برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: پاسخ سوالات ف۵ ۹ام

علیرضا عشیر

۱. کدام عبارت در تجزیهٔ چندجمله‌ای $۹x^۳ + ۱۵x^۲ - ۶x$ وجود ندارد؟

۱) x ۲) $۳x - ۱$ ۳) $۳x + ۶$ ۴) $۳x + ۱$

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا از x در عبارت فاکتور می‌گیریم:

$$x(۹x^۲ + ۱۵x - ۶) = x(۳x + ۶)(۳x - ۱)$$

عبارت $۳x + ۱$ در تجزیهٔ این عبارت وجود ندارد.

۲. تجزیهٔ عبارت $y^۲ - (۲x + ۱)^۲$ به کدام صورت درست است؟

۱) $(y - ۲x + ۱)(y + ۲x + ۱)$ ۲) $(y + ۲x - ۱)(y + ۲x + ۱)$ ۳) $(y - ۲x - ۱)(y + ۲x + ۱)$ ۴) $(y - ۲x - ۱)(y - ۲x + ۱)$

پاسخ: گزینه ۳ با کمک اتحاد مزدوج داریم:

$$y^۲ - (۲x + ۱)^۲ = (y + (۲x + ۱))(y - (۲x + ۱))$$
$$= (y + ۲x + ۱)(y - ۲x - ۱)$$

۳. در جای خالی چه‌عبارتی قرار گیرد تا حاصل مربع یک دوجمله‌ای شود؟

$$۹x^۲ + ۲۵x^۲y^۲ + \cdots\cdots\cdots$$

۱) $۳۰x^۲y$ ۲) $۱۵x^۲y$ ۳) $۱۵xy$ ۴) $۳۰xy$

پاسخ: گزینه ۱

مربع دو جمله‌ای به‌صورت روبه‌رو است: $(a + b)^۲ = a^۲ + ۲ab + b^۲$

پس برای آنکه حاصل مربع دو جمله‌ای باشد از $۹x^۲$ و $۲۵x^۲y^۲$ جذر گرفته و ضرب در ۲ می‌کنیم.

$$۹x^۲ + ۲ \times (۳x) \times (۵xy) + ۲۵x^۲y^۲ = ۹x^۲ + \boxed{۳۰x^۲y} + ۲۵x^۲y^۲$$

۴. ساده شده‌ی عبارت $(x + \sqrt{۵})(x - \sqrt{۵})$ کدام است؟

۱) $x^۲ + ۵$ ۲) $x^۲ - ۲۵$ ۳) $x^۲ - ۵$ ۴) $x^۲ + ۲۵$

پاسخ: گزینه ۳

اتحاد مزدوج: $(a + b)(a - b) = a^۲ - b^۲$ $\rightarrow$ $(x + \sqrt{۵})(x - \sqrt{۵}) = x^۲ - (\sqrt{۵})^۲ = x^۲ - ۵$

۵. در تجزیهٔ عبارت $x(x - ۲)(x - ۳) - ۴x + ۸$ کدام عبارت وجود ندارد؟

۱) $x - ۱$ ۲) $x - ۲$ ۳) $x + ۱$ ۴) $x - ۴$

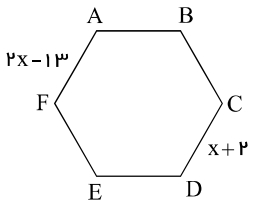
پاسخ: گزینه ۱

$$x(x - ۲)(x - ۳) - ۴x + ۸ = x(x - ۲)(x - ۳) - ۴(x - ۲)$$

$$= (x - ۲)(x(x - ۳) - ۴) = (x - ۲)(x^۲ - ۳x - ۴)$$

$$= (x - ۲)(x + ۱)(x - ۴)$$

۶. اگر $ABCDEF$ شش‌ضلعی منتظم باشد، محیط آن کدام است؟



۱) ۹۰ ۲) ۱۰۲ ۳) ۱۱۲ ۴) ۱۳۲

پاسخ: گزینه ۲ شکل داده شده یک شش‌ضلعی منتظم است، پس طول ضلع‌های آن باهم برابر است.

$$۲x - ۱۳ = x + ۲ \rightarrow ۲x - x = ۲ + ۱۳ \rightarrow x = ۱۵$$

اندازهٔ هر ضلع $= ۲(۱۵) - ۱۳ = ۳۰ - ۱۳ = ۱۷$ یا $۱۵ + ۲ = ۱۷$

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

محیط شش‌ضلعی منتظم $= ۶ \times ۱۷ = ۱۰۲$

۷. اگر $c > ۰$, $a > b > ۰$، کدام نامساوی همواره صحیح است؟

۱) $ac > bc$ ۲) $ac < bc$ ۳) $\frac{۱}{ac} < \frac{۱}{bc}$ ۴) گزینه‌های ۱ و ۳ صحیح است.

پاسخ: گزینه ۴ باتوجه به اطلاعات مسئله a و b و c هر سه مثبت و $a > b$ است.

$a > b$ اگر طرفین نامعادله را در یک عدد مثبت ضرب کنیم، جهت نامعادله تغییر نمی‌کند.

$$a > b \xrightarrow{\times c} ac > bc$$

اگر دو عدد علامت یکسانی داشته باشند و اگر طرفین نامعادله را معکوس کنیم، جهت نامعادله برعکس می‌شود. یعنی:

$$ac > bc \Rightarrow \frac{۱}{ac} < \frac{۱}{bc}$$

پس گزینهٔ ۱ و گزینهٔ ۳ هر دو صحیح هستند.

۸. عامل‌های تجزیه شدهٔ عبارت $۱۶y^۴ - ۸۱x^۴$ برابر با کدام گزینه است؟

۱) $(۲y - ۲x)(۲y^۲ + ۲x^۲)(۲y - ۲x)$ ۲) $(x+y)(y^۲ - x^۲)(x-y)$

۳) $(۲y + ۳x)(۴y^۲ + ۹x^۲)(۲y - ۳x)$ ۴) $(۴y^۲ + ۴x^۲)(۴y^۲ + ۴x^۲)$

پاسخ: گزینه ۳ با استفاده از اتحاد مزدوج عبارت را تجزیه می‌کنیم:

$$(۱۶y^۴ - ۸۱x^۴) = (۴y^۲ + ۹x^۲)\underbrace{(۴y^۲ - ۹x^۲)}_{\text{اتحاد مزدوج}} = (۴y^۲ + ۹x^۲)(۲y + ۳x)(۲y - ۳x)$$

۹. در عبارت مقابل به جای x کدام عدد را نمی‌توان قرار داد؟

$$\sqrt{۲x + ۱۰}$$

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) -۲ ۴) -۶

پاسخ: گزینه ۴

نمی‌توان -۶ قرار داد. $\rightarrow ۲x + ۱۰ \geq ۰ \rightarrow ۲x \geq -۱۰ \rightarrow x \geq -۵ \rightarrow$

۱۰. تجزیه شدهٔ عبارت $(۲x + ۳y)^۲ - (x - ۵y)^۲$ کدام گزینهٔ زیر است؟

۱) $(۳x + ۲y)(x - ۸y)$ ۲) $(۳x - ۲y)(۸x + y)$ ۳) $(۳x + ۲y)(۸x - y)$ ۴) $(۳x - ۲y)(x + ۸y)$

پاسخ: گزینه ۴ عبارت را با استفاده از اتحاد مزدوج تجزیه می‌کنیم.

$$(۲x + ۳y)^۲ - (x - ۵y)^۲ = (۲x + ۳y + x - ۵y)(۲x + ۳y - x + ۵y) = (۳x - ۲y)(x + ۸y)$$

۱۱. حاصل عبارت $\frac{(a-b)^۲}{a^۲ - b^۲} + \frac{(b^۲ - a^۲)}{(a+b)^۲}$ به ازای $a = ۱۳۹۵$ و $b = ۱۳۹۶$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۱۳۹۵ ۴) ۱۳۹۶

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا عبارت‌های گویا را ساده می‌کنیم:

$$\frac{(a-b)^۲}{a^۲ - b^۲} + \frac{(b^۲ - a^۲)}{(a+b)^۲} = \frac{(\cancel{a-b})^۲}{(\cancel{a-b})(a+b)} + \frac{(b-a)(b+a)}{(a+b)^۲}$$

$$= \frac{a-b}{a+b} + \frac{(b-a)}{(a+b)} = \frac{a-b+b-a}{a+b} = ۰$$

۱۲. مقدار عددی $۳a^۲ - b^۲ + ۲ab$ به ازای $b = ۳$ و $a = -۲$ کدام است؟

۱) ۹ ۲) -۹ ۳) ۷ ۴) -۸

پاسخ: گزینه ۲

$$۳a^۲ - b^۲ + ۲ab = ۳(-۲)^۲ - (۳)^۲ + ۲(-۲)(۳) \rightarrow ۳ \times (+۴) - ۹ - ۱۲ = +۱۲ - ۹ - ۱۲ = -۹$$

۱۳. درجه‌ی جمله‌ی $۵x^۲y^۳$ نسبت به متغیر x کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) -۱

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

پاسخ: گزینه ۱ توان x برابر ۲ می‌باشد.

۱۴. حاصل عبارت $(x-y)^{۲}$ کدام یک از عبارت‌های زیر است؟

۱) $x^{۲}-y^{۲}$ ۲) $x^{۲}-y^{۲}+۲xy$ ۳) $x^{۲}+y^{۲}$ ۴) $x^{۲}+y^{۲}-۲xy$

پاسخ: گزینه ۴

$$(x-y)^{۲}=(x-y)(x-y)=x^{۲}-۱xy-۱yx+y^{۲}=x^{۲}+y^{۲}-۲xy$$

$$(a-b)^{۲}=a^{۲}+b^{۲}-۲ab\rightarrow(x-y)^{۲}=x^{۲}+y^{۲}-۲xy$$ «استفاده از اتحاد»

۱۵. استاندارد عبارت $x^{۸}+۲x^{۶}y^{۷}+۷x^{۷}+۳y^{۳}x+y^{۴}x^{۳}$ بر حسب x کدام است؟

۱) $x^{۸}+۷x^{۷}+۲x^{۶}y^{۷}+۳xy^{۳}+x^{۳}y^{۴}$ ۲) $۲y^{۷}x^{۶}+y^{۴}x^{۳}+۳y^{۳}+x^{۸}+۷x^{۷}$

۳) $۲x^{۶}y^{۷}+x^{۸}+۷x^{۷}+x^{۳}y^{۴}+۳xy^{۳}$ ۴) $x^{۸}+۷x^{۷}+۲x^{۶}y^{۷}+x^{۳}y^{۴}+۳xy^{۳}$

پاسخ: گزینه ۴ زمانی یک چند جمله‌ای برحسب یک متغیر استاندارد می‌شود که توان‌هایش به‌صورت نزولی مرتب شوند.

برحسب x: $x^{۸}+۷x^{۷}+۲x^{۶}y^{۷}+x^{۳}y^{۴}+۳xy^{۳}$

برحسب y: $۲y^{۷}x^{۶}+y^{۴}x^{۳}+۳y^{۳}x+x^{۸}+۷x^{۷}$

۱۶. کدام یک از تساوی‌های زیر یک اتحاد است؟

۱) $x^{۲}+x=۱$ ۲) $x^{۲}-x=x(x-۱)$ ۳) $x^{۲}+x=۰$ ۴) $x^{۲}+x=x^{۳}$

پاسخ: گزینه ۲ فرق اتحاد و معادله در این است که اتحاد برای تمام اعداد برقرار است، ولی معادله فقط برای برخی اعداد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: برای $x=۰$ برقرار نیست:

$$x^{۲}+x=۱\Rightarrow ۰\neq ۱$$

گزینهٔ ۲: برای تمامی مقادیر برقرار است.

گزینهٔ ۳: برای $x=۱$ برقرار نیست:

$$x^{۲}+x=۰\Rightarrow ۱^{۲}+۱\neq ۰$$

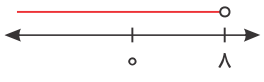
گزینهٔ ۴: برای $x=۱$ برقرار نیست:

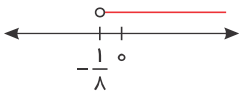
$$x^{۲}+x=x^{۳}\Rightarrow ۱^{۲}+۱\neq ۱\Rightarrow ۲\neq ۱$$

۱۷. کدام گزینه پاسخ نامعادلهٔ مقابل است؟

$$-۱+۲x>\frac{۲(x-۳)}{۵}$$

۱) $\left\{x\in R\,|\,x<+\frac{۱}{۸}\right\}$ ۲) $\left\{x\,|\,x\in Q, x>-\frac{۱}{۸}\right\}$

۳) 

۴) 

پاسخ: گزینه ۴

$$-۱+۲x>\frac{۲(x-۳)}{۵}$$
$$\Rightarrow -۵+۱۰x>۲x-۶$$
$$\Rightarrow ۱۰x-۲x>-۶+۵$$
$$\Rightarrow ۸x>-۱\Rightarrow x>\frac{-۱}{۸}$$

۱۸. کدام یک از عبارت‌های زیر یک جمله‌ای نیست؟

۱) $-\sqrt{۳x^{۲}}$ ۲) $\sqrt[۳]{y}$ ۳) $\pi x^{۲}$ ۴) $-\frac{۳}{۴}$

پاسخ: گزینه ۲ یک جمله‌ای عبارت است از حاصل‌ضرب یک ضریب عددی در متغیرهایی با توان حسابی

۱۹. درجه‌ی چند جمله‌ای $x^{۲}y-xy$ نسبت به تمام حروف برابر است با: (هرمزگان – خرداد ۹۵)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینه ۲ درجه‌ی چندجمله‌ای برابر است با مجموع بزرگ‌ترین توان از هر متغیر.

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

۲۰. کدام گزینه یک عبارت یک جمله‌ای است؟ (اردبیل – خرداد ۹۵)

۱) $۷\sqrt{x}$ ۲) ۵ ۳) $\frac{۴}{x}$ ۴) $۸y^{-۴}$

پاسخ: گزینه ۲

۲۱. اگر $a\Delta b = a^۲ - b^۲$، در این صورت $۵\Delta۳$ برابر است با:

۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۵

پاسخ: گزینه ۳

$$۵\Delta۳ = ۵^۲ - ۳^۲ = ۲۵ - ۹ = ۱۶$$

۲۲. مقدار عبارت $a^۳ - ۲ab - b^۳$ به ازای $a = -۱$ و $b = ۲$ برابر است با:

۱) -۱۳ ۲) -۱۱ ۳) -۵ ۴) -۳

پاسخ: گزینه ۳

$$a^۳ - ۲ab - b^۳ = (-۱)^۳ - ۲(-۱)(۲) - ۲(۲)^۳ = -۱ + ۴ - ۸ = -۵$$

۲۳. اگر $a = ۵b$ و $c = -۳a$ باشند، حاصل $۲a - b + \frac{۳}{۵}c$ کدام است؟

۱) ۰ ۲) $۹b$ ۳) $۱۸b$ ۴) $۱۵b$

پاسخ: گزینه ۱ همه را برحسب b می‌نویسیم:

$$a = ۵b \ , \ c = -۳a = -۳ \times (۵b) = -۱۵b$$

یعنی: $۲a - b + \frac{۳}{۵}c = ۲(۵b) - b + \frac{۳}{۵}(-۱۵b) = ۱۰b - b - ۹b = ۰$

۲۴. درجه‌ی چندجمله‌ای $۳x^۲ - ۴x + ۱$ نسبت به x کدام است؟ (آذربایجان غربی – خرداد ۹۵)

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۳

۲۵. عبارت مقابل دارای چند جمله است؟

$$\pi a^۲b^۳ - a^۲b^۳ + \frac{۱}{۲}b^۳a^۲$$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱ چون تمام جملات این عبارت با هم متشابه هستند پس عبارت حاصل دارای یک جمله می‌باشد.

۲۶. حاصل عبارت $X(X-۱)(X+۳)(X-۴) + ۳۶$ کدام گزینه است؟

۱) $(X^۲ - X - ۶)^۲$ ۲) $(X+۱)^۴$ ۳) $(X^۲ - ۶X + ۱)^۲$ ۴) $(X^۲ + ۱)^۲$

پاسخ: گزینه ۱

$$X(X-۱)(X+۳)(X-۴) + ۳۶ = (X^۲ - X)(X+۳)(X-۴) + ۳۶ = (X^۲ - X)(X^۲ - X - ۱۲) + ۳۶$$
$$= X^۴ - X^۳ - ۱۲X^۲ - X^۳ + X^۲ + ۱۲X + ۳۶ =$$

$$X^۴ - ۲X^۳ - ۱۱X^۲ + ۱۲X + ۳۶ = (X^۲ - X - ۶)^۲$$

۲۷. مقدار عددی عبارت $x^۲ - y^۲ - (y^۲ - x^۲)$ به ازای $y = -۲$ و $x = \sqrt{۳}$ کدام است؟ (لرستان – خرداد ۹۵)

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) -۲ ۴) ۹

پاسخ: گزینه ۳

$$x^۲ - y^۲ - y^۲ + x^۲ = ۲x^۲ - ۲y^۲ = ۲(\sqrt{۳})^۲ - ۲(-۲)^۲ = ۶ - ۸ = -۲$$

۲۸. اگر $a = ۲ - \sqrt{۳}$ و $b = ۲ + \sqrt{۳}$ باشد، مقدار عددی عبارت $a^۲ + b^۲ - ۲ab$ کدام است؟

۱) ۰ ۲) ۴ ۳) ۱۲ ۴) $۴\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینه ۳ نکته: اتحاد مربع تفاضل دو جمله‌ای: $(a-b)^۲ = a^۲ + b^۲ - ۲ab$

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

$a^۲ + b^۲ - ۲ab = (a-b)^۲ = (۲ - \sqrt{۳} - (۲ + \sqrt{۳}))^۲ = (۲ - \sqrt{۳} - ۲ - \sqrt{۳})^۲$

$= (-۲\sqrt{۳})^۲ = ۴ \times ۳ = ۱۲$

۲۹. حاصل عبارت جبری $(a+۲)(a-۳) - (a-۱)^۲$ کدام است؟

۱) $a-۵$ ۲) $۲a-۵$ ۳) $a-۷$ ۴) $۲a-۷$

پاسخ: گزینه ۳

$(a+۲)(a-۳) - (a-۱)^۲ = a^۲ - ۳a + ۲a - ۶ - (a^۲ - ۲a + ۱)$

$= a^۲ - ۳a + ۲a - ۶ - a^۲ + ۲a - ۱ = +۱a - ۷ = a - ۷$

$(a-۱)^۲ = (a-۱)(a-۱) = a^۲ - ۱a - ۱a + ۱ = a^۲ - ۲a + ۱$

۳۰. اگر $xy = ۵$ و $x - y = ۲$، آنگاه حاصل $\frac{۴xy}{x^۲ + y^۲}$ برابر است با:

۱) $\frac{۱۰}{۷}$ ۲) $\frac{۱۱}{۷}$ ۳) $\frac{۱۱}{۶}$ ۴) $\frac{۱۰}{۶}$

پاسخ: گزینه ۱ طبق اتحاد مربع کامل داریم:

$(x-y)^۲ = x^۲ - ۲xy + y^۲ \xrightarrow{\text{طبق فرض}} ۲^۲ = x^۲ - ۲ \times ۵ + y^۲ \to ۱۴ = x^۲ + y^۲ \quad (I)$

$\frac{۴xy}{x^۲ + y^۲} \xrightarrow{xy=۵ \text{ و } (I)} \frac{۴ \times ۵}{۱۴} = \frac{۱۰}{۷}$

۳۱. اگر $x^۲ + ۳x + ۲ = ۰$، حاصل $(x-۱)(x+۴)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۶ ۳) -۶ ۴) ۲

پاسخ: گزینه ۳ چون حاصل $x^۲ + ۳x + ۲ = ۰$ است، می‌توانیم از حاصل $(x-۱)(x+۴)$ کم کنیم، بدون اینکه حاصل آن تغییری کند.

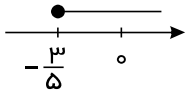
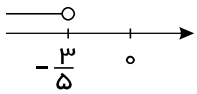
$(x-۱)(x+۴) - (x^۲ + ۳x + ۲) = x^۲ + ۳x - ۴ - x^۲ - ۳x - ۲ = -۶$

راه‌حل دوم:

$$\left.\begin{array}{l} (x-۱)(x+۴) = x^۲ + ۳x - ۴ \\ x^۲ + ۳x + ۲ = ۰ \Rightarrow x^۲ + ۳x = -۲ \end{array}\right\} \Rightarrow$$
$$x^۲ + ۳x - ۴ = -۲ - ۴ = -۶$$

۳۲. مجموعه جواب نامعادلهٔ روبه‌رو کدام است؟

$$\frac{x}{۲} - ۳ \geq ۳x - \frac{۳}{۲}$$

۱) $\left\{x \,|\, x \in \mathbb{Z} \;,\; x \leq \frac{۳}{۵}\right\}$ ۲)  ۳) $\left\{x \,|\, x \in \mathbb{R} \;,\; x \leq -\frac{۳}{۵}\right\}$ ۴) 

پاسخ: گزینه ۳ دو طرف نامعادله را در عدد دو ضرب می‌کنیم:

$x - ۶ \geq ۶x - ۳ \Rightarrow x - ۶x \geq ۶ - ۳ \Rightarrow -۵x \geq ۳ \xrightarrow{\text{تقسیم بر } (-۵)} x \leq -\frac{۳}{۵}$

$\Rightarrow \left\{x \,|\, x \in \mathbb{R} \;,\; x \leq -\frac{۳}{۵}\right\}$

۳۳. اگر $a + \frac{۱}{a} = ۳$ باشد حاصل $a^۴ + \frac{۱}{a^۴}$ کدام است؟

۱) ۸۱ ۲) ۴۹ ۳) ۴۷ ۴) ۵۱

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا دو طرف $a + \frac{۱}{a} = ۳$ را به توان ۲ می‌رسانیم:

$(a + \frac{۱}{a})^۲ = (۳)^۲ \Rightarrow a^۲ + \frac{۱}{a^۲} + ۲ = ۹ \Rightarrow a^۲ + \frac{۱}{a^۲} = ۷$

دوباره دو طرف عبارت را به توان ۲ می‌رسانیم:

$a^۴ + \frac{۱}{a^۴} + ۲ = ۴۹ \Rightarrow a^۴ + \frac{۱}{a^۴} = ۴۷$

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

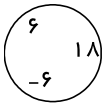
۳۴. باتوجه به عبارت $۲a-۳b=۱$، حاصل $۸a^۲-۲۴ab+۱۸b^۲$ کدام گزینه است؟

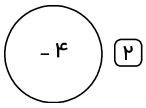
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

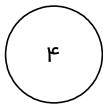
پاسخ: گزینه ۲

$$۸a^۲-۲۴ab+۱۸b^۲ \xrightarrow{\text{از ۲ فاکتور می‌گیریم}} ۲(۴a^۲-۱۲ab+۹b^۲)=۲(۲a-۳b)^۲=۲\times(۱)^۲=۲$$

۳۵. نمودار ون مربوط به عبارت «جواب‌های معادله‌ی $۶x+۱۸=-۶$» کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) این عبارت مجموعه نیست و نمی‌توان آن را با نمودار ون نمایش داد.

پاسخ: گزینه ۲

با حل معادله‌ی $۶x+۱۸=-۶$ نتیجه می‌شود $x=-۴$ جواب معادله است بنابراین «مجموعه جواب‌های معادله‌ی $۶x+۱۸=-۶$» برابر $\{-۴\}$ است.

۳۶. اگر $(a+b)^۲=۱۲۱$ و $a^۲+b^۲=۶۱$ باشد، مقدار $a^۲b^۲$ برابر است با:

۱) ۶۰ ۲) ۳۶۰۰ ۳) ۹۰۰ ۴) ۳۰

پاسخ: گزینه ۳

نکته: اتحاد اول: $(a+b)^۲=a^۲+۲ab+b^۲\rightarrow a^۲+b^۲=(a+b)^۲-۲ab$

اتحاد دوم: $(a-b)^۲=a^۲-۲ab+b^۲\rightarrow a^۲+b^۲=(a-b)^۲+۲ab$

طبق نکتهٔ بالا داریم:

$$(a+b)^۲=a^۲+۲ab+b^۲\rightarrow ab=\frac{(a+b)^۲-(a^۲+b^۲)}{۲}$$

$$\rightarrow ab=\frac{۱۲۱-۶۱}{۲}=۳۰\rightarrow a^۲b^۲=۹۰۰$$

۳۷. حاصل عبارت $(x-۲y)(x^۲+۲xy+۴y^۲)+۸y^۳$ به‌ازای $x=\frac{۳}{۲}$ و $y=\sqrt{۷}$ برابر است با:

۱) ۲٫۶۲۵ ۲) ۳٫۳۷۵ ۳) ۲٫۸۷۵ ۴) ۳٫۱۲۵

پاسخ: گزینه ۲ نکته: بنابر اتحاد چاق و لاغر داریم:

$$(a+b)(a^۲-ab+b^۲)=a^۳+b^۳$$
$$(a-b)(a^۲+ab+b^۲)=a^۳-b^۳$$

به‌کمک اتحاد چاق و لاغر عبارت را به‌صورت ساده‌تر می‌نویسیم:

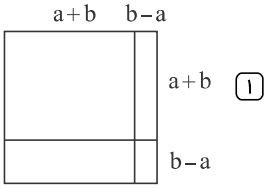
$$(x-۲y)(x^۲+۲xy+۴y^۲)+۸y^۳=x^۳-(۲y)^۳+۸y^۳=x^۳-۸y^۳+۸y^۳=x^۳=(\frac{۳}{۲})^۳=\frac{۲۷}{۸}=۳٫۳۷۵$$

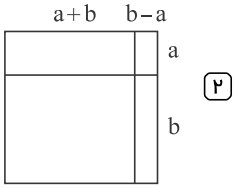
۳۸. کدام یک از عبارات زیر چند جمله‌ای نیست؟

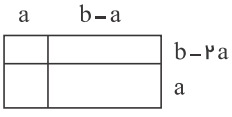
۱) $x^۲-۲xy+y^۲$ ۲) $\sqrt{۴y-y^۲}$ ۳) $\frac{۴}{y}-y^۲$ ۴) $\frac{x+۱}{۳}$

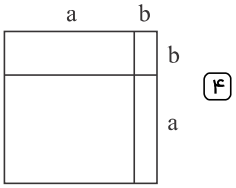
پاسخ: گزینه ۳ اگر در عبارتی متغیرها (مثلاً x و y) در مخرج باشد، آن عبارت جمله جبری نیست.

۳۹. کدام شکل نمایش هندسی عبارت $a^۲+b^۲+۲ab$ را مشخّص می‌کند؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا باید مساحت شکل‌ها را بررسی کنیم و در بین گزینه‌ها تنها مساحت مربع برابر با $a^۲+b^۲+۲ab$ می‌شود.

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

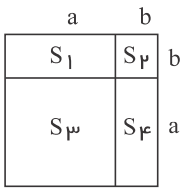
برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

$S_1 = ab$

$S_2 = b \times b = b^2$

$S_3 = a \times a = a^2$

$S_4 = ab$



مجموع مساحت‌ها $= a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

۴۰. حاصل عبارت مقابل برابر است با:

$(1 + x^3)(1 - x^2)$

۱) $1 - x^5$ ۲) $1 - x^6$ ۳) $-x^5 + x^3 - x^2 + 1$ ۴) $-x^6 + x^3 - x^{25} + 1$

پاسخ: گزینه ۳ نکته: بنا بر اتحاد جمله مشترک داریم:

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

طبق اتحاد جمله مشترک داریم:

$$\underbrace{(1 + x^3)(1 - x^2)}_{\text{جمله مشترک}} = 1^2 + (x^3 - x^2) \times 1 + (-x^2)(x^3)$$

$$= 1 + x^3 - x^2 - x^5 = -x^5 + x^3 - x^2 + 1$$

۴۱. حاصل $(25 + 10x + x^2)(x^2 - 10x + 25)$ برابر است با:

۱) $5^4 + x^4$ ۲) $(25 - x^2)$ ۳) $(25 - x^2)^2$ ۴) $(x^2 - 25)$

پاسخ: گزینه ۳ به کمک اتحاد مربع و اتحاد مزدوج حاصل را به‌دست می‌آوریم:

$(25 + 10x + x^2)(x^2 - 10x + 25) = (5 + x)^2(5 - x)^2 = (25 - x^2)^2$

۴۲. مجموعه جواب نامعادله‌ی زیر چند عضو حسابی دارد؟

$$\frac{x - 3}{5} + 2 \geq \frac{x}{2}$$

۱) بی‌شمار ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا دو طرف نامعادله را در ۱۰ ضرب می‌کنیم

$$\frac{x - 3}{5} + 2 \geq \frac{x}{2} \xrightarrow{\times 10} 2x - 6 + 20 \geq 5x \Rightarrow 2x - 5x \geq 6 - 20$$

$$\Rightarrow -3x \geq -14 \xrightarrow{\div(-3)} x \leq \frac{14}{3}$$

اعداد حسابی کوچک‌تر از $\frac{14}{3} \leftarrow \{0, 1, 2, 3, 4\}$

۴۳. درجهٔ چندجمله‌ای $(x^2 + 4x - 1)^3 (x^5 - 6)^2$ چند است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۶ ۳) ۲۷ ۴) ۳۷

پاسخ: گزینه ۲ در این‌جا کافی است در هریک از پرانتزها جملهٔ جبری با بزرگ‌ترین درجه را به توان رسانده، سپس آن‌ها را در هم ضرب کنیم تا درجهٔ کل عبارت به‌دست بیاید.

$(x^2)^3 \times (x^5)^2 = x^6 \times x^{10} = x^{16}$

پس درجهٔ عبارت ۱۶ خواهد شد.

۴۴. اگر $x^2 - x^{-2} = 6$ باشد، حاصل $x^4 + x^{-4}$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۳۴ ۳) ۳۶ ۴) ۳۸

پاسخ: گزینه ۴ دو طرف تساوی $x^2 - x^{-2} = 6$ را به توان دو می‌رسانیم:

$$(x^2 - \frac{1}{x^2})^2 = (6)^2 \rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} - 2 = 36$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = 38$$

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

۴۵. ساده شدهٔ عبارت روبه‌رو در کدام گزینه آمده است؟

$$(\sqrt{۳}+x^۲)(x^۲-\sqrt{۳})(۴+x^۴)=?$$

۱) $x^۶+x^۴-۱۲$ ۲) $x^۶+x^۲-۱۲$ ۳) $x^۴+x^۲-۱۲$ ۴) $x^۸+x^۴-۱۲$

پاسخ: گزینه ۴

$$\underbrace{(\sqrt{۳}+x^۲)(x^۲-\sqrt{۳})}_{(۱)}(۴+x^۴)$$

$(۱)\Rightarrow (x^۲+\sqrt{۳})(x^۲-\sqrt{۳})$ اتحاد مزدوج $x^۴-۳$

$\Rightarrow (x^۴-۳)(x^۴+۴)$ اتحاد جمله مشترک $x^۸+x^۴-۱۲$

۴۶. اگر $A=x-۳$ و $B=x+۳$ باشد، حاصل $AB+۳$ کدام است؟

۱) $x^۲-۶$ ۲) $x^۲+۶$ ۳) $x^۲-۳x+۹$ ۴) $x^۲+۳$

پاسخ: گزینه ۱

$$AB+۳=(x-۳)(x+۳)+۳=x^۲-۹+۳=x^۲-۶$$

نکته: $(x-۳)(x+۳)=x^۲-۳^۲=x^۲-۹$ اتحاد مزدوج $(a-b)(a+b)=a^۲-b^۲$

۴۷. کدام یک از اعداد زیر، عضو مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ مقابل است؟

$$\frac{۱-x}{۳}\le\frac{۵}{۲}(x-۱)$$

۱) $\sqrt{۶}$ ۲) $-\sqrt{۶}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) $-\frac{۲}{۵}$

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا مجموعهٔ جواب نامعادله را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۱-x}{۳}\le\frac{۵}{۲}(x-۱)$$

برای راحت‌تر شدن محاسبات دو طرف نامعادله را در ۶ ضرب می‌کنیم،پس:

$$۶\frac{(۱-x)}{۳}\le ۶\times\frac{۵}{۲}(x-۱)$$

$$\Rightarrow ۲(۱-x)\le ۱۵(x-۱)$$

$$\Rightarrow ۲-۲x\le ۱۵x-۱۵$$

$$\Rightarrow -۲x-۱۵x\le -۱۵-۲$$

$$\Rightarrow -۱۷x\le -۱۷$$

$$\Rightarrow x\ge ۱$$

تنها گزینه‌ای که بزرگ‌تر مساوی یک است، گزینهٔ ۱ یعنی $\sqrt{۶}$ است.

۴۸. اگر $x^۲=۳$ باشد مقدار عبارت $\left[x^۲(x+\sqrt{۷})(x-\sqrt{۷})-x^۲\right]$ برابر است با:

۱) -۲۱ ۲) -۱۸ ۳) -۱۵ ۴) -۱۲

پاسخ: گزینه ۳ چون $x^۲=۳$ است، پس از ساده کردن عبارت، در عبارت ساده شدهٔ سؤال، به جای $x^۲$ عدد ۳ قرار می‌دهیم.

$$\left[\underbrace{x^۲(x+\sqrt{۷})(x-\sqrt{۷})}_{\text{اتحاد مزدوج}}-x^۲\right]=\left[x^۲(x^۲-۷)-x^۲\right]$$

$$\xrightarrow{x^۲=۳}[۳(۳-۷)-۳]=(۳\times -۴)-۳=-۱۲-۳=-۱۵$$

۴۹. اگر $(x-۱)(x^۳+bx^۲+ax-۲)=x^۴-۳x+۲$ باشد، $a+b$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) -۲ ۴) ۱

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا طرف چپ تساوی را ساده می‌کنیم:

$$(x-۱)(x^۳+bx^۲+ax-۲)=x^۴-۳x+۲$$

$$\cancel{x^۴}+bx^۳+ax^۲-۲x-x^۳-bx^۲-ax+۲=\cancel{x^۴}-۳x+۲$$

$$(b-۱)x^۳+(a-b)x^۲-(a+۲)x+\cancel{۲}=-۳x+\cancel{۲}$$

باتوجه به تساوی بالا:

$$b-۱=۰\Rightarrow b=۱$$

$$a-b=۰\Rightarrow a=b=۱\Rightarrow a=۱$$

$$-(a+۲)=-۳\Rightarrow a=۱$$

در نتیجه:

$$a+b=۱+۱=۲$$

۵۰. حاصل $(۱+x^۳)(۱-x^۵)$ برابر است با:

۱) $۱-x^{۱۵}$ ۲) $۱-x^۸$ ۳) $۱-x^۸+x^۳-x^۵$ ۴) $۱-x^۳+x^۵-x^۸$

پاسخ: گزینه ۳ از اتحاد جملهٔ مشترک استفاده می‌کنیم:

$$(x+a)(x+b)=x^۲+(a+b)x+ab$$
$$\rightarrow (۱+x^۳)(۱-x^۵)=۱^۲+(x^۳-x^۵)۱+(x^۳)(-x^۵)=۱-x^۵+x^۳-x^۸$$

۵۱. اگر $\sqrt{a}-\sqrt{b}=۳$ و $ab=۱$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۱۱ ۲) ۸ ۳) ۳ ۴) $\sqrt{۸}$

پاسخ: گزینه ۱ عبارت $\sqrt{a}-\sqrt{b}=۳$ را به توان دو می‌رسانیم:

$$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^۲=۳^۲\Rightarrow a+b-۲\sqrt{ab}=۹\xrightarrow{ab=۱}a+b-۲=۹\Rightarrow a+b=۱۱$$

۵۲. حاصل‌ضرب معکوس کسرهای $\frac{۱}{۲},\frac{۲}{۳},\frac{۳}{۴}\cdots\frac{۱۳۹۱}{۱۳۹۲},\frac{۱۳۹۲}{۱۳۹۳}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۱۳۹۳}$ ۳) ۱۳۹۳ ۴) $۱۳۹۳^۲$

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا معکوس کسرها را می‌نویسیم و در حالت ضرب صورت و مخرج‌هایی را که امکان ساده شدن دارند، ساده می‌کنیم.

$$\frac{\cancel{۱}}{۱}\times\frac{\cancel{۲}}{\cancel{۱}}\times\frac{\cancel{۳}}{\cancel{۲}}\times\cdots\times\frac{\cancel{۱۳۹۲}}{\cancel{۱۳۹۱}}\times\frac{۱۳۹۳}{\cancel{۱۳۹۲}}=۱۳۹۳$$

۵۳. اگر $a+b=۹$ و $a(a+۲b)=۵۶$ آنگاه مقدار a، کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا طرفین معادلهٔ $a+b=۹$ را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(a+b)^۲=۹^۲\rightarrow a^۲+b^۲+۲ab=۸۱\quad (I)$$

$$a(a+۲b)=۵۶\rightarrow a^۲+۲ab=۵۶$$

در رابطهٔ (I) به جای $a^۲+۲ab$ مقدار ۵۶ را قرار می‌دهیم:

$$۵۶+b^۲=۸۱\rightarrow b^۲=۲۵\Rightarrow b=\pm۵$$

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای $b = +۵$ داریم:

$$a + b = ۹ \Rightarrow a + ۵ = ۹ \Rightarrow a = ۴$$

برای $b = -۵$ داریم:

$$a + b = ۹ \Rightarrow a - ۵ = ۹ \Rightarrow a = ۱۴$$

مقدار a می‌تواند برابر ۴ و ۱۴ باشد که فقط عدد ۴ در گزینه‌ها قرار دارد.

۵۴. اگر x تقسیم بر y مساوی $\frac{۴}{۵}$ و y تقسیم بر z مساوی $\frac{۳}{۱۰}$ باشد، x تقسیم بر z برابر با کدام است؟

۱) $\frac{۶}{۲۵}$ ۲) $\frac{۸}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۲۵}{۶}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\left.\begin{array}{l}\frac{x}{y} = \frac{۴}{۵} \\ \frac{y}{z} = \frac{۳}{۱۰}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{x}{\cancel{y}} \times \frac{\cancel{y}}{z} = \frac{x}{z} = \frac{۴}{۵} \times \frac{۳}{۱۰} = \frac{۱۲}{۵۰} = \frac{۶}{۲۵}$$

۵۵. حاصل عبارت $x^۵y^۴ + x^۴y^۵$ به‌ازای $x = ۲ + \sqrt{۳}$ و $y = ۲ - \sqrt{۳}$ کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۳}$ ۲) $-۲\sqrt{۳}$ ۳) ۴ ۴) -۴

پاسخ: گزینه ۳

$$x^۵y^۴ + x^۴y^۵ = x^۴y^۴(x+y) = (xy)^۴(x+y) = ((۲+\sqrt{۳})(۲-\sqrt{۳}))^۴ (۲+\sqrt{۳}+۲-\sqrt{۳}) = (۴-۳)^۴ \times ۴ = ۴$$

۵۶. اگر به‌ازای هر x داشته باشیم: $a + bx + cx^۲ + dx^۳ = x^۴ + ۴$، حاصل عبارت $a + ۲b + ۴c + ۸d$ برابر است با:

۱) ۲۰ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱

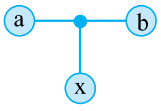
$$a + bx + cx^۲ + dx^۳ = x^۴ + ۴ \xrightarrow{x=۲} a + ۲b + ۴c + ۸d = ۱۶ + ۴ = ۲۰$$

۵۷. حاصل عبارت $(a^{\frac{۱}{۲}} - a^{-\frac{۱}{۲}})(a^{\frac{۱}{۲}} + a^{-\frac{۱}{۲}})$ برابر است با:

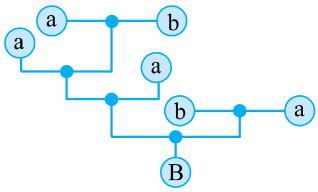
۱) $a + \frac{۱}{a}$ ۲) $a - \frac{۱}{a}$ ۳) $a^{\frac{۱}{۲}} - a^{-۱}$ ۴) $a^{-\frac{۱}{۲}} - a$

پاسخ: گزینه ۲

$$(a^{\frac{۱}{۲}} - a^{-\frac{۱}{۲}})(a^{\frac{۱}{۲}} + a^{-\frac{۱}{۲}}) \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} (a^{\frac{۱}{۲}})^۲ - (a^{-\frac{۱}{۲}})^۲ = a^{(\frac{۱}{۲}\times ۲)} - a^{(-\frac{۱}{۲}\times ۲)} = a - a^{-۱} = a - \frac{۱}{a}$$

۵۸. اگر در نماد 

تساوی $x = a - b$ برقرار باشد، عبارت B در نمودار روبه‌رو کدام است؟



۱) صفر ۲) $b - a$
۳) $۲b - a$ ۴) $۲b$

پاسخ: گزینه ۱

$$B = [a - (a - b)] - a - (b - a)$$
$$= a - a + b - a - b + a = ۰$$

۵۹. به‌جای x چند مقدار صحیح مختلف می‌توان قرار داد تا مقدار عددی عبارت $(x^۲ - ۱)(x^۲ - ۲)(x^۲ - ۴)$ برابر با صفر شود؟

۱) یک ۲) دو ۳) چهار ۴) شش

پاسخ: گزینه ۳ ضرب چند عبارت جبری زمانی صفر خواهد بود که حداقل یکی از آن‌ها با صفر برابر باشد. ابتدا با استفاده از اتحاد مزدوج عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم؛ بنابراین داریم:

$$(x^۲ - ۱)(x^۲ - ۲)(x^۲ - ۴) = (x-۱)(x+۱)(x-\sqrt{۲})(x+\sqrt{۲})(x-۲)(x+۲)$$

۶۰. مقدار m چقدر باشد که $۲x^۴ + ۷x^۳$ و $(n-۲)x^۴ + (n-m+۲)x^۳$ باهم متحد باشند؟

۱) -۱۱ ۲) -۱ ۳) $+۱$ ۴) $+۱۱$

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

پاسخ: گزینه ۲

هرگاه در دو چند جمله‌ای ضرایب عبارت‌های هم درجه با هم برابر باشند آن دو چند جمله‌ای باهم متحد هستند.

$$(n-۲)x^۴+(n-m+۲)x^۳=۲x^۴+۷x^۳$$
$$\rightarrow n-۲=۲ \rightarrow n=۴ \quad (۱)$$
$$n-m+۲=۷ \xrightarrow{(۱)} ۴-m+۲=۷ \rightarrow m=-۱$$

۶۱. اگر $x-y=۳$ و $xy=۱۰$ باشند. در این صورت حاصل عبارت $x^۲+y^۲-۱۰$ کدام گزینه است؟

۱) ۲۹ ۲) ۱۹ ۳) ۲ ۴) -۱

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا طرفین عبارت $x-y=۳$ را به توان دو می‌رسانیم:

$$(x-y)^۲=(۳)^۲ \Rightarrow x^۲+y^۲-۲xy=۹$$

آن‌گاه همان‌طور که در صورت سؤال داریم $xy=۱۰$ پس به جای xy در عبارت بالا عدد ۱۰ قرار می‌دهیم:

$$x^۲+y^۲-۲(۱۰)=۹ \Rightarrow x^۲+y^۲=۲۹$$

حاصل عبارت $x^۲+y^۲-۱۰$ را با جایگذاری $x^۲+y^۲=۲۹$ به دست می‌آوریم:

$$\underbrace{x^۲+y^۲}_{۲۹}-۱۰=۲۹-۱۰=۱۹$$

۶۲. اگر $A=xy+۲x+۳y+۱$ باشد، حاصل عبارت $۲A^۲+۲۰A+۵۰$ کدام است؟

۱) $\frac{(x+۳)(y+۲)}{۲}$ ۲) $(x+۲)(y+۳)$ ۳) $۲[(x+۳)(y+۲)]^۲$ ۴) $۴[(x+۲)(y+۳)]^۲$

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا از ۲ فاکتور می‌گیریم:

$$۲A^۲+۲۰A+۵۰=۲(A^۲+۱۰A+۲۵)$$

سپس باتوجه به اتحاد مربع دوجمله‌ای تجزیه می‌کنیم:

$$۲(A^۲+۱۰A+۲۵)=۲(A+۵)^۲$$

حال A را در عبارت بالا جایگذاری می‌کنیم:

$$۲(xy+۲x+۳y+۱+۵)^۲=۲(xy+۲x+۳y+۶)^۲$$

با بررسی گزینه‌ها مشخص می‌شود که عبارت به دست آمده با گزینهٔ ۳ برابر است.

$$۲[(x+۳)(y+۲)]^۲=۲(xy+۲x+۳y+۶)^۲$$

۶۳. اگر $۲x^۲+bx-۱۲=(۲x+m)(x+۴)$ باشد، حاصل $m+b$ کدام است؟

۱) -۳ ۲) ۲ ۳) ۸ ۴) ۱۱

پاسخ: گزینه ۲

$$۲x^۲+bx-۱۲=(۲x+m)(x+۴)$$
$$۲x^۲+bx-۱۲=۲x^۲+۸x+mx+۴m$$
$$۲\cancel{x^۲}+bx-۱۲=۲\cancel{x^۲}+(۸+m)x+۴m$$
$$\Rightarrow bx-۱۲=(۸+m)x+۴m$$

باتوجّه به اینکه دو عبارت درجهٔ یک با هم برابرند، پس ضرایب x با هم و عدد ثابت‌ها با هم برابرند:

$$\left.\begin{array}{l} b=۸+m \Rightarrow b-m=۸ \\ ,\ ۴m=-۱۲ \Rightarrow m=-۳ \\ \Rightarrow b=۸+m \xrightarrow{m=-۳} b=۸-۳=۵ \end{array}\right\} \Rightarrow m=b=-۳+۵=۲$$

۶۴. حداکثر چند عدد اوّل، متعلق به مجموعه جواب نامعادلهٔ $۴-\frac{x+۱}{۲} \geq ۱$ هستند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا نامعادله را حل می‌کنیم:

$$۴-\frac{x+۱}{۲} \geq ۱ \Rightarrow ۴-۱ \geq \frac{x+۱}{۲} \xrightarrow{\times ۲} ۶ \geq x+۱ \Rightarrow x \leq ۵$$

اعداد اوّل کوچک‌تر یا مساوی ۵ برابرند با: ۲، ۳ و ۵

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

۶۵. اگر $a^۲ - a + ۱ = ۰$ باشد، آنگاه حاصل $a^۵$ کدام است؟

۱) $a - ۱$ ۲) $۱ - a$ ۳) a ۴) $-a$

پاسخ: گزینه ۲

$$a^۲ - a + ۱ = ۰ \Rightarrow a^۲ = a - ۱ \xrightarrow[\text{به‌توان ۲}]{\text{دو طرف تساوی}}$$

$$a^۴ = (a-۱)^۲ \xrightarrow{\text{طرفین تساوی } \times a} a^۵ = a(a-۱)^۲$$

$$a^۵ = a(a^۲ - ۲a + ۱) \xrightarrow{a^۲ = a - ۱}$$

$$a^۵ = a(a - ۱ - ۲a + ۱) \Rightarrow a^۵ = -a^۲$$

$$\xrightarrow{a^۲ = a-۱} a^۵ = -(a-۱) = ۱ - a$$

۶۶. کدام‌یک از اعداد زیر به مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $(x-۲) + ۲(x-۲)^۲ \le ۲x(x-۳) + ۳$ تعلق ندارد؟

۱) ۳ ۲) $۱ + \sqrt{۳}$ ۳) $۵ - \sqrt{۳}$ ۴) $\sqrt{۱۷}$

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا باید مجموعهٔ جواب نامعادله را به‌دست آوریم:

$$(x-۲) + ۲(x-۲)^۲ \le ۲x(x-۳) + ۳ \to (x-۲) + ۲(x^۲ + ۴ - ۴x) \le ۲x^۲ - ۶x + ۳ \to x - ۲ + ۲\cancel{x^۲} + ۸ - ۸x \le ۲\cancel{x^۲} - ۶x + ۳$$
$$\to -۷x + ۶x \le ۳ - ۶ \Rightarrow -x \le -۳$$

نکته: اگر طرفین نامعادله را در -۱ ضرب کنیم، علامت نامعادله عوض می‌شود.

$$x \ge ۳$$

باتوجّه به گزینه‌ها فقط $۱ + \sqrt{۳}$ بزرگ‌تر از ۳ نیست.

۶۷. اگر $a \ne b$، $a^۲ - b^۲ = ۲۵k^۲$ و $a + b = k$ باشد، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

۱) $\frac{-۱۳}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱۳}{۱۲}$ ۳) $\frac{۱۲}{۱۳}$ ۴) $\frac{-۱۲}{۱۳}$

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا باتوجّه به اتحاد مزدوج $a^۲ - b^۲$ را تجزیه می‌کنیم:

$$a^۲ - b^۲ = (a-b)(a+b) = ۲۵k^۲ \xrightarrow{a+b=k}$$

$$(a-b)k = ۲۵k^۲ \Rightarrow (a-b) = ۲۵k \Rightarrow k = \frac{a-b}{۲۵}$$

حال مقدار K را جایگذاری می‌کنیم:

$$a + b = k$$
$$\Rightarrow a + b = \frac{a-b}{۲۵} \Rightarrow ۲۵a + ۲۵b = a - b$$
$$\Rightarrow ۲۵a - a = -b - ۲۵b$$

$$\Rightarrow ۲۴a = -۲۶b$$

$$\Rightarrow ۱۲a = -۱۳b$$

$$\Rightarrow a = \frac{-۱۳}{۱۲}b$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{۱۳}{۱۲}$$

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

۶۸. اگر $a^۲+b^۲=۴ab$ باشد، حاصل $\frac{(a-b)^۶}{(a+b)^۶}$ برابر است با:

۱) $\frac{۱}{۸۱}$ ۲) $\frac{۱}{۲۷}$ ۳) $\frac{۲}{۲۷}$ ۴) $\frac{۸}{۲۷}$

پاسخ: گزینه ۲

$$a^۲+b^۲=۴ab\Rightarrow a^۲+b^۲-۲ab=۲ab\Rightarrow (a-b)^۲=۲ab$$

$$\Rightarrow \frac{(a-b)^۶}{(a+b)^۶}=\frac{((a-b)^۲)^۳}{((a+b)^۲)^۳}=\frac{(۲ab)^۳}{(۶ab)^۳}=\frac{۸}{۲۱۶}=\frac{۱}{۲۷}$$

۶۹. p و v با رابطه‌ی $pv^۲=۴$ به هم مربوط‌اند. اگر v دو برابر شود، p چند برابر می‌شود؟

۱) ۴ ۲) ۱۶ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۱۶}$

پاسخ: گزینه ۳ اگر v دو برابر شود در نتیجه $pv^۲$ چهار برابر می‌شود و چون مقدار $pv^۲$ یک مقدار ثابت است باید p، $\frac{۱}{۴}$ برابر شود تا مقدار $pv^۲$ تغییر نکند.

۷۰. ساده شده‌ی عبارت $۲m(m-n)-(m-n)(m+n)-(m+n)^۲$ کدام است؟

۱) $-۲mn$ ۲) صفر ۳) $-۴mn$ ۴) $-mn$

پاسخ: گزینه ۳

$$۲m(m-n)-(m-n)(m+n)-(m+n)^۲=۲m^۲-۲mn-(m^۲-n^۲)-(m^۲+n^۲+۲mn)$$
$$=۲m^۲-۲mn-m^۲+n^۲-m^۲-n^۲-۲mn=-۴mn$$

۷۱. کدام گزینه با جمله‌ی $۵ab^۲$ متشابه است؟ (فارس – خرداد ۹۵)

۱) $۵ab$ ۲) $۵a^۲b^۲$ ۳) $-b^۲a$ ۴) $-۵ab$

پاسخ: گزینه ۳ دو جمله‌ای متشابه فقط در قسمت ضریب عددی متفاوت‌است.

۷۲. کدام یک از تساوی‌های زیر اتحاد است؟

۱) $۲x=x$ ۲) $x+x=۲x$ ۳) $\sqrt{x^۲}=x$ ۴) $x+۱=۲$

پاسخ: گزینه ۲ به ازای هر مقدار از اعداد حقیقی همواره تساوی $x+x=۲x$ برقرار است.

۷۳. مقدار عددی عبارت A به‌ازای $a=۰/۰۲$، $b=-۰/۲$ و $c=-۲$ کدام است؟

$$A=(a^۲+b^۲-c^۲)-۳(a^۲-b^۲+c^۲)+۲(a^۲-۲b^۲-c^۲)$$

۱) ۱۶ ۲) -۱۶ ۳) ۲۴ ۴) -۲۴

پاسخ: گزینه ۴

$$A=\underline{a^۲}+\underline{b^۲}-c^۲-\underline{۳a^۲}+\underline{۳b^۲}-۳c^۲+\underline{۲a^۲}-\underline{۴b^۲}-۲c^۲=-۶c^۲\Rightarrow A=-۶(-۲)^۲=-۲۴$$

۷۴. کدام عامل در تجزیه عبارت جبری پایین وجود دارد؟

$$۲(۲x-۳)(۲x-۵)(x-۲)+۹۹۰$$

۱) $x-۲$ ۲) $x+۲$ ۳) $x-۳$ ۴) $x+۳$

پاسخ: گزینه ۴ اگر $x=۲$ باشد. حاصل عبارت جبری برابر ۹۹۰ می‌شود.

اگر $x=-۲$ باشد. حاصل عبارت جبری برابر ۳۹۶ می‌شود.

اگر $x=۳$ باشد. حاصل عبارت جبری برابر ۹۹۶ می‌شود.

اگر $x=-۳$ باشد. حاصل عبارت جبری برابر صفر می‌شود.

۷۵. حاصل عبارت $(۲x^۲-\sqrt{۷})(۲x^۲+\sqrt{۷})(۴x^۴+۵)$ کدام گزینهٔ زیر است؟

۱) $x^۶+۳x^۳+۱۲$ ۲) $۱۶x^۶+۳x^۴-۱۲$ ۳) $۴x^۴-۲x^۲-۳۵$ ۴) $۱۶x^۸-۸x^۴-۳۵$

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

پاسخ: گزینه ۴

$$\underbrace{(۲x^۲ - \sqrt{۷})(۲x^۲ + \sqrt{۷})}_{\text{اتحاد مزدوج}}(۴x^۴ + ۵)$$

$$= ((۲x^۲)^۲ - (\sqrt{۷})^۲)(۴x^۴ + ۵) = (۴x^۴ - ۷)(۴x^۴ + ۵)$$

حال باتوجه به اتحاد جمله مشترک داریم:

$$(۴x^۴ - ۷)(۴x^۴ + ۵) = (۴x^۴)^۲ - ۲(۴x^۴) - ۳۵ = ۱۶x^۸ - ۸x^۴ - ۳۵$$

۷۶. در تجزیهٔ عبارت $x^۲y^۲ - z^۲ - ۴xy + ۴$ کدام عامل دیده می‌شود؟

۱) $(xy + z)$ ۲) $(xy + z - ۲)$ ۳) $(xy - z)$ ۴) $(xy + z + ۲)$

پاسخ: گزینه ۲

$$x^۲y^۲ - z^۲ - ۴xy + ۴ = \underbrace{x^۲y^۲ - ۴xy + ۴}_{\text{اتحاد مربع دو جمله‌ای در تجزیه}} - z^۲$$

$$= (xy - ۲)^۲ - z^۲ \underset{\text{اتحاد مزدوج در تجزیه}}{=} (xy - ۲ - z)(xy - ۲ + z)$$

۷۷. کدام‌یک از اعداد زیر، عضو مجموعه جواب نامعادلهٔ زیر نیست؟

$$\frac{x + ۳}{۲} \le -\frac{۲}{۳}(x + ۶)$$

۱) -۵ ۲) $-\sqrt{۲۷}$ ۳) $-\frac{۳۷}{۷}$ ۴) $-\frac{۶۵}{۱۴}$

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا باید مجموعه جواب نامعادله را به‌دست آوریم:

$$\frac{x + ۳}{۲} \le -\frac{۲}{۳}(x + ۶) \xrightarrow{\times ۶} ۳(x + ۳) \le ۲(-۲x - ۱۲)$$

$$\to ۳x + ۹ \le -۴x - ۲۴ \Rightarrow ۷x \le -۳۳ \Rightarrow x \le -\frac{۳۳}{۷}$$

در بین گزینه‌ها، تنها گزینهٔ ۴ بزرگ‌تر از $-\frac{۳۳}{۷}$ است.

۷۸. حسن همانقدر از علی کوتاهتر است که حسین از حسن کوتاهتر است و حسین به همان اندازه از رضا بلندتر است. اگر مجموع قد این ۴ نفر ۷۱۲ سانتی‌متر و قد حسن، ۱۸۰ سانتی‌متر باشد، قد رضا چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۷۰ ۲) ۱۷۲ ۳) ۱۷۶ ۴) ۱۷۸

پاسخ: گزینه ۲ قدّ حسن را با متغیر x در نظر می‌گیریم و چون مقدار کوتاهی و بلندی یکسان است، آن را با متغیر a نمایش می‌دهیم.

قدّ حسن $= x$

قدّ علی $= x + a$

قدّ حسین $= x - a$

قدّ رضا $= x - a - a = x - ۲a$

حال مجموع قدّ این چهار نفر را محاسبه می‌کنیم و برابر ۷۱۲ قرار می‌دهیم:

$$x + x + a + x - a + x - ۲a = ۷۱۲$$

$$\Rightarrow ۴x - ۲a = ۷۱۲ \Rightarrow ۴(۱۸۰) - ۲a = ۷۱۲$$

$$\Rightarrow ۷۲۰ - ۷۱۲ = ۲a \Rightarrow a = ۴$$

قد رضا برابر است با:

$$۱۸۰ - ۲ \times ۴ = ۱۷۲$$

۷۹. اگر قطر یک مربع برابر $۲a - b$ باشد، آنگاه مساحت آن کدام است؟

۱) $۲a^۲ + \frac{b^۲}{۲} - ۲ab$ ۲) $a^۲ - \frac{b^۲}{۴} - \frac{ab}{۲}$ ۳) $۲a^۲ + b^۲ - ۲ab$ ۴) $a - \frac{b}{۲}$

پاسخ: گزینه ۱ مساحت مربع با داشتن قطر آن به صورت $\frac{\text{مجذور قطر}}{۲}$ محاسبه می‌شود.

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

$$\frac{(۲a-b)^۲}{۲}=\frac{۴a^۲-۴ab+b^۲}{۲}=۲a^۲-۲ab+\frac{b^۲}{۲}=۲a^۲+\frac{b^۲}{۲}-۲ab$$

۸۰. کم‌ترین مقدار عبارت $a^۲+۸a+۲۰$ کدام است؟

۱) -۴ ۲) ۱۴ ۳) ۲۰ ۴) ۲۴

پاسخ: گزینه ۱ کم‌ترین مقدار زمانی اتّفاق می‌افتد که عبارت داخل پرانتز برابر صفر شود.

$$a^۲+۸a+۲۰=a^۲+۸a+۱۶+۴=(a+۴)^۲+۴$$

۸۱. در تجزیهٔ $۸۱x-a^۴x$ کدام گزینه وجود ندارد؟

۱) $a-۹$ ۲) $x(a^۲+۹)$ ۳) $a+۳$ ۴) $۳-a$

پاسخ: گزینه ۱

$$۸۱x-a^۴x=x(۸۱-a^۴)=x(۳^۴-a^۴)=$$

$$x(۳^۲-a^۲)(۳^۲+a^۲)=x(۳-a)(۳+a)(۳^۲+a^۲)$$

۸۲. کدام گزینه در تجزیهٔ عبارت $x^۲-۴x+۴-y^۲$ وجود دارد؟

۱) $x-y$ ۲) $x+y$ ۳) $x+y+۲$ ۴) $x-y-۲$

پاسخ: گزینه ۴ عبارت صورت سؤال را تجزیه می‌کنیم، اوّل از اتحاد مربع دوجمله‌ای کمک می‌گیریم و سپس باتوجّه به اتحاد مزدوج داریم:

$$x^۲-۴x+۴-y^۲=(x-۲)^۲-y^۲=$$

$$(x-۲-y)(x-۲+y)=(x-y-۲)(x+y-۲)$$

۸۳. از مستطیلی به ابعاد $۲x+۷$ و $۲x+۴$ مربعی به ضلع $۲x+۳$ جدا می‌کنیم مساحت قسمت باقی‌مانده کدام است؟

۱) $۱۰x+۱۹$ ۲) $۳۲x+۲۸$ ۳) $-۱۰x+۱۹$ ۴) $-۲۲x+۲۸$

پاسخ: گزینه ۱

مساحت مستطیل = (طول × عرض) $=(۲x+۴)(۲x+۷)$

$$\rightarrow ۴x^۲+۱۴x+۸x+۲۸=۴x^۲+۲۲x+۲۸$$

مساحت مربع = (خودش × یک ضلع) $=(۲x+۳)(۲x+۳)$

$$\rightarrow ۴x^۲+۶x+۶x+۹$$

مساحت قسمت باقی‌مانده = مساحت مستطیل − مساحت مربع

$$=۴x^۲+۲۲x+۲۸-(۴x^۲+۱۲x+۹)$$

$$=\cancel{۴x^۲}+۲۲x+۲۸-\cancel{۴x^۲}-۱۲x-۹$$

$$=۱۰x+۱۹$$

۸۴. اگر $A=x^۲+\frac{۱}{۲}$ و $B=x^۲-\frac{۱}{۲}$ باشد حاصل $(B-A)(A+B)$ کدام است؟

۱) $۲x^۲$ ۲) $-۲x^۲$ ۳) ۲ ۴) -۲

پاسخ: گزینه ۲

$$(B-A)(B+A)=\left[x^۲-\frac{۱}{۲}-x^۲-\frac{۱}{۲}\right]\left[x^۲-\frac{۱}{۲}+x^۲+\frac{۱}{۲}\right]=(-۱)(۲x^۲)=-۲x^۲$$

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

۸۵. مقدار عددی عبارت زیر به ازای $a=۰/۰۲$، $b=-۰/۲$ و $c=-۲$ کدام است؟

$$A=(a^۲+b^۲-c^۲)-۳(a^۲-b^۲+c^۲)+۲(a^۲-۲b^۲-c^۲)$$

۱) ۱۶ ۲) -۱۶ ۳) ۲۴ ۴) -۲۴

پاسخ: گزینه ۴

$$(a^۲-۳a^۲+۲a^۲)+(b^۲+۳b^۲-۴b^۲)+(-c^۲-۳c^۲-۲c^۲)$$

$$=۰\times a^۲+۰\times b^۲+(-۶c^۲)=-۶(-۲)^۲=-۲۴$$

۸۶. x یک عدد صحیح منفی است. کدام عبارت بزرگترین مقدار را دارد؟

۱) $x+۱$ ۲) $۲x$ ۳) $-۲x$ ۴) $۶x+۲$

پاسخ: گزینه ۳ چون x عددی منفی است همه‌ی عبارت‌ها جز $-۲x$ منفی‌اند. البته گزینه‌ی (الف) ممکن است صفر باشد.

۸۷. فرض کنید M مجموعه همه عددهای حقیقی مانند x است که در $۲^{۴^x}<۴^{۲x}$ صدق می‌کند M برابر است با:

۱) $۰<x<۱$ ۲) $x<۱$ ۳) $\mathbb{R}-\{۱\}$ ۴) $x>۰$

پاسخ: گزینه ۲

$$۲^{۴^x}<۴^{۲x}$$

$$۲^{۲^{۲x}}=(۲^۲)^{۲x}$$

$$۲^{۲^{۲x}}<۲^{۲x\times ۲}$$

$$۲^{۲^x}<۲^{x+۱}\rightarrow ۲x<x+۱\rightarrow x<۱$$

۸۸. اگر $(m+L)^۲+(m-n)^۲+(n+L)^۴=۰$، حاصل $\frac{۲L-m}{n}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) -۱ ۴) -۳

پاسخ: گزینه ۴ حاصل جمع چند عبارت مثبت برابر صفر شده است پس تک تک آن‌ها را مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$$\left.\begin{array}{l}m+L=۰\Rightarrow m=-L\\ m-n=۰\Rightarrow m=n\\ n+L=۰\Rightarrow n=-L\end{array}\right\}\Rightarrow m=n=-L\Rightarrow \frac{۲L-m}{n}=\frac{-۲n-n}{n}=\frac{-۳n}{n}=-۳$$

۸۹. اگر تساوی $(۲x-k)(x+k)=۲x^۲+۳x-k^۲$ به‌ازای همهٔ مقادیر x برقرار باشد، k کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ تساوی جبری در صورتی اتحاد است که ضرایب جملات هم‌درجه در طرفین آن با هم برابر باشند. داریم:

$$(۲x-k)(x+k)=۲x^۲+۳x-k^۲\Rightarrow ۲x^۲+۲\underline{kx}-\underline{kx}-k^۲=۲x^۲+۳x-k^۲\Rightarrow \underline{\underline{۲x^۲}}+\underline{kx}-k^۲=\underline{\underline{۲x^۲}}+\underline{۳x}-k^۲\Rightarrow k=۳$$

۹۰. می‌خواهیم جدول مقابل را طوری پر کنیم که جمع اعداد هر سطر و ستون قطر عددی ثابت باشد در مورد x چه می‌توان گفت

		x
۵		۲
۷		

۱) می‌تواند هر عددی باشد. ۲) تنها می‌تواند صفر باشد. ۳) عددی بزرگ‌تر از ۷ است. ۴) حتماً عددی بین ۵ و ۷ است.

پاسخ: گزینه ۲ عدد وسط مربع را n نام‌گذاری می‌کنیم. مجموع اعداد سطر وسط برابر است با $n+۵+۲$. مجموع اعداد قطر برابر است با $۷+n+x$. بنابراین عدد x تنها می‌تواند برابر با صفر باشد.

۹۱. اگر $(a-b)^۲=۸۰۴$ و $a^۲+b^۲=۶۲۲$، مقدار ab برابر است با:

۱) $+۱۱۶$ ۲) -۱۱۶ ۳) $+۹۱$ ۴) -۹۱

پاسخ: گزینه ۴

$$(a-b)^۲=a^۲-۲ab+b^۲\rightarrow ۲ab=a^۲+b^۲-(a-b)^۲\rightarrow ab=\frac{a^۲+b^۲-(a-b)^۲}{۲}$$

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

$$ab = \frac{۶۲۲ - ۸۰۴}{۲} = \frac{-۱۸۲}{۲} = -۹۱$$

۹۲. مجموع ضرایب چند جمله‌ای $(۳x - ۲y)(۴x + ۲y)^۲$ برابر است با:

۱) ۱۱ ۲) ۶ ۳) ۴۱ ۴) ۳۶

پاسخ: گزینه ۴ نکته: در یک چند جمله‌ای اگر به‌جای متغیرها عدد یک بگذاریم و حاصل را بدست آوریم، در واقع مجموع ضرایب را بدست آورده‌ایم.

$$x = ۱ \ , \ y = ۱ \ \rightarrow \ (۳x - ۲y)(۴x + ۲y)^۲ = (۳ - ۲)(۴ + ۲)^۲ = ۱ \times ۶^۲ = ۳۶$$

۹۳. حاصل عبارت $a^۲ + b^۲$ برابر کدام گزینهٔ زیر است؟

۱) $(a+b)^۲ + ۲ab$ ۲) $(b+a)^۲ - ۴ab$ ۳) $(b+a)^۲ - ۲ab$ ۴) $(b+a)^۲ + ۴ab$

پاسخ: گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: $(a+b)^۲ + ۲ab = a^۲ + ۲ab + b^۲ + ۲ab = a^۲ + b^۲ + ۴ab$

گزینهٔ ۲: $(b+a)^۲ - ۴ab = a^۲ + ۲ab + b^۲ - ۴ab = a^۲ - ۲ab + b^۲ = (a-b)^۲$

گزینهٔ ۳: $(b+a)^۲ - ۲ab = a^۲ + ۲ab + b^۲ - ۲ab = a^۲ + b^۲$

گزینهٔ ۴: $(b+a)^۲ + ۴ab = a^۲ + ۲ab + b^۲ + ۴ab = a^۲ + b^۲ + ۶ab$

۹۴. اگر $x < y$ و $xy < ۰$ باشد کدام یک از نامساوی‌های زیر همواره صحیح است؟

۱) $x^۲ > y^۲$ ۲) $x^۲ < xy$ ۳) $x^۴ > xy^۲$ ۴) $xy > y^۲$

پاسخ: گزینه ۳ باتوجّه به اینکه $xy < ۰$، یعنی x و y هم‌علامت نیستند و از اینکه $x < y$ یعنی y علامت مثبت دارد و x علامت منفی دارد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: مثال اگر $x = -۲$ و $y = ۳ \leftarrow (-۲)^۲ \not> ۳^۲$

گزینهٔ ۲: $x^۲$ عددی مثبت و xy منفی است، پس $x^۲ \not< xy$

گزینهٔ ۳: این گزینه درست است، $x^۴$ مثبت و $xy^۲$ منفی است، پس همواره $x^۴ > xy^۲$

گزینهٔ ۴: xy مقداری منفی و $y^۲$ مقداری مثبت است، پس $xy \not> y^۲$

۹۵. تجزیهٔ عبارت $a^۳ - ab^۲ + a^۲ - b^۲$ برابر با کدام گزینه است؟

۱) $(a+۱)(a+b)(a-b)$ ۲) $(a-۲)(a^۲ - b^۲)$ ۳) $(a+۲)(a^۲ + b^۲)$ ۴) $(a+۱)(a^۲ + b^۲)$

پاسخ: گزینه ۱

$$a^۳ - ab^۲ + a^۲ - b^۲ = \underbrace{a^۳ + a^۲}_{\text{فاکتورگیری از } a^۲} - \underbrace{ab^۲ - b^۲}_{\text{فاکتورگیری از } -b^۲}$$

$$= \underbrace{a^۲(a+۱) - b^۲(a+۱)}_{\text{فاکتورگیری از } (a+۱)} = (a+۱)(a^۲ - b^۲) = (a+۱)(a-b)(a+b)$$

۹۶. نسبت (ک م م) به (ب م م) دو عبارت $۸b(x^۲ - ۴x + ۳)$ و $۶b(x^۲ - x - ۶)$ کدام مورد است؟

۱) $۱۲(x^۲ + x - ۲)$ ۲) $۱۲(x^۲ - ۳x + ۳)$ ۳) $۱۲(x^۲ - ۵x + ۶)$ ۴) $۱۲(x^۲ - ۲x + ۱)$

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا هر کدام از دو عبارت را تجزیه می‌کنیم:

$$۶b(x^۲ - x - ۶) = ۶b(x-۳)(x+۲) = ۲ \times ۳b(x-۳)(x+۲)$$

$$۸b(x^۲ - ۴x + ۳) = ۸b(x-۱)(x-۳) = ۲^۳ \times b(x-۱)(x-۳)$$

حال برای به دست آوردن مقدار ب.م.م شمارندهٔ مشترک با کمترین توان.

$$\text{ب.م.م دو عبارت} = ۲b(x-۳)$$

همچنین برای به دست آوردن ک.م.م دو عبارت شمارندهٔ مشترک با بیشترین توان ضربدر شمارنده‌های غیرمشترک.

$$\text{ک.م.م دو عبارت} = ۲^۳ \times ۳b(x-۳)(x-۱)(x+۲)$$

حال نسبت ک.م.م به ب.م.م را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۲^۳ \times ۳b(x-۳)(x-۱)(x+۲)}{۲b(x-۳)} = ۲^۲(x-۱)(x+۲) \times ۳ = ۱۲(x^۲ + x - ۲)$$

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

۹۷. تجزیه شدهٔ عبارت $x^۲+۴xy+۴y^۲-۲x-۴y-۳$ کدام است؟

۱) $(x-۲y-۱)(x-۲y+۳)$ ۲) $(x+۲y+۱)(x+۲y-۳)$ ۳) $(x-۲y+۱)(x-۲y-۳)$ ۴) $(x+۲y-۱)(x+۲y+۳)$

پاسخ: گزینه ۲

$$\underbrace{x^۲+۴xy+۴y^۲}_{\text{اتحاد مربع دو جمله‌ای}}-۲x-۴y-۳$$

$$=(x+۲y)^۲-\underbrace{۲x-۴y}_{\text{از ۲- فاکتورگیری می‌کنیم}}-۳$$

$$=(x+۲y)^۲-۲(x+۲y)-۳$$

سپس باتوجّه به اتحاد جمله مشترک (جمله مشترک $x+۲y$) داریم:

$$(x+۲y-۳)(x+۲y+۱)$$

۹۸. اگر $a-۲>۰$، $b+c>۰$ و $c<۰$ باشد، چند مورد از نامساوی‌های زیر حتماً برقرار است؟

$a-۲+b>۰$ و $ab-۲b>۰$ و $ac-۲c>۰$

۱) یک مورد ۲) دو مورد ۳) سه مورد ۴) هیچ‌کدام

پاسخ: گزینه ۲ نامساوی‌ها را بررسی می‌کنیم:

نادرست است.

$$ac-۲c>۰\Rightarrow c(a-۲)>۰$$

چون

$$(a-۲)>۰\xrightarrow[\text{منفی } c<۰ \text{ جهت نامساوی تغییر می‌کند}]{\text{ضرب طرفین نامعادله در عددی}} c(a-۲)<۰\Rightarrow ac-۲c<۰$$

$$ab-۲b>۰\Rightarrow b(a-۲)>۰$$

باتوجّه به اینکه $c<۰$ و $b+c>۰$ است، پس b مقداری مثبت است، پس با ضرب طرفین نامساوی در عددی مثبت جهت نامساوی تغییر نمی‌کند.

درست است.

$$(a-۲)>۰\Rightarrow b(a-۲)>۰\Rightarrow ab-۲b>۰$$

$$\begin{matrix}a-۲>۰\\ b>۰\end{matrix}\Rightarrow a-۲+b>۰ \Rightarrow \text{حاصل جمع دو عدد مثبت همواره عددی مثبت است} \Rightarrow a-۲+b>۰$$

درست است.

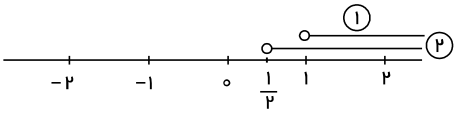
۹۹. مجموعهٔ جواب‌های مشترک نامعادلات $۱-x<۰$ و $۲x-۱>۰$ برابر است با:

۱) $x>\frac{۱}{۲}$ ۲) $x>۱$ ۳) $x<\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}<x<۱$

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا دو نامعادله را حل می‌کنیم، سپس قسمت‌های مشترک مربوط به مجموع جواب آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$۱-x<۰\Rightarrow -x<-۱\Rightarrow x>۱ \quad (۱)$$

$$۲x-۱>۰\Rightarrow ۲x>۱\Rightarrow x>\frac{۱}{۲} \quad (۲)$$



قسمت مشترک $x>۱$ است.

۱۰۰. مقدار عددی عبارت $(a^۲-b^۳-۴c^۲)-۲(a^۲+b^۳-۲c^۲)-(a^۲-۱)$ به ازای $a=-۰/۱$، $b=-۲$ و $c=۱۳۸۷$ کدام است؟

(روبوکاپ هفتمین دوره)

۱) ۲۴/۹۹ ۲) ۲۴/۹۸ ۳) ۲۴/۰۱ ۴) ۲۴/۱

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم:

$$a^۲-b^۳-۴c^۲-۲a^۲-۲b^۳+۴c^۲-a^۲+۱=-۲a^۲-۳b^۳+۱=-۲(-۰/۱)^۲-۳(-۲)^۳+۱$$

$$=-۲\times(۰/۰۱)-۳(-۸)+۱=-۰/۰۲+۲۴+۱=۲۴/۹۸$$

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

۱۰۱. اگر $p*q$ معادل $2p^2+q$ باشد، $2*5$ معادل چیست؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۳ ۳) ۲۱ ۴) ۸۱

پاسخ: گزینه ۲

$$p*q=2p^2+q \rightarrow 2*5=2(2)^2+5=8+5=13$$

۱۰۲. اگر عمل * چنین تعریف شود $a*b=a^2-2b$ در معادله‌ی $2*x=12$ مقدار x برابر است با:

۱) -11 ۲) $+4$ ۳) -4 ۴) ۲

پاسخ: گزینه ۳ با توجه به تعریف * داریم:

$$2*x=2^2-2x=4-2x$$

$$4-2x=12 \rightarrow -2x=12-4 \Rightarrow -2x=8 \rightarrow x=\frac{8}{-2}=-4$$

۱۰۳. درجه‌ی یک جمله‌ای $-5xy^2z^3$ نسبت به همه‌ی متغیرهایش برابر است با:

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۱ ۴) ۳

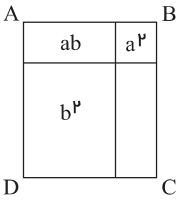
پاسخ: گزینه ۲ درجه‌ی یک جمله‌ای نسبت به همه‌ی متغیرهایش، برابر حاصل جمع توان‌های متغیرهاست.

۱۰۴. ب.م.م یا بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک یک جمله‌ای‌های $8ax^2$ و $24axy$ و $18ay^2$ کدام است؟ (آذربایجان غربی - خرداد ۹۵)

۱) $2a$ ۲) $8ax$ ۳) $6ay$ ۴) $72ax^2y^2$

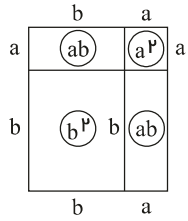
پاسخ: گزینه ۱

۱۰۵. با توجه به مساحت‌های داده شده، مساحت مربع $ABCD$ کدام گزینه است؟



۱) $(a+b)^2$ ۲) a^2+b^2
۳) $2a^2+b^2$ ۴) $2ab+a^2$

پاسخ: گزینه ۱



مساحت مربع : $a^2+b^2+ab+ab=a^2+b^2+2ab$

مساحت مربع $=(a+b)^2$

$$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$$

۱۰۶. چند عدد طبیعی وجود دارد که اگر از دو برابر آنها ۵ واحد کم کنیم، حاصل کمتر از ۱۱ می‌شود؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) بی‌شمار

پاسخ: گزینه ۱ صورت سؤال را به صورت نامعادله می‌نویسیم: $2x-5<11$ ، پس باید مجموعه جواب این نامعادله را به دست آوریم.

$$2x-5<11 \Rightarrow 2x<16 \Rightarrow x<8$$

چون مجموعه جواب xهای کوچک‌تر از ۸ و اعداد طبیعی هستند، در نتیجه x می‌تواند مقادیر ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷را داشته باشد.

۱۰۷. اگر $x^2-3x-15=0$ باشد، حاصل $(x-5)(x+2)$ کدام است؟

۱) -5 ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۱۷

پاسخ: گزینه ۲ مقدار $x^2-3x-15=0$ است، پس اگر $(x-5)(x+2)$ آن را کم کنیم، چیزی که باقی می‌ماند، مقدار $(x-5)(x+2)$ خواهد بود.

$$(x-5)(x+2)-(x^2-3x-15)=\cancel{x^2}-\cancel{3x}-10-\cancel{x^2}+\cancel{3x}+15=5$$

۱۰۸. کدام یک از گزینه‌های زیر اتحاد است؟

۱) $(a+b)^2+(a-b)^2=4ab$ ۲) $(a+b)^2-2ab=a^2+b^2$
۳) $(a+b)^2-(a-b)^2=2a^2+2b^2$ ۴) $(a-b)(b-a)=-a^2-b^2$

پاسخ: گزینه ۲ بررسی گزینه‌ها:

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

گزینهٔ ۱: اتحاد نیست.

$$(a+b)^۲+(a-b)^۲=a^۲+۲ab+b^۲+a^۲-۲ab+b^۲=۲a^۲+۲b^۲\neq ۴ab$$

گزینهٔ ۲: اتحاد است.

$$(a+b)^۲-۲ab=a^۲+۲ab+b^۲-۲ab=a^۲+b^۲$$

گزینهٔ ۳: اتحاد نیست.

$$(a+b)^۲-(a-b)^۲=a^۲+۲ab+b^۲-(a^۲-۲ab+b^۲)$$
$$=a^۲+۲ab+b^۲-a^۲+۲ab-b^۲=۴ab\neq ۲a^۲+۲b^۲$$

گزینهٔ ۴: اتحاد نیست.

$$(a-b)(b-a)=-(a-b)(a-b)=-(a-b)^۲$$
$$=-(a^۲-۲ab+b^۲)=-a^۲+۲ab-b^۲\neq -a^۲-b^۲$$

۱۰۹. جواب مشترک دو نامعادلهٔ $\frac{۳x+۵}{۲}-\frac{۲x-۴}{۳}>\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۳}{۲}x+۲>۲x-۳$ به کدام صورت است؟

۱) $\frac{۲}{۵}<x<۱۰$ ۲) $-\frac{۲۲}{۵}<x<۱۰$ ۳) $-۴<x<۱۰$ ۴) $-۴<x<۷$

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا جواب هر یک از نامعادلات را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۳}{۲}x+۲>۲x-۳\Rightarrow ۲x-\frac{۳}{۲}x<۵>\frac{۱}{۲}x\Rightarrow x<۱۰\quad (I)$$

$$\frac{۳x+۵}{۲}-\frac{۲x-۴}{۳}>\frac{۱}{۲}\xrightarrow{\times ۶}۳(۳x+۵)-۲(۲x-۴)>۳$$

$$\Rightarrow ۹x+۱۵-۴x+۸>۳\Rightarrow ۵x>-۲۰\Rightarrow x>-۴\quad (II)$$

$$(I),(II)\Rightarrow -۴<x<۱۰$$

۱۱۰. عبارت جبری $۴x^۲-۱۰xy+۴y^۲$، با کدام گزینه، تشکیل یک اتّحاد می‌دهد؟

۱) $(۲x-۲y)^۲$ ۲) $(۲x-y)(۲x+۴y)$ ۳) $-(۲x+۲y)^۲$ ۴) $(x-۲y)(۴x-۲y)$

پاسخ: گزینه ۴ احتمالاً در گزینهٔ ۴ به جای $۴x^۲$، $۴x$ باید قرار می‌گرفت.

۱۱۱. حاصل $۹\times ۱۱\times ۱۰۱\times ۱۰۰۰۱+۱$ با استفاده از اتحادها کدام است؟

۱) $۱۰^۴$ ۲) $۱۰^۶$ ۳) $۱۰^۸$ ۴) $۱۰^{۱۰}$

پاسخ: گزینه ۳

$$۹\times ۱۱\times ۱۰۱\times ۱۰۰۰۱+۱$$

$$=(۱۰-۱)(۱۰+۱)(۱۰۰+۱)(۱۰۰۰۰+۱)+۱$$

$$=(۱۰-۱)(۱۰+۱)(۱۰^۲+۱)(۱۰^۴+۱)+۱$$

$$=(۱۰^۲-۱)(۱۰^۲+۱)(۱۰^۴+۱)+۱=$$

$$(۱۰^۴-۱)(۱۰^۴+۱)+۱=۱۰^۸-۱+۱=۱۰^۸$$

۱۱۲. کوچک‌ترین عدد حقیقی x که در نامعادله‌ی $x^۲-۲۰۰۴\leq ۰$ صدق می‌کند، کدام است؟

۱) -۲۰۰۰۴ ۲) ۲۰۰۴ ۳) $\sqrt{۲۰۰۴}$ ۴) $-\sqrt{۲۰۰۴}$

پاسخ: گزینه ۴ $x^۲-۲۰۰۴\leq ۰$ معادل است با: $-\sqrt{۲۰۰۴}\leq x\leq \sqrt{۲۰۰۴}$

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

۱۱۳. بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عبارت $x^۳ - ۴x^۲ + ۴x$ و $۳x^۳ - ۱۲x$ کدام است؟

۱) $x - ۴$ ۲) $x - ۲$ ۳) $x^۲ - ۲x$ ۴) $x^۲ - x$

پاسخ: گزینه ۳

$$x^۳ - ۴x^۲ + ۴x = x(x^۲ - ۴x + ۴) = x(x-۲)^۲$$
$$۳x^۳ - ۱۲x = ۳x(x^۲ - ۴) = ۳x(x-۲)(x+۲)$$
$$\xrightarrow{\text{ب.م.م}} \Rightarrow x(x-۲) = x^۲ - ۲x$$

۱۱۴. مجموع ثلث و ربع عددی از مجموع نصف و خمس آن عدد کوچک‌تر است. آن عدد کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

۱) $\frac{-۱}{۲۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲۴}$ ۳) صفر ۴) $-\frac{۱}{۲۵}$

پاسخ: گزینه ۲ با فرض x برای عدد مورد نظر داریم:

$$\frac{x}{۳} + \frac{x}{۴} < \frac{x}{۲} + \frac{x}{۵} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{۴x+۳x}{۱۲} < \frac{۵x+۲x}{۱۰} \Rightarrow \frac{۷x}{۱۲} < \frac{۷x}{۱۰} \xrightarrow[۶۰>۰]{\text{طرفین} \times ۶۰} ۳۵x < ۴۲x \Rightarrow ۴۲x - ۳۵x > ۰ \Rightarrow ۷x > ۰ \xrightarrow[۷>۰]{\text{طرفین} \div ۷} x > ۰$$

می‌بینیم که فقط عدد گزینهٔ (۲) در این نامساوی صدق می‌کند.

۱۱۵. اگر $(a-b)^۲ + (b-c)^۲ = ۰$ باشد، حاصل عبارت $\frac{۲a}{b+c}$ کدام گزینه است؟

۱) ۲ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) -۱ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۴ نکته: هرگاه مجموع چند عبارت که با توان زوج آمده‌اند صفر بود، تک تک آن عبارات صفر هستند.

$$(a-b)^۲ + (b-c)^۲ = ۰ \rightarrow \begin{cases} a-b=۰ \\ b-c=۰ \end{cases} \rightarrow a=b=c \quad (a,b,c \text{ با هم برابرند.})$$

حال در عبارت خواسته شده به جای b و c نیز a می‌گذاریم:

$$\frac{۲a}{b+c} = \frac{۲a}{a+a} = \frac{۲a}{۲a} = ۱$$

۱۱۶. اگر مجموع دو عدد طبیعی ۹ و حاصل‌ضرب آن‌ها ۱۴ باشد، مجموع مربعات آن‌ها کدام است؟

۱) ۱۰۹ ۲) ۵۳ ۳) ۸۱ ۴) ۷۷

پاسخ: گزینه ۲ نکته: اتحاد مربع دو جمله‌ای $(a+b)^۲ = a^۲ + b^۲ + ۲ab$

$$ab = ۱۴ \quad , \quad a+b = ۹$$

$$(a+b)^۲ = a^۲ + b^۲ + ۲ab \rightarrow \text{مجموع مربعات} = a^۲ + b^۲ = (a+b)^۲ - ۲ab = ۹^۲ - ۲ \times ۱۴ = ۸۱ - ۲۸ = ۵۳$$

۱۱۷. اگر $x^۲ - ۶xy + y^۲ = ۰$ باشد، حاصل عبارت $(\frac{x-y}{x+y})^۲$ برابر است با:

۱) $-\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۲

پاسخ: گزینه ۲ چون $x^۲ - ۶xy + y^۲ = ۰$، پس: $x^۲ + y^۲ = ۶xy$

حال حاصل $(\frac{x-y}{x+y})^۲$ را به‌دست می‌آوریم:

$$(\frac{x-y}{x+y})^۲ = \frac{x^۲ + y^۲ - ۲xy}{x^۲ + y^۲ + ۲xy}$$

در عبارت بالا به جای $x^۲ + y^۲$ عبارت $۶xy$ را قرار می‌دهیم:

$$\frac{۶xy - ۲xy}{۶xy + ۲xy} = \frac{۴xy}{۸xy} = \frac{۱}{۲}$$

۱۱۸. اگر بزرگترین مجموعه جواب نامعادلهٔ $\frac{۲}{۳}x - x > ۲x + m$ برابر $x < ۶$ باشد، مقدار m برابر با کدام گزینهٔ زیر است؟

۱) -۲۸ ۲) ۱۷ ۳) -۱۴ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $\frac{۲}{۳}x - x > ۲x + m$ را برحسب m به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۲}{۳}x - x > ۲x + m \rightarrow \frac{۲}{۳}x - x - ۲x > m \rightarrow \frac{-۷}{۳}x > m$$

دو طرف را در $-\frac{۳}{۷}$ ضرب می‌کنیم و چون در عدد منفی ضرب شده، علامت نامعادله عوض می‌شود.

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

$x < -\frac{۳}{۷}m$

باتوجه به اینکه مجموعه جواب نامعادله برابر $x < ۶$ است، پس: $-\frac{۳}{۷}m = ۶$

$-\frac{۳}{۷}m = ۶ \to m = -۱۴$

۱۱۹. مقدار عبارت $\left(\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}\right)^{۲۰۰۰} \times \left(\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}\right)^{۲۰۰۰}$ کدام است؟

۱) $\frac{۵^{۲۰۰۰}-۱}{۴}$ ۲) $\frac{۵^{۲۰۰۰}+۱}{۴}$ ۳) $۴^{۱۰۰۰}$ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۴ می‌توان نوشت:

$$\left(\left(\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}\right)\left(\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}\right)\right)^{۲۰۰۰} = \left(\frac{۵-۱}{۴}\right)^{۲۰۰۰} = ۱$$

۱۲۰. اگر $a+b+c=۷$ و $a^۲+b^۲+c^۲=۱۱$، حاصل $ab+ac+bc$ برابر است با:

۱) ۵۷ ۲) ۱۹ ۳) ۳۸ ۴) ۳۶

پاسخ: گزینه ۲ از اتحاد مربع سه جمله‌ای استفاده می‌کنیم:

$$(a+b+c)^۲ = a^۲+b^۲+c^۲+۲ab+۲ac+۲bc$$
$$\to (a+b+c)^۲ = (a^۲+b^۲+c^۲)+۲(ab+ac+bc)$$
$$\to ۷^۲ = ۱۱ + ۲(ab+ac+bc)$$
$$\to ab+ac+bc = \frac{۴۹-۱۱}{۲} = \frac{۳۸}{۲} = ۱۹$$

۱۲۱. در معادلهٔ $۳^{۲t+۴} = ۲^{(x-۱)(x-۲)\cdots(x-۱۰۰)}$، اگر $x=۲۰$ باشد، مقدار t کدام است؟

۱) -۲ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) -۱

پاسخ: گزینه ۱ در توان سمت راست، با جایگزینی ۲۰ به جای x یکی از این پرانتزها صفر می‌شود (بیستمین پرانتز $۲۰-۲۰=۰$)، پس حاصل‌ضرب (یعنی توان) صفر می‌شود. هر عدد به توان صفر برابر با یک می‌باشد. پس توان سمت چپ نیز باید صفر باشد.

$$۲t+۴=۰ \to ۲t=-۴ \to t=\frac{-۴}{۲} \to t=-۲$$

۱۲۲. اگر $xy=۵$ و $yz=۴$ و $xz=۳$ باشد، مقدار $۳y^۲+۴x^۲+۵z^۲$ کدام گزینه است؟

۱) ۴۷ ۲) ۳۷ ۳) ۲۷ ۴) ۵۷

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{cases} xy=۵ \\ yz=۴ \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین}} xyyz = ۵\times۴ \Rightarrow xzy^۲ = ۲۰ \to ۳y^۲ = ۲۰ \to \boxed{y^۲ = \frac{۲۰}{۳}}$$

$$\begin{cases} xy=۵ \\ xz=۳ \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین}} xyxz = ۵\times۳ \to x^۲yz = ۱۵ \to ۴x^۲ = ۱۵ \to \boxed{x^۲ = \frac{۱۵}{۴}}$$

$$\begin{cases} yz=۴ \\ xz=۳ \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین}} yzxz = ۱۲ \to yz^۲x = ۱۲ \to ۵z^۲ = ۱۲ \to \boxed{z^۲ = \frac{۱۲}{۵}}$$

$$۳y^۲+۴x^۲+۵z^۲ \to (\cancel{۳}\times\frac{۲۰}{\cancel{۳}})+(\cancel{۴}\times\frac{۱۵}{\cancel{۴}})+(\cancel{۵}\times\frac{۱۲}{\cancel{۵}}) = ۲۰+۱۵+۱۲ = ۴۷$$

۱۲۳. فرض کنید $a = \sqrt{۲۰۰۵}+\sqrt{۱۹۹۵}$. کدام عبارت برابر $\sqrt{۲۰۰۵}-\sqrt{۱۹۹۵}$ است؟

۱) $۱۰-a$ ۲) $\frac{۱}{a}$ ۳) $\frac{۱۰}{a}$ ۴) $\frac{a}{۱۰}$

پاسخ: گزینه ۳ می‌توانیم بنویسیم:

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

$(\sqrt{۲۰۰۵}-\sqrt{۱۹۹۵})(\sqrt{۲۰۰۵}+\sqrt{۱۹۹۵})=۱۰$

$\Rightarrow \sqrt{۲۰۰۵}-\sqrt{۱۹۹۵}=\frac{۱۰}{a}$

۱۲۴. مجموع ضرایب عبارت $۳+(۳x^۲+x-۳)^{۱۳۹۷}+(۳x^۳-x-۲)^{۲۰۱۹}$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۲ برای به‌دست آوردن ضرایب یک چندجمله‌ای کافی است به‌جای متغیرها عدد یک بگذاریم.

$۳+(۳\times ۱^۲+۱-۳)^{۱۳۹۷}+(۳\times ۱^۳-۱-۲)^{۲۰۱۹}=۳+۱^{۱۳۹۷}+۰^{۲۰۱۹}=۳+۱=۴$

۱۲۵. کدام عبارت در تجزیهٔ عبارت $۲x^۳+x^۲-۱۸x-۹$ وجود ندارد؟

۱) $x-۳$ ۲) $x+۳$ ۳) $۲x+۱$ ۴) x

پاسخ: گزینه ۴

$۲x^۳+x^۲-۱۸x-۹=(۲x^۳-۱۸x)+(x^۲-۹)=۲x(x^۲-۹)+(x^۲-۹)$

$=(x^۲-۹)(۲x+۱)=(x-۳)(x+۳)(۲x+۱)$

۱۲۶. کدام یک از گزینه‌های زیر مجموعه جواب نامعادله زیر را نشان می‌دهد؟

$$-۳(x-۱)\geq ۱-\frac{۲x+۱}{۲}$$

۱) $\{x\in\mathbb{R}|x\leq\frac{۵}{۴}\}$ ۲) $\{x\in\mathbb{R}|x\geq\frac{۵}{۴}\}$ ۳) $\{x\in\mathbb{R}|x\leq\frac{۳}{۴}\}$ ۴) $\{x\in\mathbb{R}|x\geq\frac{۳}{۴}\}$

پاسخ: گزینه ۱

$-۳(x-۱)\geq ۱-\frac{۲x+۱}{۲}\rightarrow -۳x+۳+\frac{۲x+۱}{۲}\geq ۱$

$\frac{-۶x+۶+۲x+۱}{۲}\geq ۱\Rightarrow \frac{-۴x+۷}{۲}\geq ۱\Rightarrow -۴x+۷\geq ۲\Rightarrow -۴x\geq -۵\Rightarrow x\leq\frac{۵}{۴}$

۱۲۷. اگر $A=x^۲+۲x+۳$ باشد و $B=۲x^۲+۳x-۱$ و $C=۳x^۲-۵x+۴$ آنگاه مقدار $۲A+B-C$ کدام است؟

۱) $x^۲+۱۰x-۲$ ۲) $x^۲+۱۲x-۱$ ۳) $x^۲+۱۲x+۱$ ۴) $x^۲+۱۰x+۲$

پاسخ: گزینه ۳

$۲A+B-C=۲(x^۲+۲x+۳)+۲x^۲+۳x-۱-(۳x^۲-۵x+۴)$

$=۲x^۲+۴x+۶+۲x^۲+۳x-۱-۳x^۲+۵x-۴=x^۲+۱۲x+۱$

۱۲۸. اگر $x+y+z=۱$ و $\frac{۱}{x}+\frac{۱}{y}+\frac{۱}{z}=۰$، $x^۲+y^۲+z^۲$ برابر است با:

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲ از $\frac{۱}{x}+\frac{۱}{y}+\frac{۱}{z}=۰$ نتیجه می‌شود $xy+yz+zx=۰$ پس:

$x^۲+y^۲+z^۲=(x+y+z)^۲-۲(xy-yz+zx)=۱-۲\times ۰=۱$

۱۲۹. اگر $۵x^۲+۷xy=۲۶$ و $۱۵x+۲۱y=۱۳$ باشد، مقدار x برابر چند است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

پاسخ: گزینه ۳

$$\left.\begin{array}{l}۵x^۲+۷xy=۲۶\xrightarrow{\text{فاکتور}}x(۵x+۷y)=۲۶\\ ۱۵x+۲۱y=۱۳\xrightarrow{\text{فاکتور}}۳(۵x+۷y)=۱۳\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{تقسیم می‌کنیم}}\frac{x(۵x+۷y)}{۳(۵x+۷y)}=\frac{۲۶}{۱۳}\rightarrow\frac{x}{۳}=\frac{۲}{۱}\rightarrow x=۶$$

۱۳۰. عبارت جبری $(x^۳+bx^۲)+(۴xy+۴by)$ به صورت ضرب دو عبارت جبری کدام است؟

۱) $x+b(x^۲+۴y)$ ۲) $(x+b)x^۲+۴y$ ۳) $x(bx^۲+۴y)$ ۴) $(x+b)(x^۲+۴y)$

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا در هر پرانتز از عبارت یکسان فاکتور گرفته و در مرحله‌ی بعد از دو جمله‌ای $x+b$ در عبارات فاکتور می‌گیریم:

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

$$(x^{۳}+bx^{۲})+(۴xy+۴by)=x^{۲}(x+b)+۴y(x+b)=(x+b)(x^{۲}+۴y)$$

فاکتور — مشترک — مشترک — از $۴y$ فاکتور — از $x^{۲}$ فاکتور

۱۳۱. اگر $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}=۵$ و $\frac{a}{c}+\frac{c}{b}+\frac{b}{a}=۶$ باشد، حاصل $\frac{a^{۲}}{b^{۲}}+\frac{b^{۲}}{c^{۲}}+\frac{c^{۲}}{a^{۲}}$ چند است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

پاسخ: گزینه ۴

$$(\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a})^{۲}=۵^{۲}\Rightarrow\frac{a^{۲}}{b^{۲}}+\frac{b^{۲}}{c^{۲}}+\frac{c^{۲}}{a^{۲}}+۲\times\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{c}+۲\times\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{a}+۲\times\frac{b}{a}\cdot\frac{c}{a}=۲۵$$

$$\Rightarrow\frac{a^{۲}}{b^{۲}}+\frac{b^{۲}}{c^{۲}}+\frac{c^{۲}}{a^{۲}}+۲(\frac{a}{b}+\frac{c}{b}+\frac{b}{a})=۲۵\Rightarrow\frac{a^{۲}}{b^{۲}}+\frac{b^{۲}}{c^{۲}}+\frac{c^{۲}}{a^{۲}}=۱۳$$

۱۳۲. اگر $x^{۲}+x=۱$، $x^{۷}$ کدام است؟ (روبوکاپ – پنجمین دوره)

۱) $۸x-۱۳$ ۲) $۸x+۱۳$ ۳) $۱۳x-۸$ ۴) $۱۳x+۸$

پاسخ: گزینه ۳

$$x^{۲}=\boxed{۱-x}\ \rightarrow\ x^{۴}=(۱-x)^{۲}=۱-۲x+x^{۲}\rightarrow(۱-۲x)+(۱-x)\rightarrow\boxed{۲-۳x}$$

$$x^{۷}=x^{۴}.x^{۲}.x=(۲-۳x)(۱-x)x$$

$$=(۲-۲x-۳x+۳x^{۲})x\rightarrow(۲-۵x+۳x^{۲})x$$

$$=(۲-۵x+۳(۱-x))x\rightarrow(۵-۸x)x=۵x-۸x^{۲}$$

$$=۵x-۸(۱-x)=۱۳x-۸$$

۱۳۳. a و b و c عددهایی اول هستند و $a>b>c$. اگر $a+b+c=۷۸$ و $a-b-c=۴۰$، abc برابر است با:

۱) ۵۹۰ ۲) ۱۰۶۳ ۳) ۱۲۳۹ ۴) ۲۰۰۶

پاسخ: گزینه ۴ a و b حتماً فرد هستند و $a+b+c$ زوج است پس c زوج است و در نتیجه $c=۲$. (عدد ۲ تنها عدد اول زوج است) از طرفی

$$۲a=(a+b+c)+(a-b-c)=۷۸+۴۰$$

پس $a=۵۹$ و در نتیجه $b=۱۷$. بنابراین:

$$abc=۵۹\times۱۷\times۲=۲۰۰۶$$

۱۳۴. تفاضل ۳۹ از مجذور عددی با مجذور تفاضل ۳ از آن عدد، برابر است. آن عدد چند است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

پاسخ: گزینه ۴

$$x^{۲}-۳۹=(x-۳)^{۲}$$

مجذور عدد — تفاضل آن عدد از ۳ — مجذور عدد

اتحاد $(a-b)^{۲}=a^{۲}+b^{۲}-۲ab$

$$x^{۲}-۳۹=x^{۲}-۶x+۹\rightarrow۶x=۹+۳۹=۴۸\rightarrow x=\frac{۴۸}{۶}=۸$$

۱۳۵. اگر $x^{۳}-y^{۳}=۷$ و $x-y=۱$، حاصل $x^{۲}+y^{۲}$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) -۵ ۳) ۲۵ ۴) -۲۵

پاسخ: گزینه ۱

$$x-y=۱\Rightarrow\text{طرفین به توان ۳}\Rightarrow\underbrace{(x-y)^{۳}}_{\text{اتحاد مکعب دو جمله}}=۱^{۳}\Rightarrow x^{۳}-۳x^{۲}y+۳xy^{۲}-y^{۳}=۱^{۳}\xrightarrow{x^{۳}-y^{۳}=۷}\underbrace{-۳x^{۲}y+۳xy^{۲}}_{\text{فاکتورگیری از }-۳xy}+۷=۱\Rightarrow-۳xy\underbrace{(x-y)}_{۱}=-۶$$

$$\Rightarrow-۳xy=-۶\xrightarrow{\div(-۳)}xy=۲\quad(۱)$$

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

$$x-y=۱ \Rightarrow \underbrace{(x-y)^۲}_{\text{اتحاد مربع دو جمله}} = ۱^۲ \Rightarrow x^۲-۲xy+y^۲=۱ \Rightarrow x^۲+y^۲ \overset{(۱)}{=\!=} ۱+۲\overbrace{xy}^{۲} \Rightarrow x^۲+y^۲=۱+۴ \Rightarrow x^۲+y^۲=۵$$

۱۳۶ . کدام یک از عامل‌های زیر در تجزیه عبارت $(x^۲-۵x+۶)+(x^۲-x-۲)$ وجود دارد؟

۱) $x-۱$ ۲) $۲x+۲$ ۳) $x+۲$ ۴) $x-۳$

پاسخ: گزینه ۱

$$(x^۲-۵x+۶)+(x^۲-x-۲)=(x-۲)(x-۳)+(x-۲)(x+۱)=(x-۲)((x-۳)+(x+۱))$$
$$=(x-۲)(۲x-۲)=۲(x-۲)(x-۱)$$

۱۳۷ . چند جمله‌ای زیر متحد با صفر است، مقدار d برابر با کدام گزینه است؟

$$(a-۴)x^۳-(a-۳b+۵)x^۲+(۴b-۲c)x+c-۳d$$

۱) ۴ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۳ هرگاه همهٔ ضرایب یک چندجمله‌ای صفر باشد آن را متحد با صفر می‌نامند.

$$\rightarrow \begin{cases} a-۴=۰ \rightarrow a=۴ \\ a-۳b+۵=۰ \rightarrow ۴-۳b+۵=۰ \rightarrow ۳b=۹ \rightarrow b=۳ \\ ۴b-۲c=۰ \rightarrow ۱۲-۲c=۰ \rightarrow ۲c=۱۲ \rightarrow c=۶ \\ c-۳d=۰ \rightarrow ۶-۳d=۰ \rightarrow ۳d=۶ \rightarrow d=۲ \end{cases}$$

۱۳۸ . در تجزیه‌ی $۴a^۴-۴^۳$ کدام عامل وجود ندارد؟

۱) $a^۲+۴$ ۲) $a+۲$ ۳) $a-۲$ ۴) $a^۲-a$

پاسخ: گزینه ۴

$$۴(a^۴-۱۶)=۴(a^۲-۴)(a^۲+۴)=۴(a-۲)(a+۲)(a^۲+۴)$$

۱۳۹ . حاصل عبارت $(x-a)(x-b)(x-c)\cdots(x-y)(x-z)$ برابر کدام است؟

۱) صفر ۲) $x^{۲۶}-(a+b+\cdots+y+z)$

۳) $x^{۲۶}-۱\times۲\times۳\times\cdots\times۲۶$ ۴) $x^{۲۶}+(a+b+x+z)-۱\times۲\times\cdots\times۲۶$

پاسخ: گزینه ۱

$$(x-a)(x-b)(x-c)\cdots(x-x)(x-y)(x-z)$$

توالی ضرب به حروف انگلیسی است و جملهٔ $(x-x)$ وقتی در عبارت ظاهر می‌شود مقدارش صفر است و صفر ضربدر هر عددی صفر می‌شود.

۱۴۰ . عددهای طبیعی x و y در $۲x=۵y$ صدق می‌کنند و یکی از عددهای زیر $x+y$ است. این عدد کدام است؟

۱) ۲۰۱۱ ۲) ۲۰۱۰ ۳) ۲۰۰۹ ۴) ۲۰۰۸

پاسخ: گزینه ۳ چون $۲x=۵y$، y باید بر ۲ بخش‌پذیر باشد، می‌توانیم بنویسیم:

$$x+y=۵\left(\frac{y}{۲}\right)+y=۷\times\left(\frac{y}{۲}\right)$$

پس $x+y$ حتماً باید بر ۷ بخش‌پذیر باشد.

۱۴۱ . در وسط زمین مستطیل شکلی به ابعاد $۲x$ و $x+۳$ حوض دایره‌ای شکل به شعاع $\frac{x}{۳}$ ساخته شده است و بقیه زمین چمن‌کاری شده است. مساحت ناحیه چمن‌کاری برحسب x به صورت $ax^۲+۶x$ می‌باشد. مقدار a برابر کدام گزینه است؟

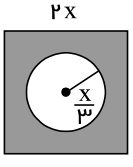
۱) $۲-\frac{\pi}{۹}$ ۲) $۲+\frac{\pi}{۹}$ ۳) $۲-\frac{\pi}{۳}$ ۴) $۲+\frac{\pi}{۳}$

پاسخ: گزینه ۱

مستطیل $S=$ طول $\times$ عرض $=۲x(x+۳)=۲x^۲+۶x$

دایره $S=\pi r^۲=\pi\times(\frac{x}{۳})^۲=\frac{\pi x^۲}{۹}$

هاشور (چمن) $S_{\square}-S_{\bigcirc}=۲x^۲+۶x-\frac{\pi x^۲}{۹}=(۲-\frac{\pi}{۹})x^۲+۶x$



برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

مشاهده می‌شود که به جای a عدد $\frac{\pi}{9} - 2$ آمده است.

۱۴۲. حاصل عبارت مقابل برابر است با: $۲۰^۲ - ۱۸^۲ + ۱۶^۲ - ۱۴^۲ + \ldots + ۴^۲ - ۲^۲$

۱) ۵۵ ۲) ۱۱۰ ۳) ۲۲۰ ۴) ۴۴۰

پاسخ: گزینه ۳ نکته: اتحاد مزدوج $a^۲ - b^۲ = (a-b)(a+b)$

$$(۲۰^۲ - ۱۸^۲) + (۱۶^۲ - ۱۴^۲) + \ldots + (۴^۲ - ۲^۲) = [(۲۰ - ۱۸)(۲۰ + ۱۸)] + [(۱۶ - ۱۴)(۱۶ + ۱۴)] + \ldots$$

$$+ [(۴ - ۲)(۴ + ۲)] = [۲(۲۰ + ۱۸)] + [۲(۱۶ + ۱۴)] + \ldots + [۲(۴ + ۲)]$$

$$\xrightarrow[\text{می‌گیریم}]{\text{از ۲ فاکتور}} ۲[۲۰ + ۱۸ + ۱۶ + ۱۴ + \ldots + ۴ + ۲] \xrightarrow[\text{کروشه فاکتور می‌گیریم}]{\text{دوباره از ۲ داخل}} ۲ \times ۲(۱۰ + ۹ + ۸ + ۷ + \ldots + ۲ + ۱)$$

$$۴ \times (۱۰ + ۹ + ۸ + ۷ + \ldots + ۲ + ۱) = ۴ \times ۵۵ = ۲۲۰$$

نکته‌ی ۲: $۱ + ۲ + \ldots + n = \frac{n(n+۱)}{۲}$

طبق نکته‌ی ۲: $\frac{۱۰ \times (۱۰+۱)}{۲} = \frac{۱۰ \times ۱۱}{۲} = ۵۵$

۱۴۳. همه‌ی عددهای حقیقی نامنفی مانند x و y را در نظر بگیرید که حاصل جمعشان ۲ است. اختلاف بیش‌ترین مقدار و کم‌ترین مقدار $x^۳ + y^۳$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۲ چون $x + y = ۲$ می‌توانیم بنویسیم:

$$x^۳ + y^۳ = x^۳ + (۲ - x)^۳ = ۸ - ۱۲x + ۶x^۲$$

و چون $x \geq ۰$ و $y \geq ۰$، باید حداقل و حداکثر $۸ - ۱۲x + ۶x^۲$ را روی $[۰, ۲]$ به دست بیاوریم. می‌دانیم که به ازای xهایی که به ازای آن‌ها این عبارت مقادیر حداقل و حداکثرش را می‌گیرد، بین مقدارهای ۰، ۲ و $\frac{-۱۲}{۲ \times ۶} = ۱$ هستند و مقدار عبارت به ازای آن‌ها برابر است با ۸، ۸ و ۲. پس حداکثر مقدار عبارت ۸ است و حداقل آن ۲ است. تفاضل این مقدارها برابر است با: $۸ - ۲ = ۶$

۱۴۴. با فرض طبیعی بودن x و y حاصل $x^۲y^۲ + x^۲ + y^۲ + ۱$ کدامیک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟

۱) ۴۳ ۲) ۸۵ ۳) ۱۱۹ ۴) ۸۳

پاسخ: گزینه ۲

$$(x^۲y^۲ + x^۲) + y^۲ + ۱$$
$$= x^۲(y^۲ + ۱) + (y^۲ + ۱) = (y^۲ + ۱)(x^۲ + ۱)$$

حالا باید دید کدام گزینه را به این شکل می‌توان نوشت؛

اعداد ۴۳ و ۸۳ که اعدادی اولند را کنار می‌گذاریم:

$$۸۵ = ۱۷ \times ۵ = (۴^۲ + ۱)(۲^۲ + ۱)$$

۱۴۵. اگر $A = a^۲ - b^۲$ و $B = a^۲ + b^۲$ و $C = ab \neq ۰$، حاصل عبارت $\frac{A^۲ - B^۲}{C^۲}$ کدام گزینه است؟

۱) -۴ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{A^۲ - B^۲}{C^۲} = \frac{(A-B)(A+B)}{C^۲} = \frac{(\cancel{a^۲} - b^۲ - \cancel{a^۲} - b^۲)(a^۲ - \cancel{b^۲} + a^۲ + \cancel{b^۲})}{(ab)^۲} = \frac{(-۲b^۲)(۲a^۲)}{a^۲b^۲} = \frac{-۴a^۲b^۲}{a^۲b^۲} = -۴$$

۱۴۶. از رابطهٔ $a^۲ + ۱۰b^۲ - ۶ab - ۲b + ۱ = ۰$ مقدار a برابر است با:

۱) -۳ ۲) -۱ ۳) $+۱$ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۴

$$a^۲ + ۱۰b^۲ - ۶ab - ۲b + ۱ = ۰$$
$$\rightarrow a^۲ + b^۲ + (۳b)^۲ - ۶ab - ۲b + ۱ = ۰$$
$$\rightarrow a^۲ + (۳b)^۲ - ۶ab + b^۲ - ۲b + ۱ = ۰$$

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

$\rightarrow (a-3b)^2+(b-1)^2=0$

هردو پرانتز به‌توان دو رسید و در نتیجه هردو نامنفی است و تنها زمانی جمع دوعبارت نامنفی صفر می‌شود که هردو صفر باشند.

$(a-3b)^2+(b-1)^2=0 \rightarrow b=1 \text{ و } a=3b \xrightarrow{b=1} a=3$

۱۴۷. حاصل عبارت $\sqrt{4+94\sqrt{4+96\sqrt{4+98\times 102}}}$ کدام است؟

۱) ۹۴ ۲) ۱۰۰ ۳) ۹۸ ۴) ۹۶

پاسخ: گزینه ۴ از داخلی‌ترین رادیکال شروع به حل سؤال می‌کنیم:

98×102 با استفاده از اتحاد مزدوج برابر $(100+2)(100-2)$ است، پس:

$\sqrt{4+(100-2)(100+2)}=\sqrt{4+100^2-4}=\sqrt{100^2}=100$

حال داریم:

96×100 برابر است با $(98+2)(98-2)$ پس:

$\sqrt{4+(98-2)(98+2)}=\sqrt{4+98^2-4}=\sqrt{98^2}=98$

داریم:

94×98 نیز برابر $(96+2)(96-2)$ است، پس:

$\sqrt{4+(96-2)(96+2)}=\sqrt{4+96^2-4}=\sqrt{96^2}=96$

۱۴۸. چندجمله‌ای $25x^2+35x+12$ را به صورت ضرب دو عبارت جبری نوشته‌ایم. یکی از این عبارت‌ها کدام است؟

۱) $5x+4$ ۲) $5x-3$ ۳) $5x+6$ ۴) $5x+2$

پاسخ: گزینه ۱ باتوجه به اتحاد جمله مشترک این عبارت را تجزیه می‌کنیم.

$25x^2+35x+12=(5x+3)(5x+4)$

۱۴۹. به ازای چند عدد طبیعی، نامعادلهٔ $(x-2)+2(x-2)^2\geq 2x(x-3)+2$ جواب دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) بی‌شمار

پاسخ: گزینه ۲ نامعادله را حل می‌کنیم:

$(x-2)+2(x-2)^2\geq 2x(x-3)+2$

$x-2+2(x^2-4x+4)\geq 2x^2-6x+2$

$x-2+2x^2-8x+8\geq 2x^2-6x+2$

$-7x+6\geq -6x+2$

$\Rightarrow -7x+6x\geq 2-6$

$\Rightarrow -x\geq -4$

$\Rightarrow x\leq 4$

اعداد طبیعی که به جای x می‌توان قرار داد، اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ هستند.

۱۵۰. اگر $a^2+b^2=ab$ ، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۱) $a+b=0$ ۲) $a-b=0$ ۳) $a=\frac{1}{2}b$ ۴) $a=b=0$

پاسخ: گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱:

$a+b=0\Rightarrow a=-b$

با جایگذاری $a=-b$ داریم:

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

$a^۲ + b^۲ = ab$

$\Rightarrow (-b)^۲ + b^۲ = (-b)(b) \Rightarrow ۲b^۲ \neq -b^۲$

گزینهٔ ۲:

$a - b = ۰ \Rightarrow a = b$

با جایگذاری $a = b$ داریم:

$a^۲ + b^۲ = ab \Rightarrow b^۲ + b^۲ = (b)(b) \Rightarrow ۲b^۲ \neq b^۲$

$a = \frac{۱}{۲}b$

گزینهٔ ۳:

با جایگذاری $a = \frac{۱}{۲}b$ داریم:

$a^۲ + b^۲ = ab \Rightarrow (\frac{۱}{۲}b)^۲ + b^۲ = b(\frac{۱}{۲}b)$

$\Rightarrow \frac{۱}{۴}b^۲ + b^۲ = \frac{۱}{۲}b^۲ \Rightarrow \frac{۵}{۴}b^۲ \neq \frac{۱}{۲}b^۲$

گزینهٔ ۴:

با جایگذاری $b = a = ۰$ داریم:

$a^۲ + b^۲ = ab \Rightarrow ۰^۲ + ۰^۲ + ۰^۲ = ۰ \times ۰ \Rightarrow ۰ = ۰$

گزینهٔ ۴ پاسخ صحیح است.

۱۵۱. اگر عبارت گویای $\frac{۴x + ۳}{x^۲ + ax + b}$ به ازای مقادیر $x = ۱$ و $x = -۳$ تعریف نشده باشد، حاصل $a - b$ کدام گزینه است؟

۱) ۱ ۲) ۵ ۳) -۵ ۴) -۱

پاسخ: گزینه ۲ چون کسر به ازای $x = ۱$ و $x = -۳$ تعریف نشده است، پس این دو x ریشه‌های مخرج هستند و به ازای آن‌ها مخرج صفر می‌شود.

$x = ۱ \rightarrow (۱)^۲ + a(۱) + b = ۰ \rightarrow a + b = -۱ \quad (I)$

$x = -۳ \rightarrow (-۳)^۲ + (-۳)a + b = ۰ \rightarrow -۳a + b = -۹ \quad (II)$

دو عبارت (I) و (II) را در دستگاه معادلهٔ خط قرار داده و a و b را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} a + b = -۱ \\ -۳a + b = -۹ \end{cases} + \begin{cases} ۳a + ۳b = -۳ \\ -۳a + b = -۹ \end{cases}$$

$$۴b = -۱۲ \rightarrow b = -۳$$

$$a + b = -۱ \xrightarrow{b=-۳} a - ۳ = -۱ \Rightarrow a = ۲$$

$$a - b = ۲ - (-۳) = ۲ + ۳ = ۵$$

۱۵۲. کدام گزینه مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $\frac{x + ۱}{۳} \leq \frac{x - ۱}{۲} - ۱$ را نشان می‌دهد؟

۱) $\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{۱۱}{۵} \leq x\}$ ۲) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -\frac{۱۱}{۵}\}$ ۳) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -۱\}$ ۴) $\{x \in \mathbb{R} \mid -۱ \leq x\}$

پاسخ: گزینه ۴ نامعادله را حل می‌کنیم و مجموعهٔ جواب آن را به دست می‌آوریم:

$$\frac{-۲ - x + ۱}{۲} \leq \frac{x + ۱}{۳} \rightarrow \frac{-x - ۱}{۲} \leq \frac{x + ۱}{۳}$$

دو طرف نامعادله را در عدد ۶ ضرب می‌کنیم:

$$+۳(-x - ۱) \leq ۲(x + ۱)$$

$$-۳x - ۳ \leq ۲x + ۲$$

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

$-۵ \le ۵x$

$-\frac{۵}{۵} \le x \to -۱ \le x$

مجموعهٔ جواب $= \{x \in \mathbb{R} \,|\, -۱ \le x\}$

۱۵۳. کدام یک از دو جمله‌ی زیر را از عبارت $۳x^۲ - ۱۵x + ۲۵$ کم کنیم تا عبارت حاصل مربع یک دو جمله‌ای باشد؟

۱) $۲x^۲ - ۵x$ ۲) $۲x^۲ + ۵x$ ۳) $-۲x^۲ - ۵x$ ۴) $-۲x^۲ + ۵x$

پاسخ: گزینه ۱

$۳x^۲ - ۱۵x + ۲۵ - (۲x^۲ - ۵x) = ۳x^۲ - ۱۵x + ۲۵ - ۲x^۲ + ۵x = x^۲ - ۱۰x + ۲۵ = (x-۵)^۲$

۱۵۴. اگر $x^۲ + y = ۲$، $y + z^۲ = ۴$ و $z^۲ + x^۲ = ۸$ باشد مقدار عددی $\sqrt{\frac{x^۲ + y + z^۲}{۷}}$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۴

$(x^۲ + y) + (y + z^۲) + (x^۲ + z^۲) = ۲x^۲ + ۲y + ۲z^۲ = ۲ + ۴ + ۸ = ۱۴ \to x^۲ + y + z^۲ = ۷$

$\sqrt{\frac{x^۲ + y + z^۲}{۷}} = \sqrt{\frac{۷}{۷}} = ۱$

۱۵۵. اگر x و y عددهای حقیقی مثبت باشند، کدام یک از مقادیر زیر بزرگ‌ترین است؟

۱) xy ۲) $x^۲ + y^۲$ ۳) $(x+y)^۲$ ۴) با اطمینان نمی‌توان پاسخ داد.

پاسخ: گزینه ۳

طبق اتحاد مربع دو جمله‌ای داریم:

$(x+y)^۲ = x^۲ + y^۲ + ۲xy \Rightarrow \begin{cases} (x+y)^۲ > x^۲ + y^۲ \\ (x+y)^۲ > xy \end{cases}$

۱۵۶. مجموع دو عدد طبیعی متوالی ۷۱ می‌باشد. حاصل‌ضرب آن‌ها کدام است؟

۱) ۹۳۰ ۲) ۱۱۹۰ ۳) ۱۲۶۰ ۴) ۱۲۹۶

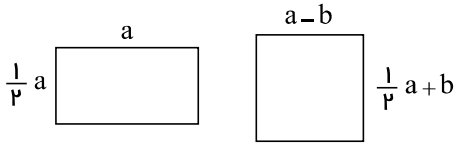
پاسخ: گزینه ۳

$x + (x+۱) = ۷۱ \Rightarrow ۲x = ۷۰ \Rightarrow x = ۳۵ \to ۳۵ \times ۳۶ = ۱۲۶۰$

۱۵۷. مستطیلی به اضلاع a و $\frac{۱}{۲}a$ داریم. از طول مستطیل b واحد کم کرده‌ایم و به عرض مستطیل b واحد اضافه کرده‌ایم. مساحت مستطیل حاصل به صورت یک عبارت جبری برابر است با:

۱) $\frac{۱}{۲}a^۲ + \frac{۱}{۲}ab - b^۲$ ۲) $a^۲ + \frac{۱}{۲}ab - b^۲$ ۳) $\frac{۱}{۲}a^۲ - \frac{۱}{۲}ab + b^۲$ ۴) $a^۲ - \frac{۱}{۲}ab + b^۲$

پاسخ: گزینه ۱



$(a-b)(\frac{۱}{۲}a + b) = \frac{۱}{۲}a^۲ + ab - \frac{۱}{۲}ab - b^۲ = \frac{۱}{۲}a^۲ + \frac{۱}{۲}ab - b^۲$

۱۵۸. a و b و c و d و e اعدادی هستند که: $a - ۱ = b + ۲ = c - ۳ = d + ۴ = e - ۵$ کدام یک از اعداد a و b و c و d و e بزرگ‌تر از بقیه است؟

۱) a ۲) b ۳) d ۴) e

پاسخ: گزینه ۴ $a - ۱ = e - ۵$ پس وقتی ۵ واحد از e کم می‌کنیم حاصل برابر با کم کردن یک واحد از a است. بنابراین e از a بیش‌تر است. به همین ترتیب می‌توان نشان داد که e از تمام اعداد دیگر یعنی b و c و d نیز بزرگ‌تر است.

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

۱۵۹. عدد a عددی مثبت و کوچک‌تر از یک و عدد b عددی بزرگ‌تر از یک است. حاصل کدام عبارت از بقیه بزرگ‌تر است؟

۱) $a\times b$ ۲) $a+b$ ۳) $a\div b$ ۴) b

پاسخ: گزینه ۲ از میان گزینه‌ها تنها حاصل $a+b$ از b بزرگ‌تر است.

$a\times b<b$

$a\div b<a<b$

۱۶۰. فرض کنید a و b عددهایی اول‌اند، $a>b$ و $a+b$ و $a-b$ هم اول‌اند. در این صورت عدد $S=a+b+(a-b)+(a+b)$:

۱) زوج است ۲) بر ۵ بخش‌پذیر است ۳) بر ۷ بخش‌پذیر است ۴) اول است

پاسخ: گزینه ۴ چون a و $a-b$ اول‌اند، a نمی‌تواند اولین عدد اول باشد و در نتیجه باید فرد باشد. به همین استدلال $a+b$ هم فرد است. پس b زوج است و در نتیجه $b=۲$.

یکی از سه عدد $a-۲$، a و $a+۲$ مضرب ۳ هستند و هر سه هم اول‌اند، پس $a-۲=۳$ و در نتیجه $a=۵$. به این ترتیب:

$S=۵+۲+(۵-۲)+(۵+۲)=۱۷$

۱۶۱. مجموع ارقام حاصل عددی $۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷^{۲}-۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۳^{۲}$ برابر است با:

۱) ۸۴ ۲) ۷۴ ۳) ۷۹ ۴) ۱۴۸

پاسخ: گزینه ۲ پاسخ: طبق اتحاد مزدوج تجزیه می‌کنیم:

$(۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷-۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۳)(۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷+۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۳)$

$=۵۵۵۵۵۵۵۵۵۵۵۵۵۵۴\times \underbrace{۱۰^{۱۵}}_{\text{فقط صفر دارد}}$

برای مجموع ارقام ۱۴ تا ۵ داریم و یک عدد ۴

$۱۴\times ۵+۴=۷۴$

۱۶۲. حاصل ضرب دو عدد ۳۶ و مجموع آن‌ها مساوی ۲۰ است. مجموع مربع‌های آن دو عدد چیست؟

۱) ۷۲ ۲) ۹۷ ۳) ۱۵۳ ۴) ۳۲۸

پاسخ: گزینه ۴

اتحاد مربع دو جمله‌ای : $(x+y)^{۲}=x^{۲}+y^{۲}+۲xy\Rightarrow ۲۰^{۲}=x^{۲}+y^{۲}+۲\times ۳۶$

$\Rightarrow x^{۲}+y^{۲}=۲۰^{۲}-۲\times ۳۶=۴۰۰-۷۲=۳۲۸$

۱۶۳. عدد $(\sqrt{۲۲+۱۲\sqrt{۲}}-\sqrt{۲۲-۱۲\sqrt{۲}})^{۲}$:

۱) منفی است. ۲) برابر صفر است. ۳) توان چهارم عددی طبیعی است. ۴) برابر $۱۱\sqrt{۲}$ است.

پاسخ: گزینه ۳ می‌توانیم بنویسیم:

$(\sqrt{۲۲+۱۲\sqrt{۲}}-\sqrt{۲۲-۱۲\sqrt{۲}})^{۲}=(\sqrt{(۳\sqrt{۲}+۲)^{۲}}-\sqrt{(۳\sqrt{۲}-۲)^{۲}})^{۲}$

$=(۳\sqrt{۲}+۲-۳\sqrt{۲}+۲)^{۲}=۴^{۲}=۲^{۴}$

۱۶۴. حاصل عبارت $(۵-\sqrt{۲۴})^{۱۰}(۵+\sqrt{۲۴})^{۹}$ کدام است؟

۱) $۵+\sqrt{۲۴}$ ۲) $۵-\sqrt{۲۴}$ ۳) $۵-۳\sqrt{۸}$ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۲ نکته: اتحاد مزدوج $(a-b)(a+b)=a^{۲}-b^{۲}$

در عبارت زیر ابتدا ۹ تا از توان‌های $\sqrt{۲۴}-۵$ را جدا می‌کنیم تا با مزدوج خود هم‌توان شود.

$(۵-\sqrt{۲۴})^{۱۰}(۵+\sqrt{۲۴})^{۹}=(۵-\sqrt{۲۴})(۵-\sqrt{۲۴})^{۹}(۵+\sqrt{۲۴})^{۹}$

$=(۵-\sqrt{۲۴})\left[۵^{۲}-(\sqrt{۲۴})^{۲}\right]^{۹}=(۵-\sqrt{۲۴})(۲۵-۲۴)^{۹}=(۵-\sqrt{۲۴})(۱)^{۹}=۵-\sqrt{۲۴}$

۱۶۵. اگر $m\neq n$، $m^{۲}-n^{۲}=۱۰k^{۲}$ و $m-n=k$ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۱) $-۲n=۹k$ ۲) $۲k=-۹n$ ۳) $۲k=۹n$ ۴) $۲n=۹k$

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

پاسخ: گزینه ۴

اتحاد مزدوج $= (a-b)(a+b) = a^۲ - b^۲ \rightarrow m - n = k \rightarrow m = k + n$

$m^۲ - n^۲ = ۱۰k^۲ \rightarrow (m-n)(m+n) = ۱۰k^۲$

$k(m+n) = ۱۰k^۲ \xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو طرف را بر } k} \frac{k(m+n)}{k} = \frac{۱۰k^۲}{k}$

$m + n = ۱۰k \xrightarrow{m=k+n} k + n + n = ۱۰k \rightarrow ۲n = ۱۰k - k \rightarrow ۲n = ۹k$

۱۶۶ . مقدار عددی عبارت جبری $(x+y)(x^۲ - xy + y^۲)$ به ازای $x = \frac{۱}{۲}$ و $y = \frac{۱}{۴}$ برابر است با:

۱) $\frac{۱}{۱۶}$ ۲) $\frac{۹}{۶۴}$ ۳) $\frac{۳}{۱۶}$ ۴) $\frac{۷}{۶۴}$

پاسخ: گزینه ۲ روش اول:

اتحاد چاق و لاغر $a^۳ + b^۳ = (a+b)(a^۲ - ab + b^۲)$

$(x+y)(x^۲ - xy + y^۲) = {}^{۳}\text{اولی} + {}^{۳}\text{دومی} = x^۳ + y^۳ = (\frac{۱}{۲})^۳ + (\frac{۱}{۴})^۳$

$= \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۶۴} = \frac{۸+۱}{۶۴} = \frac{۹}{۶۴}$

روش دوم:

$(x+y)(x^۲ - xy + y^۲)$

$x^۳ - x^۲y + xy^۲ + yx^۲ - xy^۲ + y^۳ = x^۳ + y^۳ = (\frac{۱}{۲})^۳ + (\frac{۱}{۴})^۳ = (\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲}) + (\frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۴})$

$\rightarrow \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۶۴} = \frac{۸+۱}{۶۴} = \frac{۹}{۶۴}$

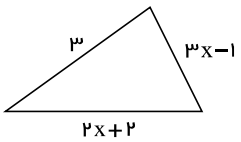
۱۶۷ . مجموع ریشه‌های معادله‌های $(۲x + ۳a)^۲ = a^۲$ کدام است؟

۱) $-۴a$ ۲) $-\frac{۸}{۳}a$ ۳) $-\frac{۲}{۳}a$ ۴) $-۳a$

پاسخ: گزینه ۴

$\left.\begin{array}{l} ۲x_۱ + ۳a = a \Rightarrow ۲x_۱ = -۲a \Rightarrow x_۱ = -a \\ ۲x_۲ + ۳a = -a \Rightarrow ۲x_۲ = -۴a \Rightarrow x_۲ = -۲a \end{array}\right\} \Rightarrow x_۱ + x_۲ = -۳a$

۱۶۸ . با توجه به این‌که در هر مثلث، همواره مجموع دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر است، حدود x در مثلث زیر کدام است؟



۱) $۰ < x < ۶$ ۲) $۰ < x < \frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۲}{۵} < x < ۶$ ۴) $x > ۶$

پاسخ: گزینه ۳ در هر مثلث همواره مجموع دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر است، پس داریم:

$$\begin{cases} ۳ + ۲x + ۲ > ۳x - ۱ \Rightarrow ۲x - ۳x > -۱ - ۵ \Rightarrow -x > -۶ \Rightarrow x < ۶ & (۱) \\ ۳ + ۳x - ۱ > ۲x + ۲ \Rightarrow ۳x - ۲x > ۲ - ۲ \Rightarrow x > ۰ & (۲) \\ ۲x + ۲ + ۳x - ۱ > ۳ \Rightarrow ۵x + ۱ > ۳ \Rightarrow ۵x > ۲ \Rightarrow x > \frac{۲}{۵} & (۳) \end{cases}$$

با اشتراک‌گیری از (۱) و (۲) و (۳) داریم:

$\frac{۲}{۵} < x < ۶$

۱۶۹ . حاصل عبارت مقابل برابر است با:

$(۳+۱)(۳^۲+۱)(۳^۴+۱)\cdots(۳^{۳۲}+۱)(۳^{۶۴}+۱)$

۱) $۳^{۲۵۶} - ۱$ ۲) $۳^{۱۲۸} - ۱$ ۳) $۲ \times (۳^{۱۲۸} - ۱)$ ۴) $\frac{۳^{۱۲۸} - ۱}{۲}$

پاسخ: گزینه ۴ عبارت صورت سوال را در $(۱ - ۳)$ ضرب و تقسیم می‌کنیم و در صورت از اتحاد مزدوج $((a-b)(a+b) = a^۲ - b^۲)$ استفاده می‌کنیم که داریم:

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

$$\frac{(۳-۱)(۳+۱)(۳^۲+۱)(۳^۴+۱)\cdots(۳^{۶۴}+۱)}{(۳-۱)} = \frac{(۳^۲-۱)(۳^۲+۱)(۳^۴+۱)\cdots(۳^{۶۴}+۱)}{۲}$$

$$= \frac{(۳^{۶۴}-۱)(۳^{۶۴}+۱)}{۲} = \frac{(۳^{۶۴})^۲-۱^۲}{۲} = \frac{۳^{۱۲۸}-۱}{۲}$$

۱۷۰. اگر $a-c=۳$ و $b+a=۵$ باشد، مقدار عددی عبارت $bc-ac+c^۲-ab$ برابر چند است؟

۱) -۸ ۲) -۶ ۳) -۴ ۴) -۲

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا عبارت $a-c=۳$ را در منفی یک ضرب می‌کنیم سپس دو عبارت را با هم جمع می‌کنیم:

$$\begin{matrix}-a+c=-۳ \\ b+a=۵\end{matrix} \xrightarrow{\text{جمع می‌کنیم}} b+c=۲$$

$$(bc-ab)+(-ac+c^۲) = -b(a-c)-(c)(a-c) = -(a-c)(b+c) = -۳\times ۲ = -۶$$

۱۷۱. به عدد مثبتی مانند t که در شرط $t^۲=t+۱$ صدق کند «عدد طلایی» می‌گوییم. مقدار $t^۵$ کدام است؟

۱) $۳t+۱$ ۲) $۴t+۲$ ۳) $۵t+۳$ ۴) $۷t+۵$

پاسخ: گزینه ۳

$$t^۵ = t\times t^۲\times t^۲ \to t\times(t+۱)\times(t+۱) \to t\times(t+۱+۲t+۱) = ۳t^۲+۲t \to ۳(t+۱)+۲t = ۵t+۳$$

۱۷۲. اگر a و b و c عددهای حقیقی باشند و $a+b+c=۷$ و $\frac{۱}{a+b}+\frac{۱}{b+c}+\frac{۱}{c+a}=\frac{۷}{۱۰}$ مقدار $\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}$ برابر است با:

۱) $\frac{۱۹}{۱۰}$ ۲) $\frac{۱۷}{۱۰}$ ۳) $\frac{۹}{۷}$ ۴) $\frac{۱۰}{۷}$

پاسخ: گزینه ۱ می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b} = \frac{a}{b+c}+۱+\frac{b}{c+a}+۱+\frac{c}{a+b}+۱-۳$$

$$= \frac{a+b+c}{b+c}+\frac{b+c+a}{c+a}+\frac{c+a+b}{a+b}-۳ = (a+b+c)\left(\frac{۱}{b+c}+\frac{۱}{c+a}+\frac{۱}{a+b}\right)-۳$$

$$= ۷\times\frac{۷}{۱۰}-۳ = \frac{۴۹}{۱۰}-۳ = \frac{۱۹}{۱۰}$$

۱۷۳. مقدار b کدام گزینه می‌تواند باشد؟ $(a^۲-۵)^۲+(b^۲-a^۴+۹)^۲=۰$

۱) ۴ ۲) ۱۶ ۳) ۵ ۴) -۵

پاسخ: گزینه ۱

نکته: هرگاه مجموع چند عبارت که با توان زوج آمده‌اند صفر باشد، تک تک آن عبارات صفر هستند.

$$(a^۲-۵)^۲+(b^۲-a^۴+۹)^۲=۰ \to b^۲-(\sqrt{۵})^۴+۹=۰ \quad \to a^۲-۵=۰ \to a=\sqrt{۵}$$

$$\to b^۲-۲۵+۹=۰ \to b^۲=۱۶ \to b=\pm ۴$$

۱۷۴. به ازای کدام عدد صحیح، نامساوی $\frac{۲}{۷-x}>۱$ برقرار است؟

۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا دو طرف نامعادله را معکوس می‌کنیم:

$$\frac{۲}{۷-x}>۱ \to \frac{۷-x}{۲}<۱ \xrightarrow{\times ۲} ۷-x<۲ \to ۷-۲<x \Rightarrow ۵<x$$

پس ۶ $x=$ است. اگر گزینه‌ی ۴ که $x=۷$ است را انتخاب کنیم کسر $\frac{۲}{۷x}$ برابر با یک عبارت نامعین می‌شود چون مخرج کسر صفر است.

۱۷۵. مجموعه جواب نامعادله‌ی $(۱-|x|)(۱+x)>۰$ کدام است؟

۱) $(-۱,۱)$ ۲) $(-\infty,۱)$ ۳) $(-\infty,-۱)\cup(۱,+\infty)$ ۴) $(-\infty,-۱)\cup(-۱,۱)$

پاسخ: گزینه ۴ اگر $x\le ۰$، عبارت طرف چپ نامعادله‌ی داده شده به $(۱+x)^۲=(۱+x)(۱-(-x))$ تبدیل می‌شود و نامعادله جز به ازای $x=-۱$ برقرار است. اگر $x\ge ۰$، عبارت طرف چپ نامعادله داده شده به $(۱+x)(۱-x)=۱-x^۲$ تبدیل می‌شود، به این ترتیب مجموعه جواب نامعادله‌ی عبارت است از:

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

$((-\infty, ۰] - \{-۱\}) \cup ([۰, +\infty) \cap (-۱, ۱))$

$= (-\infty, -۱) \cup (-۱, ۰) \cup [۰, ۱)$

$= (-\infty, -۱) \cup (-۱, ۱)$

۱۷۶. اگر $(a + \frac{۱}{a})^۲ = ۶$ و $a > ۰$، $a^۳ + \frac{۱}{a^۳}$ برابر است با:

۱) $۴\sqrt{۶}$ ۲) $۳\sqrt{۶}$ ۳) ۶ ۴) $۵\sqrt{۶}$

پاسخ: گزینه ۲ می‌توانیم بنویسیم:

$$a^۳ + \frac{۱}{a^۳} = (a + \frac{۱}{a})^۳ - ۳ \times a \times \frac{۱}{a} \times (a + \frac{۱}{a}) = (\sqrt{۶})^۳ - ۳\sqrt{۶} = ۳\sqrt{۶}$$

۱۷۷. رقم‌های a و b و c در شرط $۰ < a < b < c$ صدق می‌کنند. حاصل جمع همه‌ی عددهای سه رقمی‌ای که از این سه رقم تشکیل شده‌اند و رقم‌هایشان متمایزاند برابر ۱۵۵۴ است. c کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۲ در شش جایگشت رقم‌ها، هر رقم دو بار صدگان است، دو بار دهگان و دو بار یکان و در نتیجه حاصل جمع همه این عددها برابر است با:

$$(a + b + c)(۲ \times ۱۰۰ + ۲ \times ۱۰ + ۲) = ۱۵۵۴$$

پس $a + b + c = ۷$ که تنها وقتی ممکن است که $a = ۱$ و $b = ۲$ و $c = ۴$

۱۷۸. اگر $x + \frac{۱}{x} = ۳$ باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$-\frac{۱}{x^۲} + ۵ - x^۲$$

۱) ۱۲ ۲) ۲ ۳) -۲ ۴) -۱۲

پاسخ: گزینه ۳ دو طرف عبارت $(x + \frac{۱}{x}) = ۳$ را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(x + \frac{۱}{x})^۲ = ۳^۲ \Rightarrow x^۲ + \frac{۱}{x^۲} + ۲ = ۹ \Rightarrow x^۲ + \frac{۱}{x^۲} = ۷$$

$$\Rightarrow -\frac{۱}{x^۲} + ۵ - x^۲ = -(x^۲ + \frac{۱}{x^۲}) + ۵ = -۷ + ۵ = -۲$$

۱۷۹. اگر $(x - ۲)^۲ + (y + ۵)^۲ \times \sqrt{x - ۷} = ۰$ باشد حاصل $x + y$ کدام است؟ (روبوکاپ – اولین دوره)

۱) -۳ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) هیچ مقداری برای x و y یافت نمی‌شود.

پاسخ: گزینه ۴ $(x - ۲)^۲$ و $(y + ۵)^۲ \sqrt{x - ۷}$ دو عبارت همواره نامنفی هستند و جمع آن‌ها وقتی صفر می‌شود که هر کدام برابر صفر باشند.

$$\begin{cases} (x - ۲)^۲ = ۰ \to x = ۲ \\ (y + ۵)^۲ \times \sqrt{x - ۷} = (y + ۵)^۲ \sqrt{۲ - ۷} = \sqrt{-۵} \times (y + ۵)^۲ = ۰ \end{cases}$$

چون زیر رادیکال منفی درآمد این عبارت به ازای هیچ x و y ای برقرار نمی‌باشد.

۱۸۰. حاصل عبارت مقابل کدام گزینه است؟ $(\sqrt{۵} + \sqrt{۳})^{۵۰} (\sqrt{۵} - \sqrt{۳})^{۵۰}$

۱) $۴^{۲۵}$ ۲) $۴^{۵۰}$ ۳) $۸^{۲۵}$ ۴) $۸^{۵۰}$

پاسخ: گزینه ۱

$$(\sqrt{۵} + \sqrt{۳})^{۵۰} (\sqrt{۵} - \sqrt{۳})^{۵۰} = \left[(\sqrt{۵} + \sqrt{۳})(\sqrt{۵} - \sqrt{۳})\right]^{۵۰}$$

$$= \left[(\sqrt{۵})^۲ - (\sqrt{۳})^۲\right]^{۵۰} = [۵ - ۳]^{۵۰} = ۲^{۵۰}$$

گزینه‌ی اول $۴^{۲۵} = (۲^۲)^{۲۵} = ۲^{۵۰}$

اتحاد مزدوج $(a + b)(a - b) = a^۲ - b^۲$

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

۱۸۱. جواب معادلهٔ پارامتری $x+۳=۲a+۴x+۹$ برحسب a کدام گزینه است؟

۱) $۲a=۹x+۶$ ۲) $x=-\frac{۲}{۳}a-۲$ ۳) $x=-\frac{۲}{۳}a+۲$ ۴) $x=۶a$

پاسخ: گزینه ۲

$$x+۳=۲a+۴x+۹$$
$$x-۴x=۲a+۹-۳$$
$$-۳x=۲a+۶$$
$$x=-\frac{۲}{۳}a-\frac{۶}{۳}$$
$$x=-\frac{۲}{۳}a-۲$$

۱۸۲. کدام عامل در تجزیهٔ $x^۴+y^۴-۱۱x^۲y^۲$ وجود دارد؟

۱) $x^۳+۳xy+y^۲$ ۲) $x^۲-۳xy+y^۲$ ۳) $x^۲-۳xy-y^۲$ ۴) $x^۲+۳xy+y$

پاسخ: گزینه ۳

$$x^۴+y^۴-۱۱x^۲y^۲=x^۴+y^۴-۲x^۲y^۲-۹x^۲y^۲$$
$$=(x^۲-y^۲)^۲-(۳xy)^۲$$
$$=(x^۲-y^۲-۳xy)(x^۲-y^۲+۳xy)$$

۱۸۳. حاصل عبارت $\sqrt{۱+۱۳۹۱\sqrt{۱+۱۳۹۲\times\sqrt{۱+۱۳۹۳\times۱۳۹۵}}}$ برابر است با:

۱) ۱۳۹۰ ۲) ۱۳۹۱ ۳) ۱۳۹۲ ۴) ۱۳۹۳

پاسخ: گزینه ۳ این سؤال خیلی خوبیه! من دوستش دارم! حل رو ببنید!

$$۱+۱۳۹۳\times۱۳۹۵=۱+(۱۳۹۴-۱)(۱۳۹۴+۱)$$
$$=۱+۱۳۹۴^۲-۱=۱۳۹۴^۲$$

پس مرحلهٔ بعد عبارت چنین می‌شود:

$$\sqrt{۱+۱۳۹۱\sqrt{۱+۱۳۹۲\times\sqrt{۱۳۹۴^۲}}}$$
$$=\sqrt{۱+۱۳۹۱\sqrt{۱+۱۳۹۲\times۱۳۹۴}}$$

دوباره زیر رادیکال را ساده می‌کنیم:

$$۱+۱۳۹۲\times۱۳۹۴=۱+(۱۳۹۳-۱)(۱۳۹۳+۱)$$
$$=۱+۱۳۹۳^۲-۱=۱۳۹۳^۲$$
$$\Rightarrow\sqrt{۱+۱۳۹۱\sqrt{۱۳۹۳^۲}}=\sqrt{۱+۱۳۹۱\times۱۳۹۳}$$
$$=\sqrt{۱+(۱۳۹۲-۱)(۱۳۹۲+۱)}=\sqrt{۱+۱۳۹۲^۲-۱}$$
$$=۱۳۹۲$$

۱۸۴. اگر $\begin{cases}x^۲+xy=۷\\y^۲+xy=۹\end{cases}$ باشد، حاصل $x+y$ کدام است؟ $(x,y>۰)$

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۲ دو عبارت جبری را با هم جمع می‌کنیم:

$$x^۲+y^۲+۲xy=۱۶\ \Rightarrow\ (x+y)^۲=۱۶\xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}}x+y=۴$$

۱۸۵. اگر $y>۰$ و $xy=۶$، کمترین مقدار ممکن $۲۱x+۱۴y$ کدام است؟

۱) ۴۸ ۲) ۸۳٫۵ ۳) ۸۴ ۴) ۹۶

پاسخ: گزینه ۳ فرض کنید $r=۳x$ و $s=۲y$. در این صورت می‌خواهیم با فرض اینکه $rs=۳۶$ و $s>۰$، $۷(r+s)$ را حداقل کنیم. این حداقل به ازای $r=s=۶$ به دست می‌آید و برابر است با:

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

$۷ \times (۶ + ۶) = ۸۴$

۱۸۶ . اگر $\frac{۱}{۲}x = ۲$ و $۳y = ۳$ باشد، مقدار عددی عبارت $۴xy + ۳y^{\sqrt{x}} - ۲x^{\sqrt{y}}$ چند است؟

۱) -۱۵ ۲) $+۵$ ۳) -۱ ۴) $+۱۷$

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{۱}{۲}x = \frac{۲}{۱} \to x = \frac{\frac{۲}{۱}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۴}{۱} = ۴ \to x = ۴$$

$$۳y = ۳ \to y = \frac{۳}{۳} = ۱ \to y = ۱$$

$$-۲x^{\sqrt{y}} - ۳y^{\sqrt{x}} + ۴xy = -۲(۴)^{\sqrt{۱}} - ۳(۱)^{\sqrt{۴}} + ۴(۴)(۱) = -۸ - ۳ + ۱۶ = -۱۱ + ۱۶ = +۵$$

۱۸۷ . فرض کنید x، y و z عددهای حقیقی مثبت باشند به طوری که $x \geq y \geq z$ و $x + y + z = ۲۰٫۱$. کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

۱) $xy < ۹۹$ ۲) $xy > ۱$ ۳) $xy \neq ۷۵$ ۴) هیچ یک از گزاره‌ها درست نیست

پاسخ: گزینه ۴ با یافتن مثال نقض ثابت می‌کنیم که هیچ یک از گزاره‌های الف و ب و ج صحیح نیست.

الف) $(۱۰ + ۱۰ + ۰٫۱ = ۲۰٫۱ \ , \ ۱۰ \geq ۱۰ \geq ۰٫۱) \ , \ ۱۰ \times ۱۰ > ۹۹$

ب) $(۲۰٫۰۵ + ۰٫۰۴ + ۰٫۰۱ = ۲۰٫۱ \ , \ ۲۰٫۰۵ \geq ۰٫۰۴ \geq ۰٫۰۱) \ , \ ۲۰٫۰۵ \times ۰٫۰۴ < ۱$

ج) $(۱۵ + ۵ + ۰٫۱ = ۲۰٫۱ \ , \ ۱۵ \geq ۵ \geq ۰٫۱) \ , \ ۱۵ \times ۵ = ۷۵$

۱۸۸ . اگر x و y دو عدد طبیعی باشند عبارت $(x+y)^۳ - x^۳ - y^۳$ همواره: (روبوکاپ – اولین دوره)

۱) بر ۲ بخش‌پذیر است و لزوماً بر ۳ بخش‌پذیر نیست.
۲) بر ۳ بخش‌پذیر است ولی لزوماً بر ۲ بخش‌پذیر نیست.
۳) بر ۶ بخش‌پذیر است.
۴) بر ۱۲ بخش‌پذیر است.

پاسخ: گزینه ۳ طبق اتحاد مکعب سه جمله‌ای، جملات را باز می‌کنیم:

$$(x+y)^۳ = x^۳ + ۳x^۲y + ۳xy^۲ + y^۳$$

$$(x+y)^۳ - x^۳ - y^۳ = \cancel{x^۳} + ۳x^۲y + ۳xy^۲ + \cancel{y^۳} - \cancel{x^۳} - \cancel{y^۳} = ۳x^۲y + ۳xy^۲ = ۳xy(x+y)$$

سه حالت ممکن:

(۱) x زوج، y فرد $\leftarrow xy(x+y)$ زوج

(۲) x فرد، y زوج $\leftarrow xy(x+y)$ زوج

(۳) x فرد , y فرد
یا $\leftarrow xy(x+y)$ زوج
x زوج , y زوج

$\leftarrow$ عبارت بالا بر ۳ و بر ۲ بخش‌پذیر است پس بر ۶ بخش‌پذیر است.

۱۸۹ . حاصل عبارت $(a+b)^۲ - (a-b)^۲$ کدام گزینه است؟

۱) $۴a^۲b^۲$ ۲) صفر ۳) $۲ab$ ۴) $۴ab$

پاسخ: گزینه ۴ به کمک اتحاد $(a+b)^۲ = a^۲ + b^۲ + ۲ab$ و $(a-b)^۲ = a^۲ + b^۲ - ۲ab$ داریم:

$$(a+b)^۲ - (a-b)^۲ = a^۲ + b^۲ + ۲ab - (a^۲ + b^۲ - ۲ab) = \cancel{a^۲} + \cancel{b^۲} + ۲ab - \cancel{a^۲} - \cancel{b^۲} + ۲ab = ۴ab$$

۱۹۰ . حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟ $(۵ - \sqrt{۲۴})^۳ (۵ + \sqrt{۲۴})^۲$

۱) ۱ ۲) ۲۵ ۳) $۵ - \sqrt{۲۴}$ ۴) $۵ + \sqrt{۲۴}$

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

پاسخ: گزینه ۳

$$(۵-\sqrt{۲۴})^{۳}(۵+\sqrt{۲۴})^{۲}=\underbrace{(۵-\sqrt{۲۴})(۵+\sqrt{۲۴})}_{\text{اتحاد مزدوج}}\ \underbrace{(۵-\sqrt{۲۴})(۵+\sqrt{۲۴})}_{\text{اتحاد مزدوج}}(۵-\sqrt{۲۴})$$

$$=(۲۵-۲۴)(۲۵-۲۴)(۵-\sqrt{۲۴})=(۱)(۱)(۵-\sqrt{۲۴})=۵-\sqrt{۲۴}$$

۱۹۱. اگر $a>b>۰$ و $c<d<۰$، کدام نامساوی همواره صحیح است؟

۱) $ac>bd$ ۲) $ac<bd$ ۳) $ad<bc$ ۴) $ad>bc$

پاسخ: گزینه ۲ می‌دانیم اگر دو طرف نامساوی را در یک عدد مثبت ضرب کنیم، جهت آن عوض نمی‌شود پس:

$$\left.\begin{matrix}c<d\\b>۰\end{matrix}\right\}\Rightarrow bc<bd\quad(۱)$$

همچنین می‌دانیم که اگر دو طرف یک نامساوی را در عددی منفی ضرب کنیم جهت نامساوی عوض می‌شود. پس:

$$\left.\begin{matrix}a>b\\c<۰\end{matrix}\right\}\Rightarrow ac<bc\quad(۲)$$

از روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$(۱),(۲)\Rightarrow\begin{cases}ac<bc\\bc<bd\Rightarrow ac<bd\end{cases}$$

۱۹۲. مجموعه جواب دستگاه نامعادلات $\begin{cases}|x|<۲\\(۲x-۱)<|x|\end{cases}$ کدام است؟

۱) $۰<x<۱$ ۲) $۱<x<۲$ ۳) $+۲>x>-۱$ ۴) $-۲<x<۱$

پاسخ: گزینه ۴

$$\left.\begin{matrix}x\geq ۰, x<۲, ۲x-۱<x\Rightarrow x<۱\Rightarrow ۰\leq x<۱\\x<۰, -x<۲\Rightarrow x>-۲, ۲x-۱<-x\Rightarrow ۳x<۱\Rightarrow x<\frac{۱}{۳}\Rightarrow -۲<x<۰\end{matrix}\right\}\Rightarrow -۲<x<۱$$

۱۹۳. علامت عبارت $\frac{x}{۴}(x+۲)(x-۳)$، بر روی مجموعه اعداد حقیقی $A=\{x|x>۳\}$ و $B=\{x|x<-۴\}$ چگونه است؟

۱) روی A منفی و روی B مثبت است. ۲) روی A و B منفی است. ۳) روی A مثبت و روی B منفی است. ۴) روی A و B مثبت است.

پاسخ: گزینه ۳ در مجموعهٔ A، $x>۳$ است، بنابراین داریم:

$$x>۳\xrightarrow{\text{۳- طرفین}}x-۳>۳-۳\xrightarrow{۵>۰}x+۲>۰\quad x>۳\xrightarrow{\text{۲+ طرفین}}x+۲>۳+۲\Rightarrow x+۲>۵$$

$$x>۳\xrightarrow{\text{۴÷ طرفین و }۴>۰}\frac{x}{۴}>\frac{۳}{۴}\xrightarrow{\frac{۳}{۴}>۰}\frac{x}{۴}>۰$$

$$\Rightarrow x-۳>۰$$

بنابراین هر سه عبارت در A مثبت هستند پس حاصل‌ضرب آن‌ها نیز روی مجموعهٔ A مثبت می‌شود. حال در مجموعهٔ B، $x<-۴$ است، بنابراین:

$$x<-۴\xrightarrow{\text{۴÷ طرفین و }۴>۰}\frac{x}{۴}<-\frac{۴}{۴}\Rightarrow\frac{x}{۴}<-۱\xrightarrow{-۱<۰}\frac{x}{۴}<۰$$

$$x<-۴\xrightarrow{\text{۲+ طرفین}}x+۲<-۴+۲\Rightarrow x+۲<-۲\xrightarrow{-۲<۰}x+۲<۰$$

$$x<-۴\xrightarrow{\text{۳- طرفین}}x-۳<-۴-۳\Rightarrow x-۳<-۷\xrightarrow{-۷<۰}x-۳<۰$$

مشاهده می‌کنیم که این‌بار عبارت به‌صورت حاصل‌ضرب سه عدد منفی می شود که حاصل منفی است. بنابراین عبارت روی مجموعهٔ B منفی است.

۱۹۴. عبارت $n^۵-۵n^۳+۴n$ بر کدام‌یک از اعداد داده شده، همواره بخش‌پذیر است؟ $(n\in\mathbb{N})$

۱) ۱۱ ۲) ۱۲۰ ۳) ۹ ۴) ۲۵

پاسخ: گزینه ۲

$$\underbrace{n^۵-۵n^۳+۴n}_{\text{فاکتور از }n}=n(n^۴-۵n^۲+۴)\Rightarrow\text{اتحاد جمله مشترک}\Rightarrow\underbrace{n(n^۲-۱)(n^۲-۴)}_{\text{اتحاد مزدوج}}=n(n+۱)(n-۱)(n+۲)(n-۲)$$

$$=(n-۲)(n-۱)(n)(n+۱)(n+۲)$$

عبارت به‌دست آمده از تجزیه به‌صورت حاصل‌ضرب ۵ عدد طبیعی متوالی است و این را می‌دانیم که در ضرب ۵ عدد طبیعی متوالی حتماً یکی از آن‌ها بر ۵ و دیگری بر ۴، دیگری بر ۳ و دیگری بر ۲ بخش‌پذیر است و چون $۱۲۰=۵\times۴\times۳\times۲$ می‌باشد. پس عبارت مورد نظر حتماً بر ۱۲۰ بخش‌پذیر است.

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

۱۹۵. مقدار a و b و c به‌ترتیب چقدر باشد تا تساوی $(x-۱)(x+۱)(x^۴+x^۲+a)=bx^۶+c$ یک اتحاد باشد؟

۱) $c=-۱, b=۱, a=۱$ ۲) $c=۱, b=-۱, a=۱$ ۳) $c=-۲, b=۲, a=۲$ ۴) $c=۲, b=-۲, a=۲$

پاسخ: گزینه ۱ با فرض اینکه x متغیر و a و b عدد هستند، حاصل عبارت سمت چپ را به‌دست می‌آوریم:

$$(x-۱)(x+۱)(x^۴+x^۲+a)=(x^۲-۱)(x^۴+x^۲+a)=x^۶+\cancel{x^۴}+ax^۲-\cancel{x^۴}-x^۲-a=x^۶+(a-۱)x^۲-a$$
$$\Rightarrow x^۶+(a-۱)x^۲-a=bx^۶+c$$

می‌دانیم که یک تساوی هنگامی اتحاد است که ضرایب عددی جملات متشابه در دو طرف تساوی با هم برابر باشند، داریم:

$$x^۶+(a-۱)x^۲-a=bx^۶+c\Rightarrow\begin{cases}b=۱\\a-۱=۰\Rightarrow a=۱\\c=-a\Rightarrow c=-۱\end{cases}$$

۱۹۶. اگر $a,b,c\in\mathbb{R}$ و $\frac{a^۲}{b^۲}+\frac{b^۲}{c^۲}+\frac{c^۲}{a^۲}=\frac{a}{c}+\frac{c}{b}+\frac{b}{a}$، آن‌گاه کدام گزینه صحیح است؟

۱) $a=b=c$ ۲) $a=b=c=۱$ ۳) $abc=۱$ ۴) $abc=a+b+c$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{a^۲}{b^۲}+\frac{b^۲}{c^۲}+\frac{c^۲}{a^۲}=\frac{a}{c}+\frac{c}{b}+\frac{b}{a}$$

قبلاً این نکته را چند بار دیدیم که اگر داشته باشیم:

$$a^۲+b^۲+c^۲=ab+ac+bc$$

ثابت می‌شود:

$$a=b=c$$

در این سؤال هم اگر سمت راست را چنین بنویسیم، صورت همان می‌شود:

$$\frac{a}{c}+\frac{c}{a}+\frac{b}{a}=\frac{a}{b}\times\frac{b}{c}+\frac{c}{a}\times\frac{b}{c}+\frac{a}{b}\times\frac{c}{a}$$

پس $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{a}$ یعنی $b^۲=ac$ و $c^۲=ab$، در نتیجه: $a^۲=bc$ در نتیجه $a^۲+b^۲+c^۲=ab+ac+bc$ $a=b=c$.

۱۹۷. اگر $x^۲-۳x+۱=۰$ باشد، مقدار عددی عبارت $x^۵+\frac{۱}{x^۵}$ کدام است؟

۱) ۱۲۳ ۲) ۱۲۶ ۳) ۱۳۶ ۴) ۲۴۳

پاسخ: گزینه ۱

$$x^۲-۳x+۱=۰\xrightarrow{\div x}x-۳+\frac{۱}{x}=۰$$
$$\Rightarrow x+\frac{۱}{x}=۳\Rightarrow x^۲+\frac{۱}{x^۲}+۲=۹\Rightarrow x^۲+\frac{۱}{x^۲}=۷$$
$$x^۳+\frac{۱}{x^۳}=(x+\frac{۱}{x})(x^۲+\frac{۱}{x^۲}-۱)=۱۸$$
$$(x^۲+\frac{۱}{x^۲})(x^۳+\frac{۱}{x^۳})=۷\times۱۸$$

$$x^۵+\underbrace{\frac{۱}{x}+x}_{۳}+\frac{۱}{x^۵}=۱۲۶\Rightarrow x^۵+\frac{۱}{x^۵}=۱۲۶-۳\Rightarrow x^۵+\frac{۱}{x^۵}=۱۲۳$$

۱۹۸. اگر $n+۱=۲۰۰۰^۲+۲۰۰۱^۲$، آن‌گاه مقدار $\sqrt{۲n+۱}$ برابر است با:

۱) $۳۰۰۰\sqrt{۲}$ ۲) ۳۹۹۹ ۳) ۴۰۰۱ ۴) $\sqrt{۴۰۰۰^۲+۱}$

پاسخ: گزینه ۳

$$n+۱=۲۰۰۰^۲+۲۰۰۱^۲$$
$$n=۲۰۰۰^۲+۲۰۰۱^۲-۱=۲۰۰۰^۲+(۲۰۰۱-۱)(۲۰۰۱+۱)$$
$$\Rightarrow n=۲۰۰۰^۲+۲۰۰۰\times۲۰۰۲=۲۰۰۰(۲۰۰۰+۲۰۰۲)$$
$$n=۲۰۰۰\times۴۰۰۲=۲\times۲۰۰۰\times۲۰۰۱$$

از طرفی $۲n+۱$ را چنین می‌نویسیم:

خیلی راه‌حل ابتکاریه! دقت کنید عزیزان!

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir

$$۲n+۱=n+(n+۱)=۲\times ۲۰۰۰\times ۲۰۰۱+۲۰۰۰^{۲}+۲۰۰۱^{۲}$$
$$=(۲۰۰۰+۲۰۰۱)^{۲}=۴۰۰۱^{۲}$$

پس:

$$\sqrt{۲n+۱}=\sqrt{۴۰۰۱^{۲}}=۴۰۰۱$$

برای دریافت نمونه سوال به سایت عصر آموزش مراجعه نمایید. کلیک کنید www.AsreAmouzesh.ir