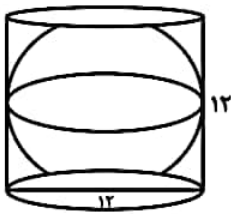
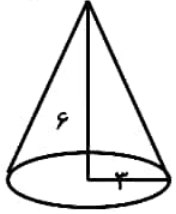


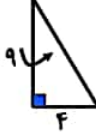
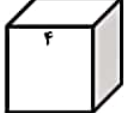
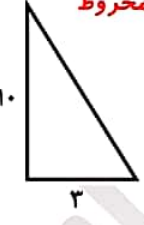
نمونه سوالات فصل هشتم: حجم



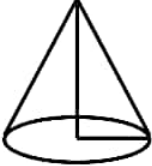
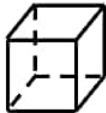
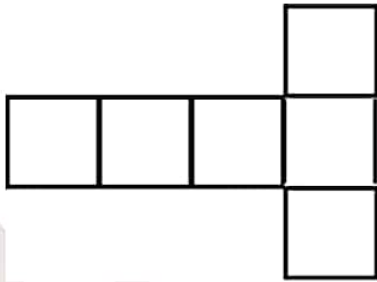
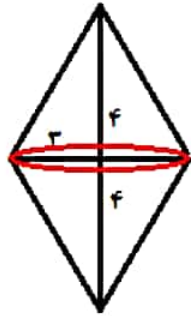
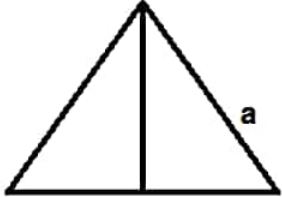
<p>۱. درستی ☒ یا نادرستی ☐ عبارتهای زیر را مشخص کنید .</p> <p>(الف) وجه های هرم به شکل مثلث است. ص</p> <p>(ب) استوانه از دوران مستطیل حول ضلع آن به دست می آید. ص</p> <p>(ت) از دوران یک نیم دایره حول قطر آن کره بوجود می آید ص</p> <p>(ث) فاصله رأس هرم تا قاعده را ارتفاع هرم گویند. ص</p> <p>(ج) هرم دو قاعده برابر به شکل دایره دارد. غ</p> <p>(ح) اگر قاعده های دو هرم هم مساحت باشند، حجم آن ها مساوی است. غ</p> <p>(خ) حجم یک مخروط که مساحت قاعده آن ۱۰ و ارتفاع آن ۱۲ cm باشد ، ۱۲۰ سانتی متر مکعب است. غ</p> <p>د اگر دو هرم دارای قاعده های هم مساحت و ارتفاع های مساوی باشند، حجم آنها با هم برابر است. ص</p> <p>(ذ) اگر کره ای را با یک صفحه برش دهیم، سطح بریده شده دایره است. ص</p>	<p>۲. در جای خالی عدد یا کلمه مناسب بنویسید.</p> <p>(الف) از دوران یک ربع دایره حول شعاع آن نیم کره بوجود می آید.</p> <p>(ب) مساحت کل هرم منتظم چهاروجهی که طول همه یال های آن a باشند برابر با $\sqrt{3}a^2$ می باشد.</p> <p>(ت) از دوران مثلث قائم الزاویه حول یک ضلع قائم آن یک ... مخروط به وجود می آید.</p> <p>(ث) مساحت یک کره به شعاع r برابر با $S = 4\pi r^2$ است.</p> <p>(ج) کره مجموعه نقاطی.. از فضا است که فاصله... این نقاط از مرکز به یک اندازه... هستند، به این اندازه شعاع کره می گوئیم.</p> <p>(ح) اگر شعاع کره ای R باشد. حجم آن از رابطه $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ و مساحت آن نیز از رابطه $S = 4\pi R^2$ بدست می آید</p> <p>(خ) از دوران مثلث قائم الزاویه حول یکی از اضلاع عمود بر هم ، مخروط به وجود می آید.</p> <p>(ذ) کره مجموعه نقاطی از فضا است که فاصله آنها از نقطه ثابتی به نام مرکز برابر است.</p> <p>(د) حجم کره ای که در استوانه محاط شده $\frac{2}{3}$ برابر حجم استوانه است.</p> <p>(ز) از دوران ۳۶۰ درجه یک نیم دایره حول قطر آن کره ... بوجود می آید.</p> <p>(ر) اگر قاعده هرمی یک مربع باشد، این هرم ۴ تا وجه جانبی دارد.</p> <p>(ژ) اگر شعاع کره ای را دو برابر کنیم، مساحت آن ۴ برابر می شود.</p> <p>(س) دستور $4\pi r^2$ برای محاسبه مساحت کره می باشد.</p> <p>(ش) از دوران یک مستطیل حول طولش استوانه حاصل می شود.</p>
<p>۳. گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>(الف) در چه صورت حجم کره با مساحت آن برابر می شود؟</p> <p>(۱) $r = 3$ (۲) $r = 4$ (۳) $r = 5$ (۴) $r = 6$</p> <p>(ب) کدام عبارت نادرست است؟</p> <p>(۱) از دوران مستطیل حول ضلعش ، استوانه پدید می آید.</p> <p>(۲) از دوران مثلث قائم الزاویه حول ضلع قائم اش ، هرم بدست می آید.</p>	

<p>(۳) مخروط شکلی شبیه هرم است که قاعده آن به شکل دایره است.</p> <p>(۴) از دوران نیم دایره حول قطرش ، کره به دست می آید.</p> <p>پ) وجوه جانبی در هرم به شکل است.</p> <p>(۱) مثلث (۲) مستطیل (۳) مربع (۴) متوازی الاضلاع</p> <p>ت) حجم هرم مربع القاعده ای به اضلاع قاعده a و ارتفاع b کدام است؟</p> <p>(۱) $\frac{1}{3}ab^2$ (۲) $\frac{1}{3}a^2b$ (۳) $\frac{ab}{3}$ (۴) $\frac{a^2b^2}{3}$</p> <p>ت) اگر کره ای در استوانه محاط شده باشد، قطر کره همواره با کدام یک از گزینه های زیر مساوی نمی باشد؟</p> <p>(۱) ارتفاع استوانه (۲) قطر قاعده استوانه</p> <p>(۳) فاصله دو قاعده استوانه (۴) نصف محیط قاعده استوانه</p> <p>ج) از دوران یک مستطیل حول عرض آن کدام شکل ایجاد می شود؟</p> <p>(۱) مکعب (۲) مکعب مستطیل (۳) استوانه (۴) هرم</p>	
<p>سوال تشریحی درس اول: کره</p> <p>۴. الف) مخزن آبی به شکل کره و به شعاع ۲ متر داریم. می خواهیم بدنه آن را رنگ بزنیم، اگر هزینه نقاشی منبع هر متر مربع ۳۰۰۰ تومان باشد، هزینه رنگ آمیزی منبع را به دست آورید. ($\pi = 3$)</p> <p>$S = 4\pi r^2 = 4 \times 3 \times (2)^2 = 48 \times 3000 = 144000$</p> <p>ب) مساحت کره ای برابر 144π سانتی متر مربع است. حجم این کره را بر حسب π به دست آورید.</p> <p>$S = 4\pi r^2 \rightarrow 144\pi = 4\pi r^2 \rightarrow r^2 = 36 \rightarrow r = 6 \rightarrow V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow V = \frac{4}{3}\pi(6)^3 = 288\pi$</p>	
<p>۵. الف) دستور محاسبه حجم کره ای به شعاع R را بنویسید.</p> <p>$V = \frac{4}{3}\pi r^3$</p> <p>ب) شکل مقابل یک ربع دایره به شعاع ۳cm است. آن را حول شعاعش دوران می دهیم</p> <p>حجم حاصل از دوران را به دست آورید. ($\pi = 3$، نوشتن فرمول الزامی است.)</p> <p>$V_{\text{نیم کره}} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{2} = \frac{4}{6}\pi(3)^3 = 18\pi$</p>	
<p>۶. شعاع تقریبی یک گلبول قرمز 3×10^{-6} میلی متر است.</p> <p>الف) شعاع تقریبی گلبول قرمز را با نماد علمی بنویسید.</p> <p>$3 \times 10^{-6} = 3 / 1000000$</p> <p>ب) فرمول حجم کره را بنویسید و با استفاده از آن حجم گلبول قرمز را به دست آورید. (استفاده از نماد π به جای ۳/۱۴ در محاسبات بلامانع است.)</p> <p>$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times (3 \times 10^{-6})^3 = 36\pi \times 10^{-18}$</p>	

۷.	حجم و مساحت کره ای به شعاع ۶ cm را حساب کنید. (محاسبات را بر حسب π (پی) نمایش دهید. و نوشتن فرمول الزامی است.)	$S = 4\pi r^2 = 4 \times \pi \times (6)^2 = 144\pi$ $v = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times (6)^3 = 288\pi$
۸.	مساحت یک کره جغرافیایی به شعاع ۱۰ cm را حساب کنید. (با نوشتن فرمول)	$S = 4\pi r^2 = 4\pi(10)^2 = 400\pi$
۹.	نیم دایره ای به قطر ۲۰ cm را حول قطر آن دوران می دهیم. حجم و مساحت شکل حاصل را حساب کنید. (نوشتن فرمول ها الزامی است.)	$S = 4\pi r^2 = 4\pi(10)^2 = 400\pi$ $v = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(10)^3 \approx 13333\pi$
۱۰.	کره ای در استوانه ای به قط قاعده و ارتفاع هم اندازه برابر ۱۲ cm محاط شده است. اگر $\pi = 3$ باشد در آن صورت : (الف) حجم کره را بدست آورید. (ب) حجم فضای بین کره و استوانه را بدست آورید.	 $v = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(6)^3 = 288\pi = 288 \times 3 = 864$ $v = sh = \pi r^2 h = \pi(6)^2 \times 12 = 432\pi = 432 \times 3 = 1296$ $432\pi - 288\pi = 144\pi = 144 \times 3 = 432$
۱۱.	در کره ای به شعاع a ، نسبت حجم کره به طح کل ($\frac{V}{S}$) را به دست آورید؟ (نوشتن فرمول الزامی است.)	$\frac{v}{s} = \frac{\frac{4}{3}\pi a^3}{4\pi a^2} = \frac{1}{3} \times a$
۱۲.	حجم کره ای 972π می باشد، مساحت کره را حساب کنید.	$972\pi = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow r^3 = \frac{3 \times 972}{4} = 729 \rightarrow r = 9$ $S = 4\pi r^2 = 4\pi(9)^2 = 324\pi$
	هرم	
۱۳.	(الف) حجم هرمی را به دست آورید که قاعده آن یک مستطیل به ابعاد ۴ و $\frac{2}{5}$ سانتی متر و ارتفاع آن ۱۲ سانتی متر است. (فرمول حجم هرم را بنویسید.) (ب- حجم شکل مقابل را بدست آورید.	 $v_{\text{هرم}} = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times 4 \times \frac{2}{5} \times 12 = 40$ $v_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times 3 \times 3 \times \pi \times 6 = 18\pi$

<p>۱۴. الف) حجم هرمی را به دست آورید که قاعده آن مستطیلی به ابعاد ۸ و ۱۲ سانتی متر و ارتفاع آن ۵ سانتی متر باشد. (نوشتن فرمول الزامی است.)</p> $v = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times 12 \times 8 \times 5 = 160$ <p>ب) حجم حاصل از دوران مثلث قائم الزاویه مقابل را حول ضلع مشخص شده در شکل را بیابید. (نوشتن فرمول الزامی است.)</p>  $v = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times \pi \times 9 = 48\pi$		۱۴
<p>۱۵. الف) مثلث قائم الزاویه ای که اضلاع قائمه آن ۶ و ۸ سانتی متر است را حول ضلع ۸ سانتی متری دوران می دهیم. A: با پایان عمل چه جسمی ایجاد می شود؟ مخروط B: حجم آن را به دست آورید. ($\pi = 3$، نوشتن فرمول الزامی است.)</p>   $v_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 3 \times 8 = 288$ <p>ب) مساحت کل یک مکعب به ضلع ۴cm را به دست آورید.</p> $v = 6a^2 = 6 \times 16 = 96$		۱۵
<p>۱۶. حجم هرمی را حساب کنید که قاعده آن یک لوزی به قطرهای ۶ و ۵ سانتی متر و ارتفاع هرم ۸ cm باشد.</p> $v = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times \frac{5 \times 6}{2} \times 8 = 40$		۱۶
<p>۱۷. الف) از دوران یک مثلث قائم الزاویه به اضلاع ۳ و ۱۰، حول ضلع ۱۰ سانتی متری چه شکلی حاصل می شود؟ مخروط ب) حجم شکل حاصل را محاسبه کنید.</p>  $v = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times 3 \times 3 \times \pi \times 10 = 30\pi$		۱۷
<p>۱۸. الف) ارشیا در خانه لیوانی مخروطی شکل به شعاع قاعده ۴cm و ارتفاع ۶cm دارد. لیوان او چند سانتیمتر مکعب حجم دارد؟ ($\pi = 3$) (نوشتن فرمول الزامی است.)</p>  $v_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times \pi \times 6 = 32\pi$ <p>ب) قاعده یک هرم مستطیلی به اضلاع ۵ و ۸ سانتیمتر است. اگر حجم این هرم ۸۰ سانتیمتر مکعب باشد، اندازه ارتفاع هرم را به دست آورید.</p> $v_{\text{هرم}} = \frac{1}{3}sh \rightarrow 80 = \frac{1}{3} \times 5 \times 8 \times h \rightarrow h = \frac{240}{40} = 6$		۱۸
<p>۱۹. مساحت کل منشور مربع القاعده به ضلع ۱۰ cm و ارتفاع ۱۲ cm را به دست آورید. (نوشتن فرمول الزامی نیست.)</p> $S_{\text{کل}} = S_{\text{جانبی}} + 2S_{\text{قاعده}} = \underbrace{4 \times 10 \times 12}_p + 2 \times 10 \times 10 = 680$		۱۹

<p>۲۰. با قسمتی از دایره ای به شعاع ۱۰ cm مخروطی به قطر ۱۲ cm ساخته ایم. حجم این مخروط را به دست آورید.</p>  $h^2 = 10^2 - 6^2$ $h = 8$ $v_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 3 \times 8 = 288$  <p>پال مخروط ۱۰ شعاع مخروط ۶</p>	
<p>۲۱. ظرفی به شکل مخروط با شعاع دهانه ۴ cm و به ارتفاع ۱۲ cm را از آب پر می کنیم و در لیوانی استوانه ای شکل که شعاع قاعده آن ۶ cm است خالی می کنیم، آب تا چه ارتفاعی در لیوان بالا می آید؟</p> $v_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times \pi \times 12 = 64\pi$ $v_{\text{مخروط}} = v_{\text{لیوان}} \rightarrow 64\pi = 6 \times 6 \times \pi h \rightarrow h = \frac{64}{36} \cong 1/8$	
<p>۲۲. حجم هرم مقابل را به دست آورید. (اندازه هر ضلع ۴ cm و ارتفاع هرم ۹ cm می باشد.)</p>  $v_{\text{هرم}} = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times 9 = 48\pi$	
<p>۲۳. از یک دایره به شعاع ۱۰ سانتی متر $\frac{1}{5}$ اش را در آورده و از باقیمانده دایره، مخروطی درست می کنیم، حجم مخروط چقدر است؟</p>  $\frac{4}{5}P_{\text{دایره}} = P_{\text{قاعده}}$ $\frac{4}{5} \times 2 \times \pi \times 10 = 2 \times \pi \times r$ $r = 8$ $h^2 = 10^2 - 8^2$ $h = 6$ $v_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times 3 \times 6 = 384$  <p>پال مخروط ۱۰ شعاع مخروط ۸</p>	

	<p>۲۴. الف) حجم مخروطی را حساب کنید که شعاع قاعده آن ۵ cm و ارتفاع آن ۹ cm باشد</p> $v = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times 5 \times 5 \times \pi \times 9 = 75\pi$ <p>ب) گسترده مکعب مقابل را رسم کنید.</p>  	<p>۲۴</p>
<p>۲۵. الف) یک لوزی به قطرهای ۶ و ۸ را حول قطر بزرگش دوران داده ایم حجم حاصل از دوران را بر حسب π به دست آورید.</p> $v_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times 3 \times 3 \times \pi \times 4 = 12\pi$ $2 \times 12\pi = 24\pi$ <p>ب) در یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a نسبت ضلع مثلث به ارتفاع آن را به دست آورید.</p> $h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$ $h = \frac{\sqrt{3}a}{2} \quad \frac{\text{ضلع}}{\text{ارتفاع}} = \frac{a}{\frac{\sqrt{3}a}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$	 	<p>۲۵</p>