 4\pi}{360} = \frac{2\pi}{3}$$

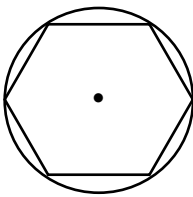




طریقه رسم پنج ضلعی منتظم: ابتدا ۳۶۰ را تقسیم بر ۵ کرده و اندازه زاویه مرکزی ۵

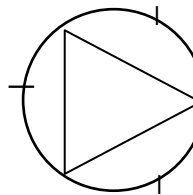
ضلعی منتظم را به دست می آوریم. $\left(\frac{360}{5} = 72\right)$ حال زاویه مرکزی ۷۲ درجه را رسم

می کنیم. دهانه پرگار را به اندازه کمان ۷۲ درجه باز کرده و سوزن پرگار را روی یکی از نقاط برخورد اضلاع زاویه با محیط دایره قرار داده و کمان های پی در پی می زنیم. حال نقاط ایجاد شده را به هم وصل می کنیم.



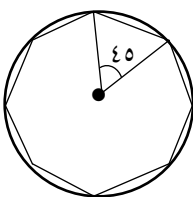
طریقه رسم شش ضلعی منتظم: دهانه پرگار را به اندازه شعاع موردنظر باز کرده و از

یک نقطه دلخواه روی محیط دایره کمان های پی در پی می زنیم. بدین ترتیب دایره به ۶ کمان مساوی تقسیم می شود. حال نقاط به دست آمده را به هم وصل می کنیم.



طریقه رسم سه ضلعی منتظم: مانند آنچه برای شش ضلعی منتظم بود عمل می -

کنیم ولی نقاط به دست آمده را یکی در میان به هم وصل می کنیم.



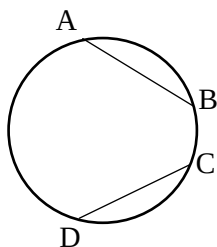
طریقه رسم هشت ضلعی منتظم: ابتدا ۳۶۰ را بر ۸ تقسیم کرده و اندازه زاویه مرکزی

۸ ضلعی منتظم را به دست می آوریم. $\left(\frac{360}{8} = 45\right)$. دهانه پرگار را به اندازه کمان ۴۵

درجه باز کرده و از یک نقطه دلخواه کمان های پی در پی می زنیم. حال نقاط ایجاد شده را به هم وصل می - کنیم.

نکته ۱: برای رسم هر n ضلعی منتظم مشابه روش‌های بالا عمل می‌کنیم.

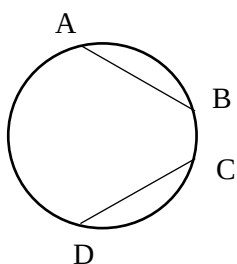
نکته ۲: وترهای نظیر کمان‌های مساوی با یکدیگر برابر می‌باشند.



$$\widehat{AB} = \widehat{CD} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{CD}$$

نکته ۳: کمان‌های نظیر وترهای مساوی با یکدیگر برابر هستند.

$$\overline{AB} = \overline{CD} \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$$



نکته ۴: قطر دایره، دایره را به دو کمان 180° درجه تقسیم می‌کند.

نکته ۵: محیط دایره، برابر 360° درجه است.

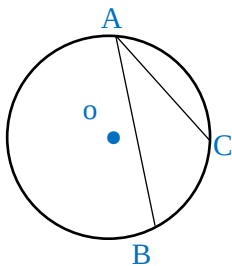
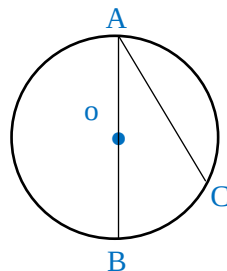
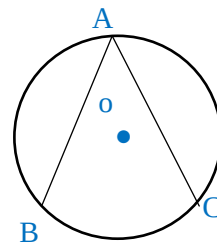
برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین‌های درس دوم را حل کنید.



درس سوم: زاویه محاطی

زاویه محاطی: به زاویه‌ای گفته می‌شود که رأس آن روی محیط دایره و اضلاع آن وترهای دایره باشند.

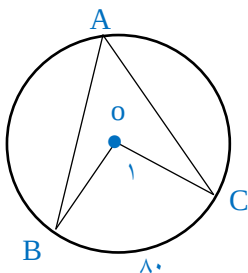
با توجه به مرکز دایره و وضعیت قرار گرفتن وترها نسبت به مرکز دایره، سه نوع زاویه محاطی می‌توانیم ایجاد کنیم.



$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

↔

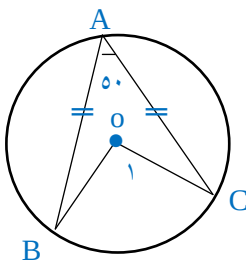
✓ اندازه زاویه محاطی نصف کمان روبروی آن است.



سوال 1) در شکل مقابل اندازه زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.

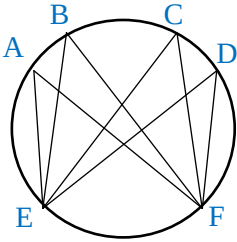
$$\hat{A} = 40^\circ$$

$$\hat{O}_1 = 80^\circ$$



سوال 2) در شکل مقابل اندازه زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.

$$\hat{O}_1 = 100^\circ \quad \widehat{AB} = 130^\circ \quad \widehat{BC} = 100^\circ$$

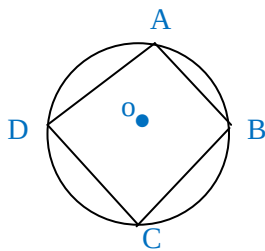


نکته ۱: بی شمار زاویه محاطی رو به روی یک کمان وجود دارد.

نکته ۲: زوایای محاطی رو به روی یک کمان با هم برابرند.

$$\hat{A} = \frac{\widehat{EF}}{2}, \quad \hat{B} = \frac{\widehat{EF}}{2}, \quad \hat{C} = \frac{\widehat{EF}}{2}, \quad \hat{D} = \frac{\widehat{EF}}{2} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D}$$

نکته ۳: به چهارضلعی که چهار رأس آن روی محیط دایره باشد، چهارضلعی محاطی گفته می-شود.

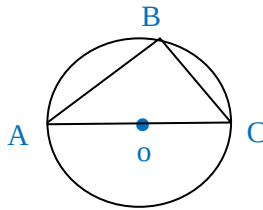


و زاویه های روبرو در این چهارضلعی مکمل یکدیگرند.

$$\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$$

نکته ۴: زاویه محاطی رو به روی قطر ۹۰ درجه است.



$$\hat{B} = \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس سوم را حل کنید.

