

۱. معادله‌ی خطی که از نقاط $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ می‌گذرد کدام است؟

$2y + 3x = 17$ (۴)

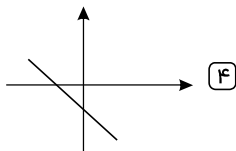
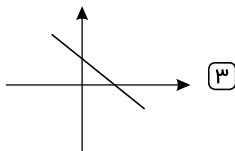
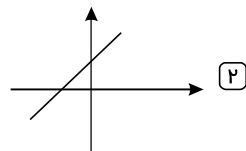
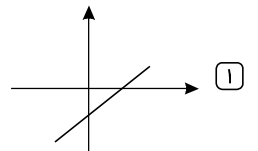
$-2y + 3x = 17$ (۳)

$2y - 3x = 17$ (۲)

$2y + 3x = -17$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ با جای گذاری نقاط در خط متوجه می‌شویم که گزینه‌ی ۴ درست است.

۲. در معادله‌ی خط $y = ax + b$ ، $a < 0$ و $b > 0$ است. کدام شکل می‌تواند خط رسم شده این معادله باشد؟



پاسخ: گزینه ۳ چون شیب منفی و عرض از مبدا مثبت است.

۳. طول از مبدأ خط $2x + 4y = 6$ برابر است با:

۴ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ برای به دست آوردن طول از مبدأ کافی است $y = 0$ قرار دهیم:

$$y = 0 \rightarrow 2x + 4 \times 0 = 6 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = 3$$

۴. خطی که از نقاط $\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ می‌گذرد چه ویژگی دارد؟ (فارس - خرداد ۹۵)

(۲) موازی محور عرض‌هاست.

(۱) موازی محور طول‌هاست.

(۴) محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۵ قطع می‌کند.

(۳) از مبدا می‌گذرد.

پاسخ: گزینه ۲ خط فوق $x = 5$ است که موازی محور عرض‌ها است.

۵. صورت کلی معادله‌ی خط‌هایی که از مبدأ مختصات می‌گذرند کدام است؟ (فارس - خرداد ۹۵)

$y = ax$ (۴)

$y = x + b$ (۳)

$y = ax + b$ (۲)

$y = a + x$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

۶. کدام نقطه روی خط $y = 2x - 3$ قرار دارد؟ (یزد - خرداد ۹۵)

$\begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} 2 \\ -7 \end{bmatrix}$ (۳)

$\begin{bmatrix} -2 \\ 7 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} -2 \\ -7 \end{bmatrix}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$-7 = 2(-2) - 3 = -7$$

۷. شیب خط $2y + 4x = 12$ برابر است با:

-۲ (۴)

-۴ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ معادله خط را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$2y + 4x = 12 \rightarrow 2y = 12 - 4x \xrightarrow{\div 2} y = -2x + 6$$

ضریب x در معادله استاندارد خط برابر است با شیب خط.

۸. معادله خطی که از $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix}$ بگذرد، کدام گزینه است؟

$y = -5x - 9$ (۴)

$y = 5x - 9$ (۳)

$y = -5x + 9$ (۲)

$y = 5x + 9$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ شیب خط را بدست می‌آوریم:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 1}{1 - 2} = \frac{-5}{-1} = 5$$

به کمک یکی از نقاط معادله خط را می‌نویسیم:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 1 = 5(x - 2) \rightarrow y - 1 = 5x - 10 \rightarrow y = 5x - 9$$

۹. شیب خطی که از نقاط $\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 7 \\ -2 \end{bmatrix}$ می‌گذرد برابر است با: (لرستان - خرداد ۹۵)

$-\frac{2}{5}$ (۱) $+\frac{2}{5}$ (۲) $+\frac{5}{2}$ (۳) $-\frac{5}{2}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\text{شیب خط} = \frac{-2 - 3}{7 - 5} = \frac{-5}{2}$$

۱۰. مختصات نقطه‌ای به طول ۱ از خط $x - 3y = 4$ کدام است؟ (فارس - خرداد ۹۵)

$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ (۱) $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{5}{3} \end{bmatrix}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$x = 1 \Rightarrow 1 - 3y = 4 \Rightarrow 3y = -3 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

۱۱. به ازای چند مقدار طبیعی x ، نمودار خط $y = 3x + 5$ پایین‌تر از خط $4x + y = 30$ قرار می‌گیرد؟

2 (۱) 3 (۲) 4 (۳) 5 (۴)

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا دو خط را به شکل استاندارد می‌نویسیم. سپس داریم:

$$4x + y = 30 \Rightarrow y = -4x + 30$$

$$-4x + 30 \geq 3x + 5$$

$$-7x \geq -25$$

$$x \leq \frac{25}{7} \Rightarrow x = 1, 2, 3$$

۱۲. معادله‌ی خطی که با خط $y = -2x + 3$ موازی و از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، کدام است؟ (اصفهان - خرداد ۹۵)

$y = 2x - 3$ (۱) $y = -2x + 3$ (۲) $y = -2x - 3$ (۳) $y = 2x + 3$ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$a = -2 \quad y = -2x + b \Rightarrow -3 = -2 \times 0 + b$$

$$\Rightarrow b = -3 \Rightarrow y = -2x - 3$$

۱۳. عرض از مبدأ خط $y = 2x + 9$ برابر است با:

2 (۱) 9 (۲) 7 (۳) 11 (۴)

پاسخ: گزینه ۲ به ازای $x = 0$ عرض از مبدأ بدست می‌آید:

$$x = 0 \rightarrow y = 2 \times 0 + 9 \rightarrow y = 9$$

۱۴. معادله‌ی خطی که شیب آن ۷ و از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ بگذرد کدام گزینه است؟

$y = 7x - 11$ (۱) $y = -7x + 11$ (۲) $y + 7x = -11$ (۳) $y - 7x = 11$ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ در فرمول جایگذاری می‌کنیم:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - 4 = 7(x - (-1)) \rightarrow y = 7x + 7 + 4$$

$$\rightarrow y = 7x + 11 \rightarrow y - 7x = 11$$

۱۵. در مزرعه‌ای که فقط آدم و اسب است. تعداد پاها و سرها به ترتیب ۳۸ و ۱۱ می‌باشد، تعداد آدم‌ها چند برابر تعداد اسب‌ها است؟

۸ (۴)

$\frac{1}{8}$ (۳)

$\frac{8}{3}$ (۲)

$\frac{3}{8}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

تعداد آدم‌ها = x ، تعداد اسب‌ها = y

$$\begin{cases} 2x + 4y = 38 \\ x + y = 11 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 38 \\ -2x - 2y = -22 \end{cases} \rightarrow 2y = 16$$

$$y = 8 \xrightarrow{x+y=11} x = 3$$

بنابراین تعداد آدم‌ها $\frac{3}{8}$ برابر تعداد اسب‌هاست.

۱۶. معادله‌ی خطی که شیب آن ۲ باشد و از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 0 \\ -5 \end{bmatrix}$ بگذرد کدام است؟ (کردستان - خرداد ۹۵)

$2y = 5x$ (۴)

$y = -5x + 2$ (۳)

$2x - 5y = 0$ (۲)

$y = 2x - 5$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned} \text{شیب خط} &= 2 \\ -5 &= \text{عرض مبدأ} \end{aligned} \Rightarrow y = 2x - 5$$

۱۷. نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ روی کدام خط قرار دارد؟ (زنجان - خرداد ۹۵)

$y = x + 1$ (۴)

$y = 2x - 1$ (۳)

$y = x - 2$ (۲)

$y = -3x$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ $y = -3x$ نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ در آن صدق می‌کند.

۱۸. معادله‌ی خطی که موازی محور عرض باشد، کدام گزینه است؟

$10x - 5 = 5$ (۴)

$5y + 10 = 0$ (۳)

$10y - 5x = 0$ (۲)

$10x - 5 = y$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ محور عرض‌ها خط $x = 0$ است و خطوط موازی آن به صورت $x = k$ هستند و خط $10x - 5 = 5$ به این صورت است.

۱۹. خط $y = ax + 9$ از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} -1 \\ 7 \end{bmatrix}$ می‌گذرد مقدار a برابر با کدام گزینه است؟

۱ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ نقطه را در معادله‌ی خط جایگذاری می‌کنیم:

$$7 = a \times (-1) + 9 \rightarrow -2 = -a \rightarrow a = 2$$

۲۰. چند خط داریم که شیب آن -5 و از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$ بگذرد؟

صفر (۴)

بی‌شمار (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ واضح است که تنها یک خط داریم و معادله‌ی آن هم به این صورت است:

$$y - 7 = -5(x - 4) \rightarrow y = -5x + 20 + 7 \rightarrow y = -5x + 27$$

۲۱. شیب خطی که از نقاط $\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 7 \\ -2 \end{bmatrix}$ می‌گذرد برابر است با:

$-\frac{5}{2}$ (۴)

$\frac{5}{2}$ (۳)

$\frac{2}{5}$ (۲)

$-\frac{2}{5}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{3 - (-2)}{5 - 7} = \frac{5}{-2} = -\frac{5}{2}$$

۲۲. کدام نقطه‌ی زیر روی خط $2y - 3x = 7$ قرار ندارد؟

$\begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ (۳)

$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ هر کدام از نقاط را داخل معادله‌ی خط قرار می‌دهیم و آن را بررسی می‌کنیم.

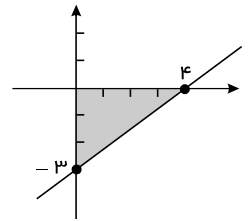
$$\begin{aligned}
 1) \quad \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} &\xrightarrow{2y-3x=7} 2 \times 2 - 3 \times (-1) = 4 + 3 = 7 \Rightarrow 7 = 7 \quad \checkmark \\
 2) \quad \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} &\xrightarrow{2y-3x=7} 2 \times (-2) - 3 \times 1 = -4 - 3 = -7 \Rightarrow -7 \neq 7 \quad \times \\
 3) \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} &\xrightarrow{2y-3x=7} 2 \times 5 - 3 \times 1 = 10 - 3 = 7 \Rightarrow 7 = 7 \quad \checkmark \\
 4) \quad \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix} &\xrightarrow{2y-3x=7} 2 \times 8 - 3 \times 3 = 16 - 9 = 7 \Rightarrow 7 = 7 \quad \checkmark
 \end{aligned}$$

۲۳. مساحت مثلثی که خط $3x - 4y = 12$ با محورهای مختصات می‌سازد کدام است؟

- ۱) ۶ ۲) -۶ ۳) ۱۲ ۴) -۱۲

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned}
 &3x - 4y = 12 \\
 &\begin{array}{c|cc} x & 0 & 4 \\ \hline y & -3 & 0 \end{array} \\
 &\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \left| \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix} \right| \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 &S = \frac{4 \times 3}{2} = \frac{12}{2} = 6 \quad \text{مساحت مثلث}
 \end{aligned}$$



۲۴. کدام یک از نقاط زیر بر روی خط $y = 3x + 7$ قرار ندارد؟

- ۱) $\begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$

پاسخ: گزینه ۴ نقاط داده شده را در معادله خط جایگزین می‌کنیم، اگر تساوی درست بود، آن نقطه در معادله خط صدق می‌کند وگرنه آن نقطه روی خط نیست.

$$\begin{aligned}
 1) \quad 10 &= 3 \times 1 + 7 \quad \checkmark \\
 2) \quad 1 &= 3 \times (-2) + 7 \quad \checkmark \\
 3) \quad -2 &= 3 \times (-3) + 7 \quad \checkmark \\
 4) \quad 3 &= 3 \times (-1) + 7 \quad \times
 \end{aligned}$$

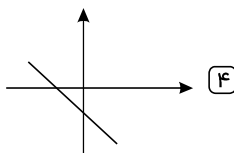
۲۵. در صورتی که دو خط $y - 4x = 5$ و $y = (a + 1)x - 10$ موازی باشند a کدام است؟

- ۱) -۳ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) -۴

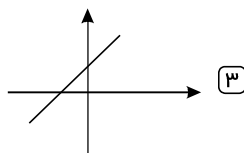
پاسخ: گزینه ۲

$$y = 4x + 5 \Rightarrow \text{شیب} = 4 = a + 1 \Rightarrow a = 3$$

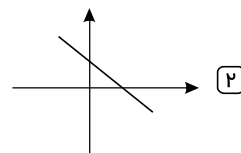
۲۶. کدام یک از خطوط زیر شیب و عرض از مبدا منفی دارد؟ (البرز - خرداد ۹۵)



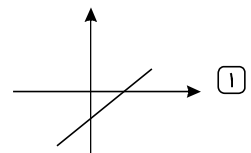
۴



۳



۲



۱

پاسخ: گزینه ۴

۲۷. شیب خط $4y = 3x$ برابر است با:

- ۱) $\frac{4}{3}$ ۲) $-\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $-\frac{3}{4}$

پاسخ: گزینه ۳

$$y = \frac{3}{4}x$$

شیب

۲۸. در دستگاه مقابل حاصل $x + y$ برابر است با:

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x - y = 11 \end{cases}$$

۱- (۴)

۵ (۳)

۱ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$x + y$$

$$3 + (-2) = +1$$

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x - y = 11 \end{cases}$$

$$5x = 15$$

$$x = \frac{15}{5} = 3$$

$$x = 3$$

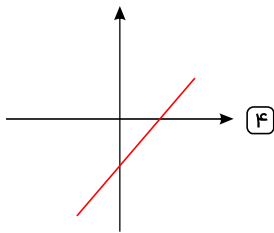
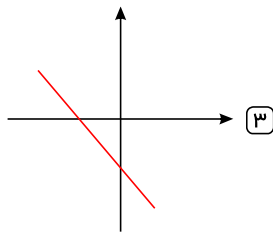
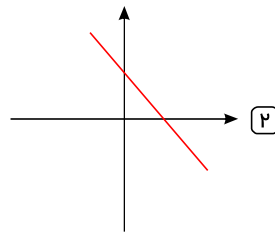
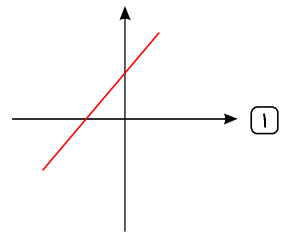
$$2 \times x + y = 4$$

$$(2 \times 3) + y = 4$$

$$y = 4 - 6$$

$$y = -2$$

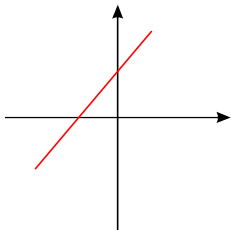
۲۹. نمودار خط به معادله $y = x - 2$ کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟



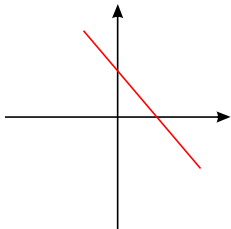
پاسخ: گزینه ۴ نمودار خط $y = x - 2$ دارای شیب ۱ (مثبت) و عرض از مبدأ (-2) (عدد منفی)

بررسی گزینه‌ها:

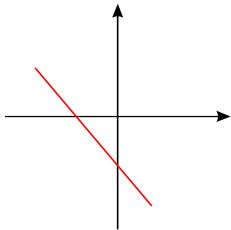
گزینه ۱: شیب عددی مثبت، عرض از مبدأ عددی مثبت



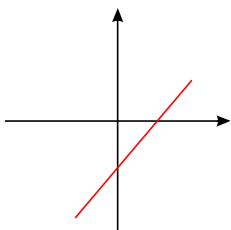
گزینه ۲: شیب عددی منفی، عرض از مبدأ عددی مثبت



گزینه ۳: شیب عددی منفی، عرض از مبدأ عددی منفی



گزینه ۴: شیب عددی مثبت، عرض از مبدأ عددی منفی



نکته: خط‌هایی که با سمت راست محور طول‌ها، زاویهٔ تندی بسازند، دارای شیب مثبت و خط‌هایی که با سمت راست محور طول‌ها زاویهٔ باز بسازند، دارای شیب منفی هستند.

۳۰. اگر نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 2m \\ m+1 \end{bmatrix}$ روی خط به معادله‌ی $3Y - 2X = -1$ قرار داشته باشد، مقدار m کدام است؟

- ۱) -4 ۲) -3 ۳) 3 ۴) 4

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا مختصات نقطه را در معادله‌ی خط قرار می‌دهیم:

$$3(m+1) - 2(2m) = -1 \rightarrow 3m + 3 - 4m = -1 \rightarrow -1m = -1 - 3 = -4 \rightarrow m = \frac{-4}{-1} = 4$$

۳۱. مختصات نقطه‌ای که از خط $y = x + 3$ می‌گذرد و طول آن ۲ برابر عرضش است، کدام گزینه است؟

- ۱) $\begin{bmatrix} -3 \\ -6 \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} -6 \\ -3 \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$

پاسخ: گزینه ۳ نقطه مورد نظر $\begin{bmatrix} 2y \\ y \end{bmatrix}$ است، آن را در معادله خط می‌گذاریم:

$$y = x + 3 \rightarrow y = 2y + 3 \rightarrow -y = 3 \rightarrow y = -3 \rightarrow x = -6$$

۳۲. مقدار m چقدر باشد تا نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 5m-2 \\ 2m+5 \end{bmatrix}$ روی خط $y = 3x - 2$ باشد؟

- ۱) 2 ۲) -2 ۳) -1 ۴) 1

پاسخ: گزینه ۴ نقطه‌ی A روی خط باشد؛ یعنی مختصات A در معادله‌ی خط صدق می‌کند. پس به جای x طول نقطه‌ی A و به جای y عرض نقطه‌ی A را قرار می‌دهیم:

$$y = 3x - 2 \rightarrow 2m + 5 = 3(5m - 2) - 2 \rightarrow 2m + 5 = 15m - 6 - 2$$

$$\rightarrow -13m = -13 \Rightarrow m = \frac{-13}{-13} = +1$$

۳۳. به ازای کدام مقادیر m معادله $5y = (m-5)x^2 + mx + 5$ معادله یک خط است؟

- ۱) $m=1$ ۲) $m=5$ ۳) $m=-5$ ۴) گزینه ۱ و ۲

پاسخ: گزینه ۲ می‌دانیم معادله یک خط در حالت کلی به صورت $y = ax + b$ می‌باشد. با توجه به تعریف معادله یک خط ضریب عبارت x^2 باید صفر باشد؛ در نتیجه داریم:

$$5y = (m-5)x^2 + mx + 5 \Rightarrow y = \frac{(m-5)}{5}x^2 + \frac{mx}{5} + 1$$

$$\Rightarrow m-5=0 \Rightarrow m=5$$

۳۴. اگر خط $2x + 3y + k = 0$ با محورهای مختصات مثلثی به مساحت ۳ ایجاد کند، مقدار k چقدر است؟

- ۱) ± 6 ۲) ± 12 ۳) ± 16 ۴) ± 18

پاسخ: گزینه ۱ طبق فرمول داریم:

$$\text{مساحت} = \frac{|\text{طول از مبدأ} \times \text{عرض از مبدأ}|}{2}$$

پس عرض از مبدأ و طول از مبدأ را بدست می‌آوریم:

$$x=0 \rightarrow 2 \times 0 + 3y + k = 0 \rightarrow y = -\frac{k}{3}$$

$$y=0 \rightarrow 2x + 3 \times 0 + k = 0 \rightarrow x = -\frac{k}{2}$$

در فرمول جایگذاری می‌کنیم:

$$3 = \frac{|(-\frac{k}{2}) \times (-\frac{k}{3})|}{2} \rightarrow 6 = |\frac{k^2}{6}| \rightarrow |k^2| = 36 \Rightarrow k = \pm 6$$

۳۵. مساحت مثلثی که از برخورد خط $2x - 3y + 12 = 0$ با محورهای مختصات به دست می‌آید، کدام است؟

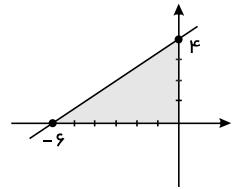
- ۱) 24 ۲) 12 ۳) 6 ۴) 18

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا خط را رسم می‌کنیم

$$2x - 3y = -12$$

$$S_{\Delta} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \frac{6 \times 4}{2} = 12$$

x	۰	-۶
y	۴	۰
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -6 \\ 0 \end{bmatrix}$



۳۶. به ازای چه مقدار از m نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ روی خط $mx - (m+1)y = 1$ قرار دارد؟

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ مختصات نقطه را در معادله‌ی خط قرار می‌دهیم:

$$mx - (m+1)y = 1 \rightarrow m(-1) - (m+1) \times 2 = 1 \rightarrow -m - 2m - 2 = 1 \rightarrow -3m = 3 \rightarrow m = -1$$

۳۷. مساحت شکلی که از برخورد چهار خط $x = 2$ ، $x = -1$ ، $y = 3$ و $y = -2$ به وجود می‌آید برابر است با:

۱۰٫۵ (۴)

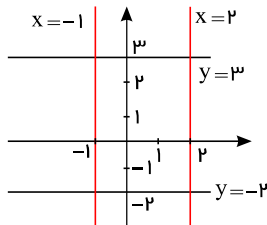
۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۷٫۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ این چهار خط را در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.

شکل حاصل مستطیلی به طول ۵ و عرض ۳ است، پس مساحت آن برابر $3 \times 5 = 15$ است.



۳۸. معادله‌ی خط موازی محور y ها گذرنده بر نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$y = 1$ (۴)

$x = -1$ (۳)

$x = 2$ (۲)

$y = 2$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ نکته: معادله‌ی خط موازی محور y ها به صورت کلی $x = k$ است.

طبق نکته‌ی گفته شده، معادله‌ی خطی که از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ می‌گذرد و موازی محور y ها است، برابر $x = -1$ است.

۳۹. خطی که از دو نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 7 \\ -5 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 4 \\ m \end{bmatrix}$ می‌گذرد با خط $y + 4x = 5$ موازی است. مقدار m کدام است؟

-۱۷ (۴)

-۷ (۳)

۱۷ (۲)

۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ شیب خط $y + 4x = 5$ برابر است با:

$$y = -4x + 5 \rightarrow \text{شیب خط} = -4$$

شیب خطی که از دو نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 7 \\ -5 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 4 \\ m \end{bmatrix}$ می‌گذرد، برابر است با:

$$\frac{m - (-5)}{4 - 7} = \frac{m + 5}{-3}$$

حال مقدار این دو شیب را برابر هم قرار می‌دهیم:

$$\frac{m + 5}{-3} = -4 \rightarrow m + 5 = 12 \rightarrow m = 7$$

۴۰. معادله‌ی خطی که با خط $2x - 4y = 3$ موازی و از نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$ بگذرد، کدام است؟

$y + \frac{1}{4}x = -4$ (۴)

$y = \frac{1}{4}x - 4$ (۳)

$y = -\frac{1}{4}x + 4$ (۲)

$y = \frac{1}{4}x + 4$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ نکته‌ی (۱): خطوط موازی دارای شیب برابر هستند.

نکته‌ی (۲): فرمول به دست آوردن وقتی x و y یک طرف تساوی هستند.

$$\text{ضریب } x = -\frac{2}{-4} = \frac{1}{2} \rightarrow m = -\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

پس معادله‌ی خط به شکل $y = \frac{1}{2}x + b$ می‌باشد که برای محاسبه‌ی b باید مختصات نقطه را در آن قرار داد:

$$2 = \frac{1}{2} \times (-4) + b \rightarrow 2 = -2 + b \rightarrow b = 4$$

و معادله‌ی خط به شکل $y = \frac{1}{2}x + 4$ به دست می‌آید.

۴۱. شیب خط $\frac{x-y}{2} = 3$ چند است؟

۱) $-\frac{1}{2}$

۲) $\frac{1}{2}$

۳) ۱

۴) $-\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{x-y}{2} = \frac{3}{1} \rightarrow x-y=6 \rightarrow y = \overset{\text{شیب}}{1}x - 6$$

$$1x - 1y = 6 \rightarrow \text{شیب} = -\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = -\frac{1}{-1} = +1$$

۴۲. خط‌های $y = ax + b$ و $y = cx + d$ با محور طول‌ها تشکیل یک مثلث به مساحت ۱ واحد می‌دهند. مساحت مثلثی که از برخورد خط‌های $y = 2ax + b$ و $y = 2cx + d$ با محور طول‌ها به وجود می‌آید، چند برابر مساحت مثلث اولیه است؟

۱) $\frac{1}{4}$ واحد

۲) $\frac{1}{2}$ واحد

۳) ۴ واحد

۴) ۲ واحد

پاسخ: گزینه ۱ نکته: اگر شیب خط n برابر شود و عرض از مبدأ ثابت بماند، مساحت بین خط (یا دو خط) و محور طول‌ها $\frac{1}{n}$ می‌شود.

شیب خط باتوجه به سؤال که دو خط $y = ax + b$ و $y = cx + d$ تبدیل به $y = 2ax + b$ و $y = 2cx + d$ شده است، پس شیب آن، یعنی ضریب x ، دو برابر شده و طبق نکته بالا مساحت $\frac{1}{2}$ برابر می‌شود.

۴۳. به ازای کدام یک از مقادیر زیر a ، دستگاه خطی مقابل بی‌شمار جواب دارد؟

$$\begin{cases} (2a+1)x + 2y = 7 \\ y = -\frac{a}{2}x + 3.5 \end{cases}$$

۱) $\frac{1}{3}$

۲) -1

۳) ۲

۴) $+1$

پاسخ: گزینه ۲ نکته: اگر دستگاه معادله خط $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ داشته باشیم، $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ ، دستگاه دارای بی‌شمار جواب است.

$$\begin{cases} (2a+1)x + 2y = 7 \\ y = -\frac{a}{2}x + 3.5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (2a+1)x + 2y = 7 \\ \frac{a}{2}x + y = 3.5 \end{cases}$$

$$\frac{2a+1}{\frac{a}{2}} = \frac{2}{1} = \frac{7}{3.5} \Rightarrow \frac{2a+1}{\frac{a}{2}} = 2 \Rightarrow 2a+1 = a \Rightarrow a = -1$$

۴۴. به ازای چه مقدار a ، نقطه $M = \begin{bmatrix} -6a \\ a+3 \end{bmatrix}$ روی خطی قرار دارد که محور عرض را در -1 قطع کند و موازی خط مبدأ گذری باشد که از نقطه عبور می‌کند؟

۱) ۲

۲) -2

۳) $\frac{4}{11}$

۴) $-\frac{5}{9}$

پاسخ: گزینه ۱ می‌دانیم خط‌های موازی، شیب‌های برابر دارند. شیب خط گذرنده از دو نقطه $\begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ را به دست می‌آوریم:

$$\text{شیب} = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{-4 - 0} = -\frac{1}{2}$$

خط مورد نظر برابر است با:

$$y = -\frac{1}{2}x - 1$$

حال نقطه M را در این خط جایگذاری می‌کنیم:

$$a + 3 = -\frac{1}{2}(-6a) - 1 \Rightarrow a + 3 = 3a - 1 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

۴۵. دو خط $2x + y - 3 = 0$ و $(m-1)x - 2y = 0$ یکدیگر را در نقطه‌ای به طول یک قطع می‌کنند، مقدار m کدام است؟

۳ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$2x + y - 3 = 0 \xrightarrow{x=1} 2 + y - 3 = 0 \Rightarrow y = 1$$

$$(m-1)x - 2y = 0 \xrightarrow{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}} m - 1 - 2 = 0 \Rightarrow m = 3$$

۴۶. اگر $M = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ وسط $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و B باشد مختصات B کدام است؟

$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix}$ (۳)

$\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} +1 \\ -2 \end{bmatrix}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2+x_B}{2} \\ \frac{3+y_B}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow -1 = \frac{2+x_B}{2} \Rightarrow -2 = 2+x_B \Rightarrow x_B = -4$$

$$2 = \frac{3+y_B}{2} \Rightarrow 4 = 3+y_B \Rightarrow y_B = 1$$

۴۷. اگر شیب خطی که از دو نقطه $A = \begin{bmatrix} -a \\ a-3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ می‌گذرد با شیب خطی که محور x را در طول ۳- و محور y را در عرض ۱- قطع می‌کند برابر باشد، a کدام است؟

$\frac{2}{15}$ (۴)

$\frac{1}{8}$ (۳)

۸ (۲)

$\frac{15}{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ نقاط $\begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ روی خط مورد نظر قرار دارند، پس:

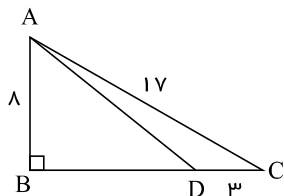
$$m = \frac{\text{اختلاف عرض نقاط}}{\text{اختلاف طول نقاط}} = \frac{0 - (-1)}{(-3) - 0} = \frac{1}{-3}$$

همچنین شیب خطی که از نقاط A و B می‌گذرد برابر است با:

$$m_p = \frac{2 - (a-3)}{1 - (-a)} = \frac{2 - a + 3}{1 + a} = \frac{-a + 5}{1 + a}$$

طبق صورت سؤال داریم:

$$m_1 = m_p \Rightarrow \frac{1}{-3} = \frac{-a + 5}{1 + a} \Rightarrow 3a - 15 = 1 + a \Rightarrow 2a = 16 \Rightarrow a = 8$$



$-\frac{15}{8}$ (۲)

$-\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{8}{15}$ (۱)

$\frac{2}{3}$ (۳)

۴۸. باتوجه به شکل روبه‌رو، شیب پاره‌خط AD کدام است؟

پاسخ: گزینه ۴ با استفاده از قضیه فیثاغورس طول BC بدست می‌آید.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow 17^2 = 8^2 + BC^2 \xrightarrow{\text{بسطرن}} \boxed{BC = 15} \rightarrow \boxed{BD = 12}$$

$$\text{شیب خط} \rightarrow \text{شیب } AD \text{ مقداری منفی است} \Rightarrow -\frac{AB}{BD} = -\frac{8}{12} = -\frac{2}{3}$$

۴۹. مختصات نقطه تقاطع دو خط $3y + 7x = 6$ و $2y - 5x = 5$ کدام گزینه است؟

$(-27, -65)$ (۴)

$(65, -27)$ (۳)

$(-27, 65)$ (۲)

$(-65, -27)$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا دستگاه دو معادله دو مجهول را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{cases} -3y + 7x = 6 \\ 2y - 5x = 5 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} \times 2 \\ \times 3 \end{matrix}} \begin{cases} -6y + 14x = 12 \\ 6y - 15x = 15 \end{cases} \xrightarrow{+} -x = 27 \rightarrow x = -27$$

$$2y - 5x = 5 \xrightarrow{x=-27} 2y - 5 \times (-27) = 5 \rightarrow 2y = -130 \rightarrow y = -65$$

۵۰. اگر نقطه $(2m, m)$ روی دو خط به معادله‌های $y - 2x + 18 = 0$ و $2x - 3y - b = 0$ واقع باشد، مقدار b برابر است با:

- ۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐ ۶

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا نقطه $(2m, m)$ را در معادله خط $y - 2x + 18 = 0$ گذاشته و m را به دست می‌آوریم:

$$m - 2 \times (2m) + 18 = 0 \rightarrow m - 4m + 18 = 0 \rightarrow 3m = 18 \rightarrow m = 6$$

حالا نقطه $(12, 6)$ را در معادله خط $2x - 3y - b = 0$ می‌گذاریم و b را به دست می‌آوریم:

$$2 \times 12 - 3 \times 6 - b = 0 \rightarrow 24 - 18 = b \Rightarrow b = 6$$

۵۱. معادله خطی که عرض از مبدأ آن ۵ و طول از مبدأ آن ۷ باشد، کدام است؟

- ۱ ☐ $-7y = 5x + 35$ ۲ ☐ $7y = 5x + 35$ ۳ ☐ $7y = -5x + 35$ ۴ ☐ $-7y = -5x + 35$

پاسخ: گزینه ۳ نقاط داده شده $(0, 5)$ و $(7, 0)$ هستند پس معادله خط به صورت زیر است:

$$y - 0 = \frac{0 - 5}{7 - 0}(x - 7) \rightarrow y = -\frac{5}{7}x + 5 \rightarrow 7y = -5x + 35$$

۵۲. از دو نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$ یک خط می‌گذرد، این خط از کدام یک از نقاط زیر نیز می‌گذرد؟

- ۱ ☐ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ۲ ☐ $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ۳ ☐ $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ ۴ ☐ $\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا معادله خط راست را بدست می‌آوریم:

$$y - 4 = \frac{4 - 3}{4 - 2}(x - 4) \rightarrow y - 4 = \frac{1}{2}x - 2 \rightarrow y = \frac{1}{2}x + 2$$

حالا با جایگذاری گزینه‌ها نقطه مناسب را پیدا می‌کنیم.

۵۳. خط d از نقطه N به مختصات $\begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$ و از نقطه M که روی محور عرض‌هاست، می‌گذرد. اگر شیب خط d برابر $-\frac{1}{3}$ باشد، عرض نقطه M کدام است؟

- ۱ ☐ ۱ ۲ ☐ -۱ ۳ ☐ $-\frac{1}{2}$ ۴ ☐ $\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۲ باتوجه به نقطه $N = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $M = \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}$ رابطه مربوط به شیب خط گذرنده را می‌نویسیم و برابر $-\frac{1}{3}$ قرار می‌دهیم:

$$\text{شیب خط} : \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - y}{-3 - 0} = \frac{-y}{-3} = \frac{y}{3}$$

$$\frac{y}{3} = -\frac{1}{3} \Rightarrow y = -1$$

پس نقطه M به صورت $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ است و عرض آن برابر -۱ است.

۵۴. عرض از مبدأ خط گذرنده از دو نقطه $\begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

- ۱ ☐ ۷ ۲ ☐ -۲ ۳ ☐ ۵ ۴ ☐ $-\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا شیب خط را حساب می‌کنیم:

$$\text{شیب} = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - (-3)}{3 - 5} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$y = ax + b \xrightarrow{a=-2} y = -2x + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}} 1 = -2(3) + b \Rightarrow b = 7$$

در نتیجه عرض از مبدأ خط برابر است با ۷.

۵۵. خط $y = 3x - 2$ با کدام یک از خط‌های زیر موازی است؟ (مازندران - خرداد ۹۵)

(۴) $y = -3x - 5$

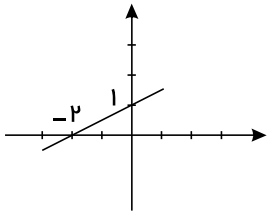
(۳) $y + 3x = 4$

(۲) $y - 3x = 5$

(۱) $y = -2x + 3$

پاسخ: گزینه ۲

$y - 3x = 5 \rightarrow y = 3x + 5$



۵۶. معادله‌ی خط مقابل کدام است؟

(۲) $y = \frac{1}{2}x + 1$

(۱) $y = 2x + 1$

(۴) $y = -\frac{1}{2}x + 1$

(۳) $y = -2x + 1$

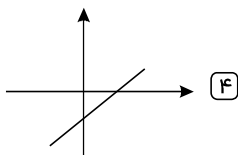
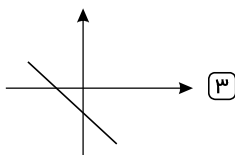
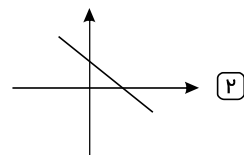
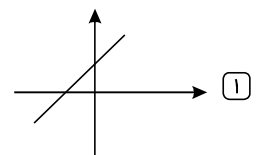
پاسخ: گزینه ۲

نقاط برخورد با محورها: $\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

شیب خط $= \frac{1 - 0}{0 - (-2)} = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}x + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}} 1 = \frac{1}{2} \times 0 + b \rightarrow b = 1 \rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1$

۵۷. در کدام یک از خط‌های زیر، شیب منفی و عرض از مبدأ مثبت است؟



پاسخ: گزینه ۲ اگر شیب منفی باشد، زاویه‌ی خط با محور طول‌ها، زاویه‌ی باز است.

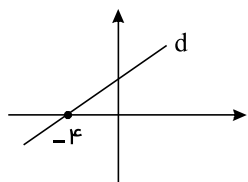
۵۸. شیب خط d ، ۰٫۷۵ است، عرض از مبدأ خط d کدام است؟

(۲) ۱٫۷۵

(۱) ۱٫۲۵

(۴) ۳

(۳) ۲



پاسخ: گزینه ۴ معادله‌ی خط به شکل $y = 0.75x + b$ می‌باشد. برای محاسبه‌ی عرض از مبدأ هم مختصات نقطه‌ی $\begin{bmatrix} -4 \\ 0 \end{bmatrix}$ را در آن جایگزین می‌کنیم.

$y = 0.75x + b$

$0 = 0.75(-4) + b \rightarrow 0 = -3 + b \Rightarrow b = 3$

۵۹. معادله‌ی خطی که شیب آن ۴ باشد و از نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ بگذرد، کدام است؟

(۴) $y = 2x + 4$

(۳) $y = 4x + 3$

(۲) $y = 4x - 5$

(۱) $y = 4x + 11$

پاسخ: گزینه ۲ معادله‌ی خط که شیب آن ۴ باشد به شکل $y = 4x + b$ می‌باشد که در گزینه‌ها نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ را جایگزین می‌کنیم، مشاهده می‌شود که در معادله‌ی خط گزینه‌ی ۲ صدق می‌کند.

۶۰. زاویه‌ی بین دو خط $x = 2$ و $y = -5$ کدام است؟ (تهران - خرداد ۹۵)

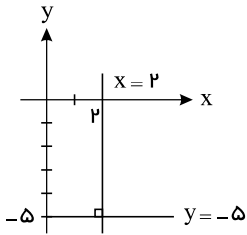
(۴) ۹۰ درجه

(۳) ۱۸۰ درجه

(۲) ۱۲۰ درجه

(۱) ۴۵ درجه

پاسخ: گزینه ۴



۶۱. خط $x + 3y - 1 = 0$ از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 2m+1 \\ 1-m \end{bmatrix}$ می‌گذرد. مقدار m کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ مختصات نقطه را در معادله‌ی خط قرار می‌دهیم:

$$x + 3y - 1 = 0 \rightarrow (2m + 1) + 3(1 - m) - 1 = 0 \rightarrow 2m + 1 + 3 - 3m - 1 = 0$$

$$\rightarrow -1m + 3 = 0 \rightarrow m = 3$$

۶۲. دو نقطه $A = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 - 2a \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 - 2a \end{bmatrix}$ نسبت به کدام گزینه قرینه‌اند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

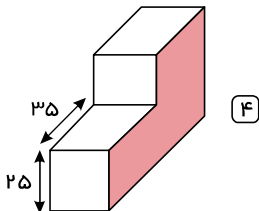
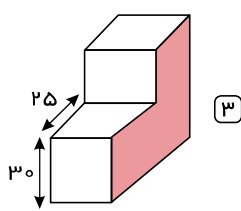
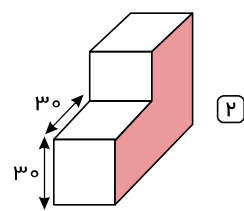
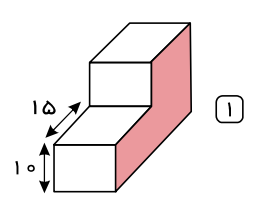
۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ نکته: زمانی که طول دو نقطه برابر است دو نقطه نسبت به میانگین عرض دو نقطه قرینه‌اند.

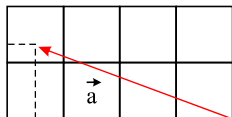
$$\frac{5 - 2a + 5a + 3}{2} = \frac{6a + 8}{2} = \frac{3a + 4}{1} = 3a + 4$$

۶۳. بالا رفتن از کدملیک از پله‌های زیر آسان‌تر است؟



پاسخ: گزینه ۱ همواره بالا رفتن از پله‌ای راحت‌تر است که شیب کمتری داشته باشد، بنابراین شیب هر کدام از پله‌ها را می‌یابیم.

$$(1): \text{شیب} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} \quad (2): \text{شیب} = \frac{30}{25} = \frac{6}{5} \quad (3): \text{شیب} = \frac{30}{30} = 1 \quad (4): \text{شیب} = \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$$



۶۴. مختصات بردار $\vec{a}$ در شکل مقابل کدام است؟

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

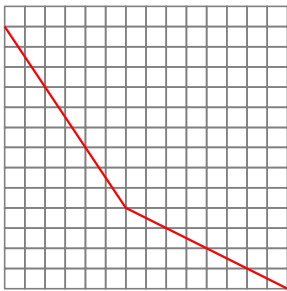
$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا در راستای افقی و در جهت منفی ۳ واحد و $\frac{1}{3}$ واحد و سپس در راستای عمودی و در جهت مثبت ۱ واحد و $\frac{1}{3}$ واحد حرکت کرده‌ایم تا به انتها برسیم.

بنابراین:

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

۶۵. یک مخزن استوانه‌ای آب، دوازده شیر خروجی دارد که همواره با سرعتی ثابت و برابر از آن‌ها آب خارج می‌شود. می‌دانیم تعدادی از شیرهای خروجی مخزن هم‌زمان از کار افتاده‌اند. اگر تصویر زیر بخشی از نمودار ارتفاع آب این مخزن برحسب زمان باشد چه تعداد از شیرهای خروجی از کار افتاده‌اند؟



- (۱) ۴
(۲) ۶
(۳) ۸
(۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۳ شیب‌ها برابر با $\frac{3}{4}$ و $\frac{1}{4}$ هستند. بنابراین قدرت خروج ثلث حالت قبلی است. بنابراین تعداد شیرها ثلث حالت قبلی و ۴ تا است.

۶۶. مقدار m چقدر باشد که دو خط $y = x + 7$ و $y = 2x + m$ در نقطه‌ای به طول ۴ متقاطع باشند؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۱۱

پاسخ: گزینه ۱ دو خط رو به رو در $x = 4$ متقاطع‌اند یعنی به ازای $x = 4$ y های یکسان خواهند داشت.

$$\begin{cases} y = x + 7 \\ y = 2x + m \end{cases}$$

$$x + 7 = 2x + m \xrightarrow{x=4} 4 + 7 = 2 \times 4 + m \rightarrow 11 = 8 + m \rightarrow m = 3$$

۶۷. اگر خط $2y - ax = 5$ موازی با خط $y + 2 = 5$ باشد، مقدار a چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ دو خط موازی شیب‌های برابر دارند.

خط $y = 3$ موازی محور x هاست و برای اینکه خط $2y - ax + 5$ موازی $y = 3$ باشد، باید ضرایب x آن یعنی a برابر صفر شود (این خط نیز باید موازی محور x ها باشد).

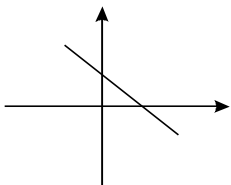
۶۸. محیط یک مستطیل ۷۲ واحد است. اگر از طول آن ۸ واحد کم کنیم تبدیل به مربع می‌شود. عرض این مستطیل کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

پاسخ: گزینه ۲ طول مستطیل را x و عرض آن را y در نظر می‌گیریم.

$$\begin{cases} (x + y) \times 2 = 72 \Rightarrow x + y = 36 \\ x - 8 = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 36 \\ x - y = 8 \end{cases} \Rightarrow \frac{2x = 44}{2x = 44} \Rightarrow x = 22$$

$$x + y = 36 \xrightarrow{x=22} y = 36 - 22 = 14$$



۶۹. با توجه به شکل مقابل معادله‌ی خط کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱) $y = 38x - 5$ (۲) $y = 38x + 5$
(۳) $y = -38x - 5$ (۴) $y = -38x + 5$

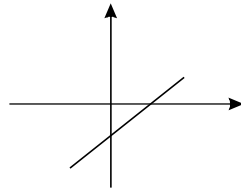
پاسخ: گزینه ۴ $y = -38x + 5$

۷۰. اگر خط $20x - 16y = 2016$ را رسم کنیم، از کدام ناحیه‌ی مختصات عبور نمی‌کند؟

- (۱) ناحیه اول (۲) ناحیه دوم (۳) ناحیه سوم (۴) ناحیه چهارم

پاسخ: گزینه ۲

$$20x - 16y = 2016 \rightarrow -16y = -20x + 2016 \xrightarrow{\div(-16)} y = \frac{-20}{-16}x + \frac{2016}{-16} \rightarrow y = \frac{5}{4}x - 126$$



شیب خط مثبت و عرض از مبدأ آن منفی است.

خط از ناحیه‌ی دوم عبور نمی‌کند.

۷۱. مقدار m را طوری پیدا کنید که دو خط $y = (\frac{1}{4}m + 4)x - 3$ و $y = (\frac{3}{4}m - 1)x + 2$ با هم موازی باشند.

۲۰ (۴)

۱۴ (۳)

-۱۳ (۲)

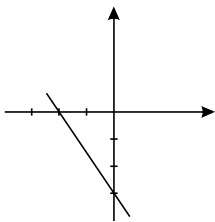
-۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ باید شیب‌های دو خط را برابر هم قرار دهیم و از آن‌جا m را بیابیم.

$$\left. \begin{array}{l} \text{شیب خط اول} = \frac{1}{4}m + 4 \\ \text{شیب خط دوم} = \frac{3}{4}m - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{4}m + 4 = \frac{3}{4}m - 1 \xrightarrow{\times 4} 4(\frac{1}{4}m + 4) = 4(\frac{3}{4}m - 1)$$

$$\rightarrow 2m + 16 = 3m - 4 \rightarrow 2m - 3m = -16 - 4 \rightarrow -m = -20 \rightarrow m = 20$$

۷۲. معادله‌ی خطی که شکل روبه‌رو نشان می‌دهد چیست؟



$y = \frac{-3}{2}x - 3$ (۲)

$y = \frac{-2}{3}x - 3$ (۱)

$y = \frac{3}{2}x + 2$ (۴)

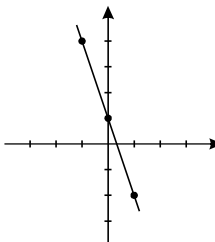
$y = -3x - 2$ (۳)

پاسخ: گزینه ۲ خط از دو نقطه‌ی $\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$ می‌گذرد. بنابراین شیب خط بر اساس رابطه‌ی $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ برابر است با:

$$\frac{-3 - 0}{0 - (-2)} = \frac{-3}{2}$$

همچنین عرض از مبدأ خط -۳ است، پس معادله‌ی خط برابر است با: $y = -\frac{3}{2}x - 3$

۷۳. در کدام گزینه معادله‌ی مربوط به خط مقابل آمده است؟



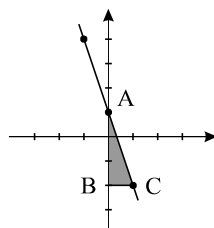
$y - 3x + 1 = 0$ (۲)

$y = \frac{1}{3}x + 1$ (۱)

$y + 3x - 1 = 0$ (۴)

$y = -3x + \frac{1}{2}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۴ نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ مشخص‌کننده‌ی عرض از مبدأ خط می‌باشد که برابر ۱ است. با استفاده از مثلث ABC می‌توان شیب خط را مشخص کرد.



شیب خط برابر است با: $-\frac{AB}{BC} = -\frac{1}{1} = -1$ یعنی: $-\frac{3}{1}$

پس معادله‌ی خط برابر است با:

$$y = -3x + 1 \Rightarrow y + 3x - 1 = 0$$

۷۴. عرض از مبدأ خط راستی که دو نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ را به هم وصل می‌کند برابر است با:

$\frac{23}{5}$ (۴)

$-\frac{7}{5}$ (۳)

$-\frac{8}{5}$ (۲)

$\frac{7}{5}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\text{شیب} = \frac{\text{اختلاف عرض‌ها}}{\text{اختلاف طول‌ها}} = \frac{3 - 1}{-4 - 1} = \frac{2}{-5}$$

مختصات یکی از نقاط را در معادله خط روبرو جایگذاری می‌کنیم تا b به دست آید:

$$y = -\frac{2}{5}x + b \rightarrow 1 = -\frac{2}{5} \times 1 + b \rightarrow b = \frac{2}{5} + 1 = \frac{7}{5}$$

۷۵. معادله خطی که با خط $y = 3x - 4$ موازی بوده و از نقطه $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ می‌گذرد کدام است؟

$y = \frac{1}{3}x + 5$ (۴)

$y = 3x - 5$ (۳)

$y = 3x + 5$ (۲)

$y = 3x + 9$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ مختصات نقطه A را به جای x و y جایگزین کرده تا عرض از مبدأ به دست آید.

$y = ax + b$

$y = 3x - 4$

$3 = 3(-2) + b$

$a = 3$ شیب

$3 = -6 + b$

$3 + 6 = b \rightarrow b = 9 \rightarrow y = 3x + 9$

۷۶. معادله خطی که از نقطه $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ گذشته و شیب آن برابر $-\frac{1}{3}$ باشد، برابر است با:

$y = -\frac{1}{3}x + 3$ (۴)

$x + 2y = 8$ (۳)

$2x + y = 7$ (۲)

$3x - 2y = 0$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$y = ax + b \rightarrow 3 = \left(-\frac{1}{3} \times 2\right) + b \rightarrow 3 = -\frac{2}{3} + b \rightarrow b = 4$

$y = \frac{-1}{3}x + 4 \rightarrow y = \frac{-1}{3}x + 4 \xrightarrow{\text{دو طرف ضرب در ۳}} 3y = -1x + 12 \rightarrow 2y + 1x = 8$

۷۷. اگر $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} n \\ 2n \end{bmatrix}$ باشد و بدانیم $\vec{a} + \vec{b}$ در امتداد محور عرض‌ها باشد آن‌گاه $\vec{a} - \vec{b}$ کدام است؟ (مفید)

(۸۸ - ۸۹)

$\begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} -4 \\ -7 \end{bmatrix}$ (۳)

$\begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$\vec{a} + \vec{b} = \begin{bmatrix} 2 + n \\ 3 + 2n \end{bmatrix}$

چون در محور عرض‌هاست طولش صفر است

$2 + n = 0 \rightarrow n = -2 \Rightarrow \vec{a} - \vec{b} = \begin{bmatrix} 2 - n \\ 3 - 2n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 - (-2) \\ 3 - (-4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$

۷۸. مقدار p را طوری تعیین کنید که نقطه $\begin{bmatrix} 2p \\ p+1 \end{bmatrix}$ روی خط $y = 2x + 1$ واقع شود.

۰ (۴)

-۱ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$y = 2x + 1 \xrightarrow{x=2p} p+1 = 2(2p) + 1 \rightarrow p+1 = 4p+1 \rightarrow -3p = 0 \rightarrow p = 0$

۷۹. m چه عددی باشد تا نقطه $A = \begin{bmatrix} m+1 \\ 2m-1 \end{bmatrix}$ روی نیمساز ربع اول و سوم قرار گیرد؟

صفر (۴)

۲ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

-۱ (۱)

(عرض = طول)

پاسخ: گزینه ۳ نکته: هر نقطه‌ای که روی نیمساز ربع اول و سوم قرار بگیرد طول و عرضش برابر است.

$2m - 1 = m + 1 \Rightarrow 2m - m = +1 + 1 \rightarrow m = +2$

در هر یک از پرسش‌های زیر گزینه درست را انتخاب کنید.

پاسخ:

۸۰. کدام یک از خطوط زیر از مبدأ مختصات می‌گذرد؟

۴ $y = x + 1$

۳ $y = 3x + 2$

۲ $2x + 3y = 1$

۱ $y = -\frac{1}{3}x$

پاسخ: گزینه ۱

۸۱. معادله خط d کدام است؟

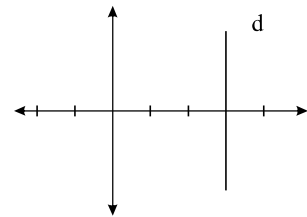
۱ $y = 3$

۲ $x = 3$

۳ $x = 3 + y$

۴ $y = 3x$

پاسخ: گزینه ۲



۸۲. یک پرتو نور از نقطه $(2, 7)$ به نقطه 3 روی محور y ها می‌تابانیم. هر دو محور x ها و y ها مانند آینه عمل می‌کنند. پس از دومین بازتاب پرتو نور با چه شیبی ادامه مسیر خواهد داد؟

۴ $-\frac{1}{2}$

۳ -2

۲ $\frac{1}{2}$

۱ 2

پاسخ: گزینه ۱ محورها مانند آینه عمل می‌کنند. بنابراین شیب پرتو نور پس از هر بار بازتاب در یک منفی ضرب خواهد شد. بنابراین کافی است شیب پرتو نور را در برخورد با محور عرض‌ها محاسبه کنیم.

۸۳. به ازای کدام مقدار k دو خط $y - 4x = 7$ و $y = 3kx + 9$ با هم موازی‌اند؟

۴ $\frac{21}{4}$

۳ $\frac{12}{7}$

۲ $\frac{28}{3}$

۱ $\frac{4}{7}$

پاسخ: گزینه ۲ برای اینکه ۲ خط موازی باشند باید شیب آنها مساوی باشد.

$$\left. \begin{aligned} y - 4x = 7 &\rightarrow y = 4x + 7 \\ 7y = 3kx + 9 &\rightarrow y = \frac{3k}{7}x + \frac{9}{7} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4 = \frac{3k}{7} \rightarrow k = \frac{28}{3}$$

۸۴. خط $3y + (2m - 1)x = -2$ بر محور عرض‌ها عمود است، مقدار m را بیابید.

۴ چنین چیزی ممکن نیست.

۳ $\frac{1}{2}$

۲ صفر

۱ $-\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۳ برای آنکه عمود بر محور عرض‌ها باشد باید شیب برابر صفر باشد یعنی x در معادله موجود نباشد. پس داریم:

$$2m - 1 = 0 \rightarrow 2m = 1 \rightarrow m = \frac{1}{2}$$

۸۵. نمودار خط $y = \frac{2+x}{3}$ از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟

۴ چهارم

۳ سوم

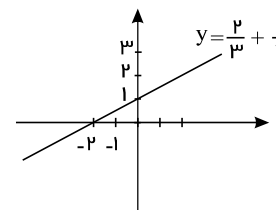
۲ دوم

۱ اول

پاسخ: گزینه ۴ برای اینکه ببینیم نمودار از کدام نواحی می‌گذرد، باید آن را رسم کنیم:

برای رسم خط به عرض از مبدأ $(x = 0)$ و طول از مبدأ $(y = 0)$ نیاز داریم:

$$y = \frac{2}{3} + \frac{x}{3}$$



x	۰	-۲
y	$\frac{2}{3}$	۰

روش دوم: شیب خط مثبت و عرض از مبدأ مثبت است پس خط از ناحیه چهارم نمی‌گذرد.

۸۶. مقدار m چه عددی باشد تا خط به معادله $2y + (m - 3)x = 1$ با خطی که از دو نقطه $\begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ می گذرد موازی شوند؟

۱ (۴)

-۵ (۳)

۵ (۲)

-۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا شیب خطی که از دو نقطه $\begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ می گذرد محاسبه می کنیم:

$$\text{شیب} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-3)}{0 - 5} = \frac{5}{-5} = -1$$

نکته: دو خط موازی شیب های برابر دارند.

پس باتوجه به نکته بالا شیب خط $2y + (m - 3)x = 1$ برابر با -۱ است.

$$2y = -(m - 3)x + 1 \xrightarrow{\div 2} y = \left(\frac{-m + 3}{2}\right)x + \frac{1}{2}$$

ضریب x شیب خط است که باید برابر -۱ شود.

$$\frac{-m + 3}{2} = -1 \Rightarrow -m + 3 = -2 \Rightarrow -m = -5 \Rightarrow m = 5$$

۸۷. دستگاه زیر به ازای چه مقادیری از m جواب ندارد؟

$$\begin{cases} x + my = -1 \\ mx + 9y = 4 \end{cases}$$

± 1 (۴)

± 3 (۳)

۳ و -۱ (۲)

-۳ و ۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ نکته: اگر دستگاهی به فرم $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ داشته باشیم آنگاه:

$$(1) \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \text{ دستگاه جواب دارد (دو خط متقاطع اند).}$$

$$(2) \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \text{ دستگاه جواب ندارد (دو خط موازی اند).}$$

$$(3) \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \text{ دستگاه بی شمار جواب دارد (دو خط منطبق اند).}$$

طبق نکته بالا داریم:

$$\frac{1}{m} = \frac{m}{9} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} m^2 = 9 \rightarrow m = \pm 3$$

۸۸. دو ضلع از یک متوازی الاضلاع بر دو خط به معادلات $-2x + 5y = 4$ و $3x - 2y = 5$ قرار دارند اگر نقطه $A = \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \end{bmatrix}$ مختصات یکی از

رئوس این متوازی الاضلاع باشد، اگر قطری که از رأس A می گذرد را در نظر بگیریم، معادله خط گذرنده از این قطر کدام است؟

$$x - 2y = -1 \quad (4)$$

$$2y - 3x = 1 \quad (3)$$

$$y - 2x = 2 \quad (2)$$

$$x - 2y = -3 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴ چون نقطه A روی هیچکدام از خط ها قرار ندارند مختصات نقطه برخورد دو خط را به دست می آوریم و معادله خط گذرنده از این دو نقطه را می نویسیم.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ -2x + 5y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - 4y = 10 \\ -6x + 15y = 12 \end{cases} \Rightarrow 11y = 22 \rightarrow y = 2$$

$$3x - 2y = 5 \xrightarrow{y=2} 3x - 2 \times 2 = 5 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$$

مختصات نقطه برخورد دو خط برابر $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ است.

حال معادله خط گذرنده از دو نقطه $A = \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ را می نویسیم.

$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 2}{-5 - 3} = \frac{-4}{-8} = \frac{1}{2}$$

$$y = ax + b \xrightarrow{a=\frac{1}{2}} y = \frac{1}{2}x + b$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow 2y = x + 1 \Rightarrow x - 2y = -1$$

۸۹. شیب خطی مثبت و عرض از مبدأ آن منفی می باشد، این خط از کدام ناحیه مختصاتی نمی گذرد؟

۴ چهارم

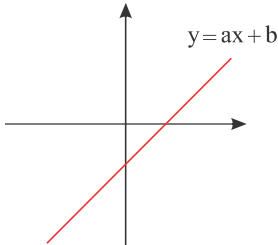
۳ سوم

۲ دوم

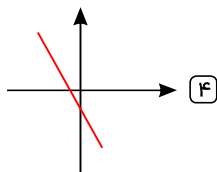
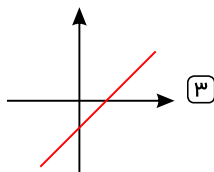
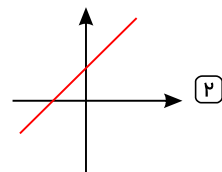
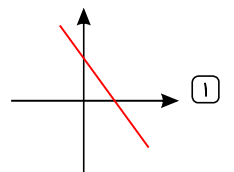
۱ اول

پاسخ: گزینه ۲

نمودار خطی با شیب مثبت و عرض از مبدأ منفی به صورت زیر است:
پس این خط از ناحیه دوم نمی گذرد.



۹۰. در معادله خط $ax + by + c = 0$ اگر $ab > 0$ و $bc < 0$ ، نمودار خط به کدام صورت خواهد بود؟

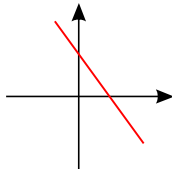


پاسخ: گزینه ۱ ابتدا معادله خط را به صورت استاندارد می نویسیم.

$$ax + by + c = 0 \Rightarrow by = -ax - c \Rightarrow y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

شیب خط منفی $\rightarrow$ $ab > 0$ هم علامت a, b $= -\frac{a}{b}$

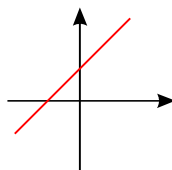
عرض از مبدأ مثبت $\rightarrow$ $bc < 0$ غیر هم علامت c, b $= -\frac{c}{b}$ عرض از مبدأ



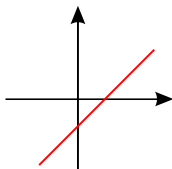
فقط در گزینه ۱ شیب خط منفی و عرض از مبدأ مثبت است.

بررسی سایر گزینه ها:

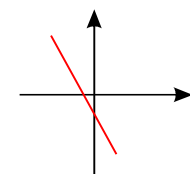
گزینه ۲: شیب مثبت عرض از مبدأ مثبت



گزینه ۳: شیب مثبت عرض از مبدأ منفی



گزینه ۴: شیب منفی عرض از مبدأ منفی



۹۱. اگر دو خط $ay - 2x + 14 = 0$ و $3y = x + b$ یکدیگر را در نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ قطع کنند، مقدار عددی $a - b$ برابر است با:

۴ -۱۳

۳ ۳

۲ -۳

۱ ۱۳

پاسخ: گزینه ۱

$$ay - 2x + 14 = 0 \xrightarrow{\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}} -2a - 2 \times 2 + 14 = 0$$

دو خط یکدیگر را در نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ قطع می‌کنند، پس این نقطه در هر دو معادله خط صدق می‌کند.

$$\Rightarrow -2a + 10 = 0 \Rightarrow -2a = -10 \Rightarrow a = 5$$

$$3y = x + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}} 3 \times (-2) = 2 + b \Rightarrow -6 = 2 + b \Rightarrow b = -8$$

$$\Rightarrow a - b = 5 - (-8) = 13$$

۹۲. خط $3x - y = x$ کدام یک از خط‌های زیر را قطع نمی‌کند؟

$7x - 14y = 3$ (۴)

$7y = 14x + 13$ (۳)

$15y = -7x + 14$ (۲)

$-7y = 14x - 3$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

دو خط زمانی یکدیگر را قطع نمی‌کنند که با هم موازی باشند و زمانی موازی هستند که شیب‌های برابری داشته باشند (البته با عرض از مبدأهای نابرابر).

$$3x - y = x \Rightarrow -y = -2x \Rightarrow y = 2x \rightarrow \text{شیب} = 2$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: $-7y = 14x - 3 \Rightarrow y = -2x + \frac{3}{7} \Rightarrow \text{شیب} = -2$

گزینه ۲: $15y = -7x + 14 \Rightarrow y = \frac{-7}{15}x + \frac{14}{15} \Rightarrow \text{شیب} = -\frac{7}{15}$

گزینه ۳: $7y = 14x + 13 \Rightarrow y = 2x + \frac{13}{7} \Rightarrow \text{شیب} = 2$

گزینه ۴: $7x - 14y = 3 \Rightarrow -14y = -7x + 3 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{14} \Rightarrow \text{شیب} = \frac{1}{2}$

فقط شیب خط گزینه ۳ با شیب خط صورت سؤال برابر است.

۹۳. مقدار m چند باشد تا خط $3y - 5x + 3m - 2 = -6$ از مبدأ بگذرد؟

$-\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$-\frac{4}{3}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ نکته: برای اینکه خطی از مبدأ بگذرد باید نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ در خط صدق کند.

مختصات نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ را بر روی خط قرار می‌دهیم:

$$3y - 5x + 3m - 2 = -6 \xrightarrow{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}} 3(0) - 5(0) + 3m = -4$$

$$m = -\frac{4}{3}$$

۹۴. از برخورد کدام خط زیر، با دو خط به معادله‌های $y = \frac{2}{3}x + 5$ و $3x + 2y = 2$ در صفحه، مثلث به وجود می‌آید؟

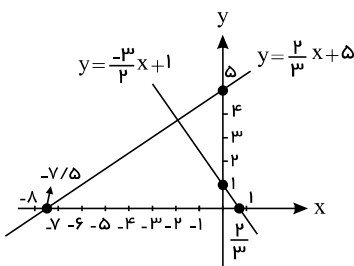
$y + 3x = 5$ (۴)

$4y = 7 - 6x$ (۳)

$y = \frac{-3}{2}x$ (۲)

$2x - 3y = 7$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا دو خط $y = \frac{2}{3}x + 5$ و $3x + 2y = 2$ را رسم می‌کنیم.



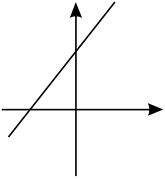
هر یک از خط‌ها را رسم می‌کنیم و تنها خط گزینه ۴ با دو خط دیگر تشکیل مثلث می‌دهد.

۹۵. زاویه بین یک خط با جهت مثبت محور طول‌ها زاویه تند است و عرض از مبدأ این خط مثبت است.

چنین خطی، از کدام یک از نقاط زیر اصلاً عبور نمی‌کند؟

- ☐ ۱ $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$
☐ ۲ $\begin{bmatrix} -4 \\ -5 \end{bmatrix}$
☐ ۳ $\begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$
☐ ۴ $\begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix}$

پاسخ: گزینه ۴ باتوجه به اطلاعات مسئله، شیب خط و عرض از مبدأ هر دو مثبت هستند و نمودار کلی چنین خط‌هایی به صورت زیر می‌باشد.



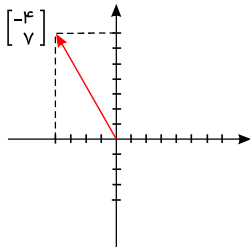
این نوع خط‌ها از ناحیه چهارم عبور نمی‌کند و نقطه $\begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix}$ در ناحیه چهارم قرار دارد، پس چنین خطی هیچ‌گاه از این نقطه عبور نمی‌کند.

۹۶. شیب خطی که بردار $\begin{bmatrix} -4 \\ 7 \end{bmatrix}$ روی آن قرار دارد چند است؟

- ☐ ۱ -۴
 ☐ ۲ ۷
 ☐ ۳ $\frac{7}{4}$
☐ ۴ $-\frac{7}{4}$

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا بردار $\begin{bmatrix} -4 \\ 7 \end{bmatrix}$ را رسم می‌کنیم. به این صورت که از مبدأ مختصات خطی تا نقطه $\begin{bmatrix} -4 \\ 7 \end{bmatrix}$ رسم می‌کنیم:



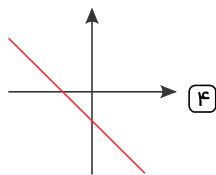
این خط از $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -4 \\ 7 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، پس شیب آن عبارت است از:

$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 7}{0 - (-4)} = -\frac{7}{4}$$

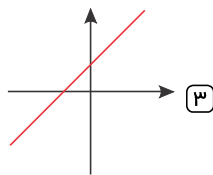
نکته: شی خط با داشتن دو نقطه از خط رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

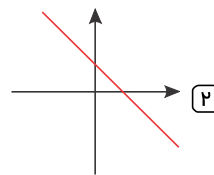
۹۷. نمودار خط به معادله $\frac{2}{5}y + \frac{5}{2}x = 1$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟



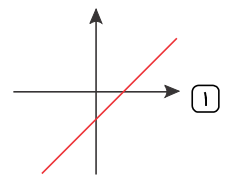
☐ ۴



☐ ۳



☐ ۲



☐ ۱

پاسخ: گزینه ۲ معادله خط را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$\frac{2}{5}y + \frac{5}{2}x = 1 \Rightarrow \frac{2}{5}y = -\frac{5}{2}x + 1 \Rightarrow y = -\frac{25}{4}x + \frac{5}{2}$$

شیب خط منفی و عرض از مبدأ آن مثبت است.

۹۸. خط $x + 3y - 1 = 0$ از نقطه $\begin{bmatrix} 2a+1 \\ 1-a \end{bmatrix}$ می‌گذرد. مقدار a کدام است؟

- ☐ ۱
 ☐ ۲
 ☐ ۳
 ☐ ۴

پاسخ: گزینه ۳ مختصات نقطه را در معادله خط جایگذاری می‌کنیم:

$$x + 3y - 1 = 0 \xrightarrow{\begin{bmatrix} 2a+1 \\ 1-a \end{bmatrix}} 2a+1 + 3(1-a) - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 2a + 1 + 3 - 3a - 1 = 0$$

$$\Rightarrow -a + 3 = 0$$

$$\Rightarrow -a = -3$$

$$\Rightarrow a = 3$$

۹۹. شیب خط منفی و عرض از مبدأ آن مثبت است این خط از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟

۴) چهارم

۳) سوم

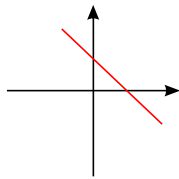
۲) دوم

۱) اول

پاسخ: گزینه ۳

خطی با شیب منفی و عرض از مبدأ مثبت به صورت زیر می‌باشد:

که این خط از ناحیه سوم نمی‌گذرد.



۱۰۰. خطی به معادله $y = -m^2x + m^2 + 1$ به ازای هر $(m \neq 0)$ از کدام ناحیه مختصاتی عبور نمی‌کند؟

۴) ناحیه ۴

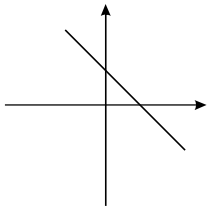
۳) ناحیه ۳

۲) ناحیه ۲

۱) ناحیه ۱

پاسخ: گزینه ۳ معادله خط به صورت $y = -m^2x + m^2 + 1$ است. باتوجه به اینکه شیب این خط برابر $-m^2$ ، پس شیب خط منفی و عرض از مبدأ این خط برابر $m^2 + 1$

که همواره مقدار مثبتی است پس شکل این خط به صورت زیر است، پس این خط از ناحیه سوم عبور نمی‌کند.



۱۰۱. دو نقطه $A = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix}$ نسبت به کدام یک از خط‌های زیر قرینه هستند؟

۴) $y = x$

۳) $y = 2x$

۲) $y = -x$

۱) $y = -2x$

پاسخ: گزینه ۲ دو نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix}$ نسبت به نیمساز ربع دوم و چهارم قرینه هم هستند. (طول و عرض جابه‌جا شده و قرینه نیز شده‌اند) و معادله خط نیمساز ربع دوم و

چهارم به صورت $y = -x$ است.

۱۰۲. حاصل مجموع شیب و عرض از مبدأ $6 = \frac{3}{2}(x + 2y) - \frac{5}{3}(x + 6y)$ چند است؟

۴) $\frac{37}{42}$

۳) $-\frac{37}{42}$

۲) $\frac{35}{42}$

۱) $-\frac{35}{42}$

پاسخ: گزینه ۳ برای به دست آوردن شیب و عرض از مبدأ این خط ابتدا معادله خط را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$\frac{3}{2}(x + 2y) - \frac{5}{3}(x + 6y) = 6$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}x + 3y - \frac{5}{3}x - 10y = 6 \Rightarrow -7y = \frac{1}{6}x + 6$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{42}x - \frac{6}{7}$$

شیب این خط برابر $-\frac{1}{42}$ و عرض از مبدأ $-\frac{6}{7}$ است، حال مجموع شیب و عرض از مبدأ را به دست می‌آوریم:

$$-\frac{1}{42} + \left(-\frac{6}{7}\right) = \frac{-1-36}{42} = -\frac{37}{42}$$

۱۰۳. شیب خطی که از محل برخورد دو خط به معادله‌های $y = 3x - 5$ و $y = -x + 3$ می‌گذرد و محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول ۳ قطع می‌کند، کدام گزینه است؟

(۴) -۲

(۳) ۲

(۲) -۱

(۱) ۱

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا باید نقطه برخورد دو خط را پیدا کنیم. برای این کار معادله دو خط را برابر هم قرار می‌دهیم:

$$y - 3x + 5 = y + x - 3$$

$$-4x = -8 \rightarrow x = 2$$

$x = 2$ را در یکی از معادله‌های خط قرار می‌دهیم:

$$y = -x + 3 \xrightarrow{x=2} y = -2 + 3 = 1$$

پس نقطه برخورد دو خط $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ است.

خط از $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، پس:

$$\text{شیب خط} = \frac{0-1}{3-2} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$y = -x + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}} 0 = -3 + b \rightarrow b = 3$$

$$y = -x + 3$$

۱۰۴. خط d به معادله $ax + y + c = 0$ از نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ می‌گذرد و با محور x موازی است. کدام گزینه مقدارهای a و c را به درستی نشان می‌دهد؟

(۴) $a = 0$
 $c = 2$

(۳) $a = 1$
 $c = 2$

(۲) $a = 1$
 $c = -3$

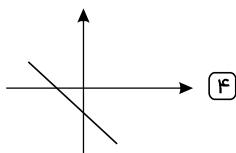
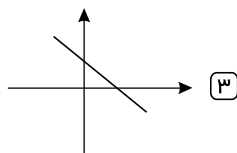
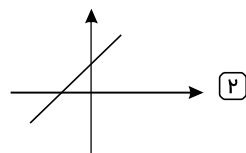
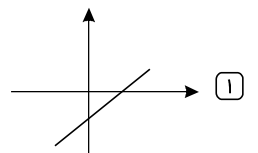
(۱) $a = 0$
 $c = 3$

پاسخ: گزینه ۱ چون خط با محور x موازی است، پس شیب آن (ضریب x) صفر است، پس $a = 0$ می‌باشد.

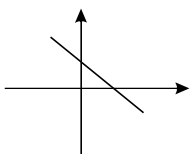
چون خط از $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، پس نقطه را در خط قرار می‌دهیم.

$$0 + y + c = 0 \xrightarrow{\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}} -3 + c = 0 \rightarrow c = 3$$

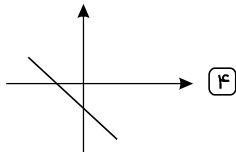
۱۰۵. در معادله‌ی خط $y = ax + b$ و $a < 0$ و $b > 0$ کدام شکل می‌تواند، رسم شده این معادله باشد؟ (اصفهان - خرداد ۹۵)



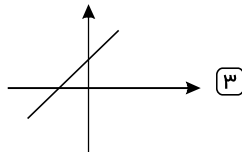
پاسخ: گزینه ۳



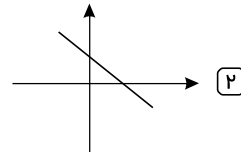
۱۰۶. کدام یک از خط‌های زیر شیب و عرض از مبدأ منفی دارد؟ (البرز - خرداد ۹۵)



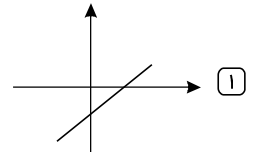
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

پاسخ: گزینه ۴

۱۰۷. زاویه‌ی بین دو خط $x = 2$ و $y = -5$ کدام است؟ (تهران - خرداد ۹۵)

(۴) ۹۰ درجه

(۳) ۱۵۰ درجه

(۲) ۱۲۰ درجه

(۱) ۴۵ درجه

پاسخ: گزینه ۴ ۹۰ درجه

۱۰۸. شیب خط به معادله‌ی $\frac{3-2y}{5} = 2x$ برابر است با:

(۴) $-\frac{3}{2}$

(۳) -۵

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) ۵

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{3-2y}{5} = \frac{2x}{1} \rightarrow 3-2y = 10x$$

$$\rightarrow -2y = 10x - 3 \xrightarrow{\div(-2)} \frac{-2y}{-2} = \frac{10x}{-2} - \frac{3}{-2} \rightarrow y = -5x + \frac{3}{2} \Rightarrow \text{شیب خط} = -5$$

۱۰۹. شیب خطی منفی و عرض از مبدأ آن مثبت است. این خط از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟

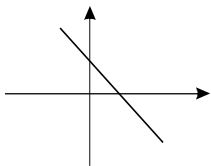
(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

پاسخ: گزینه ۳ وقتی شیب خط منفی است، یعنی با محور x زاویه‌ها باز می‌سازد. شکل کلی این خط با عرض از مبدأ مثبت مانند زیر است. این خط از ناحیه‌ی (۳) نمی‌گذرد.



۱۱۰. شیب خط $\frac{3-x+2y}{3} = \frac{x}{2}$ برابر است با:

(۴) $-\frac{5}{4}$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۲) $-\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{5}{4}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{3-x+2y}{3} = \frac{x}{2} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 6 - 2x + 4y = 3x$$

$$\rightarrow 4y = 3x + 2x - 6 \rightarrow 4y = 5x - 6 \xrightarrow{\div 4} y = \frac{5}{4}x - \frac{6}{4}$$

$$\rightarrow \text{شیب خط} = \frac{5}{4}$$

۱۱۱. اگر شیب خطی ۲ باشد و از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix}$ بگذرد؛ عرض از مبدأ آن کدام گزینه است؟

(۴) -۱۰

(۳) صفر

(۲) ۵

(۱) ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

$$y = 2x + b \rightarrow 0 = 2(-5) + b \rightarrow b = 10$$

۱۱۲. اگر خط d خط $y = 2x - 1$ را در نقطه‌ای به طول ۳ قطع کند و با خط $y + 4 = 0$ موازی باشد، معادله‌ی آن کدام است؟

(۴) $y = -4$

(۳) $x = 3$

(۲) $y = 5$

(۱) $x = 5$

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا عرض محل تقاطع را به دست می‌آوریم:

$$y = 2(3) - 1 = 6 - 1 = 5 \rightarrow \text{مختصات محل تقاطع} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

پس معادله‌ی خطی مدنظر است که موازی محور طول‌ها باشد و از $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ بگذرد، یعنی:

$$y = 5 \rightarrow \text{موازی با } y + 4 = 0 \text{ (شیب ندارد)}$$

۱۱۳. اختلاف سن علی و پدرش ۱۸ سال است. اگر مجموع سن آنها در سال ۱۳۹۲ برابر ۳۶ باشد، علی در چه سالی متولد شده است؟

۱۳۸۳ (۴)

۱۳۸۲ (۳)

۱۳۸۱ (۲)

۱۳۸۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{cases} y - 18 = 18 \\ y + 4 = 36 \end{cases} \rightarrow x = y - 18 \rightarrow x = 27 - 18 \rightarrow x = 9$$

$$2y = 54 \rightarrow \frac{54}{2} = 27$$

سن پدر علی ۲۷

$$1392 - 9 = 1383 \text{ سال تولد علی}$$

۱۱۴. به ازای چقدر از m دو خط به معادلات $2x + 4y = 5$ و $3y + (2m - 3)x = 4$ بر هم عمودند؟

۲ (۴)

$-\frac{3}{2}$ (۳)

$-\frac{2}{3}$ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ نکته: دو خط وقتی بر هم عمودند که شیب‌ها عکس و قرینه باشند یا حاصل ضرب شیب‌ها ۱- شود.

$$2x + 4y = 5 \quad \text{شیب } a = -\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$3y + (2m - 3)x = 4 \quad \text{شیب } a = -\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = -\frac{2m - 3}{3} \xrightarrow{\text{عکس و قرینه}} +\frac{3}{2m - 3}$$

$$\frac{3}{2m - 3} = -\frac{1}{2} \rightarrow -2m + 3 = 6 \rightarrow -2m = 6 - 3 \rightarrow -2m = 3 \rightarrow m = -\frac{3}{2}$$

۱۱۵. شیب خط $2y + 3x + 5 = 0$ برابر است با:

$-\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$2y + 3x + 5 = 0 \quad \text{شیب} = -\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = -\frac{+3}{2} = -\frac{3}{2}$$

نکته: چون x و y کنار هم هستند و در یک طرف تساوی هستند در فرمول شیب نماد قرینه را کنار کسر می‌گذاریم.

$$\frac{2y}{2} + \frac{3x}{2} + \frac{5}{2} = \frac{0}{2} \rightarrow y + \frac{3}{2}x + \frac{5}{2} = 0 \xrightarrow{\text{مرتب می‌کنیم}} y = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{شیب } a &= -\frac{3}{2} \\ b &= -\frac{5}{2} \end{aligned} \right\} \text{عرض از مبدأ}$$

دو طرف را تقسیم بر عدد پشت y می‌کنیم و مرتب می‌نماییم.

۱۱۶. معادله‌ی خطی که از مبدأ مختصات و نقطه‌ی برخورد دو خط $x = -4$ و $y = 3$ می‌گذرد، کدام است؟

$4x - 3y = 0$ (۴)

$4x + 3y = 0$ (۳)

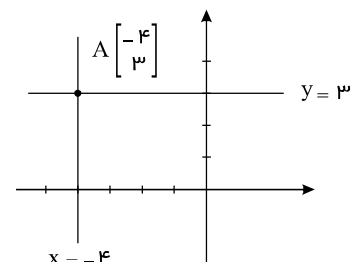
$4y + 3x = 0$ (۲)

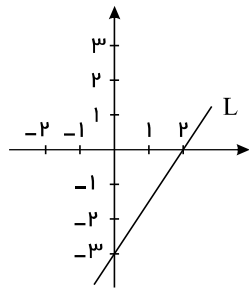
$4y - 3x$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ نکته: معادله‌ی خطی که از مبدأ می‌گذرد به صورت $y = ax$ می‌باشد که برای به دست آوردن a یعنی شیب عرض را بر طول تقسیم می‌کنیم.

$$a = \frac{\text{عرض}}{\text{طول}} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$$

$$y = -\frac{3}{4}x \rightarrow 4y = -3x \rightarrow 4y + 3x = 0$$





۱۱۷. معادله‌ی خطی که با خط L موازی باشد و از مبدأ بگذرد، کدام است؟

۱) $2x = 3y$

۲) $2y = 3x$

۳) $-2y = 3x$

۴) $-3x = 2y$

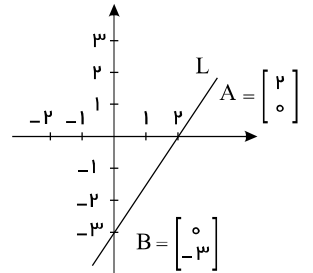
پاسخ: گزینه ۲

$$\text{شیب خط} = \frac{\text{اختلاف عرض‌ها}}{\text{اختلاف طول‌ها}} = \frac{0 - (-3)}{2 - 0} = \frac{+3}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}x - 3 \quad \text{معادله‌ی خط}$$

$$y = ax \quad \text{معادله‌ی خط مبدأ گذر}$$

$$y = +\frac{3}{2}x$$



نکته: دو خط وقتی موازی هستند که شیب آن‌ها مساوی باشد.

نکته: خطی که از مبدأ می‌گذرد عرض از مبدأ ندارد ($b = 0$)

۱۱۸. معادله‌ی خطی که از نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ گذشته و با خط $\frac{x+y}{5} = \frac{x}{3}$ موازی باشد، کدام معادله است؟

۴) $y = -\frac{5}{3}x + 2$

۳) $y = \frac{2}{3}x + 2$

۲) $y = \frac{5}{3}x + 2$

۱) $y = -\frac{2}{3}x + 2$

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{x+y}{5} = \frac{x}{3} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 3(x+y) = 5x \rightarrow 3x + 3y - 5x = 0$$

$$-2x + 3y = 0 \rightarrow -\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = -\frac{-2}{+3} = +\frac{2}{3}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow b = 2 \quad \begin{matrix} y = ax + b \\ y = +\frac{2}{3}x + 2 \end{matrix}$$

نکته: دو خط وقتی موازی هستند که شیب آن‌ها مساوی باشد.

نکته: هر نقطه‌ای که طولش صفر باشد ولی عرض داشته باشد همان عرض از مبدأ است.

۱۱۹. خط L به معادله‌ی $6x - 8 = 0$
 ۱) موازی محور طول‌ها است.
 ۲) موازی محور عرض‌ها است.
 ۳) از مبدأ مختصات می‌گذرد.
 ۴) محورهای مختصات را در دو نقطه قطع می‌کند.

پاسخ: گزینه ۲

$$6x - 8 = 0 \rightarrow 6x = 8 \rightarrow x = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \rightarrow x = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

نکته: چون مقدار ضریب y در معادله‌ی خط صفر می‌باشد پس موازی محور y می‌باشد.

۱۲۰. عرض از مبدأ خطی که از نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$ می‌گذرد و شیب آن ۵ باشد، کدام است؟

۴) -8

۳) -15

۲) 7

۱) 10

پاسخ: گزینه ۴ نقطه‌ی A روی خط $y = ax + b$ قرار دارد. پس مختصات نقطه‌ی A روی خط قرار دارد یعنی به جای x طول نقطه و به جای y عرض نقطه‌ی A را می‌گذاریم.

$$\begin{matrix} \text{یعنی } 3 & \text{یعنی } 7 \\ \uparrow & \uparrow \\ y = a & x + b \rightarrow 7 = (5 \times 3) + b \rightarrow 7 = 15 + b \rightarrow b = -8 \\ \downarrow & \\ \text{یعنی } 5 & \end{matrix}$$

۱۲۱. به ازای چه مقدار a خط $(a-4)x + 3y = 7$ موازی محور x ها است؟

۴) صفر

۳) ۴

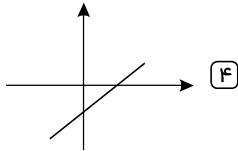
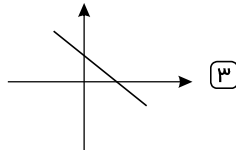
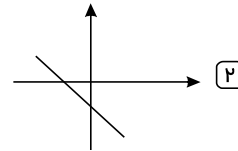
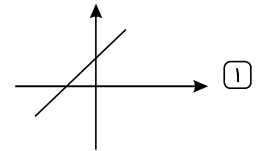
۲) $\frac{7}{3}$

۱) -۴

پاسخ: گزینه ۳ معادله کلی خطی که موازی محور x ها می باشد به صورت $y = b$ می باشد یعنی در معادله خطش x نداریم پس باید ضریب x به صفر برسد.

$$a - 4 = 0 \rightarrow a = 4$$

۱۲۲. نمودار خط به معادله $\frac{5}{3}y + \frac{3}{5}x = 1$ کدام یک از گزینه های زیر می تواند باشد؟



پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{5}{3}y + \frac{3}{5}x = 1 \rightarrow \text{عرض از مبدأ} = \frac{\text{عدد ثابت}}{\text{ضریب } y} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}$$

$$\text{شیب} = -\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = -\frac{\frac{3}{5}}{\frac{5}{3}} = -\frac{9}{25}$$

چون عرض از مبدأ مثبت است پس گزینه های ۲ و ۴ حذف می شوند. چون شیب منفی است خط با محور طول ها در جهت مثبت زاویه ی باز می سازد پس گزینه ی «۳» جواب است.

۱۲۳. مجموع دو عدد ۹- و یکی از آنها ۴- برابر دیگری است، عدد بزرگتر کدام است؟

۴) ۶

۳) ۱۲

۲) -۱۲

۱) ۳

پاسخ: گزینه ۱

$$x + y = -9 \xrightarrow{\text{به جای } x \text{ ها } -4y \text{ می گذاریم}} -4y + y = -9 \rightarrow -3y = -9 \rightarrow y = \frac{-9}{-3} = 3$$

$$x = -4y \rightarrow x = -4 \times 3 = -12 \rightarrow x = -12 \text{ عدد کوچکتر}$$

$$y = +3 \text{ عدد بزرگتر}$$

۱۲۴. اگر $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ و $\vec{b} = 4\vec{j}$ حاصل $\vec{X} = 2\vec{a} + \vec{b}$ کدام است؟

۴) $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$

۱) $\begin{bmatrix} 8 \\ -6 \end{bmatrix}$

پاسخ: گزینه ۲

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{X} = 2\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 + 0 \\ -6 + 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

۱۲۵. اگر نقاط $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $O = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ سه رأس مثلث باشند. مساحت این مثلث کدام است؟

۴) ۶

۳) $\frac{4}{3}$

۲) $\frac{3}{4}$

۱) ۱۲

پاسخ: گزینه ۴

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{3 \times 4}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

۱۲۶. در معادله $z = -5i + 3i + 2\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} - 3x$ مختصات x کدام است؟

۴) $\begin{bmatrix} -\frac{4}{3} \\ -1 \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} -\frac{4}{3} \\ +1 \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} \frac{4}{3} \\ +1 \end{bmatrix}$

۱) $\begin{bmatrix} \frac{4}{3} \\ -1 \end{bmatrix}$

پاسخ: گزینه ۲

$$-3x + 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} + 3i = 5j \Rightarrow -3x + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow -3x = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix} \Rightarrow x = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix} \div (-3) = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix}$$

۱۲۷. رابطه‌ی تبدیل درجه‌ی سانتی‌گراد (C) به فارنهایت (F) به شکل $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ است. دمایی که در سانتی‌گراد نصف دما در F است، چیست؟

۱۶۰ (۴)

۱۴۰ (۳)

۱۲۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$C = \frac{1}{2}F \Rightarrow 2C = F \rightarrow C = \frac{5}{9}(F - 32) = \frac{5}{9}(2C - 32)$$

$$\Rightarrow 9C = 5(2C - 32) \Rightarrow 9C = 10C - 160 \Rightarrow C = 160^\circ$$

۱۲۸. اگر فاصله $A(3, 4)$ از نقطه $B(a, a)$ برابر ۵ باشد. مقدار a برابر است با:

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ می‌دانیم فاصله دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) با استفاده از رابطه $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ محاسبه می‌شود پس در این سؤال:

$$5 = \sqrt{(3 - a)^2 + (4 - a)^2} \Rightarrow 25 = (3 - a)^2 + (4 - a)^2 = 9 + a^2 - 6a + 16 + a^2 - 8a \Rightarrow 25 = 2a^2 + 25 - 14a \Rightarrow 2a^2 - 14a = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 7a = 0 \Rightarrow a(a - 7) = 0 \Rightarrow a = 0, a = 7$$

۱۲۹. اگر $A = \begin{bmatrix} 3 \\ a + 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2a - 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} a \\ b - a \end{bmatrix}$ باشد، به‌طوری که شیب خط گذرنده از A و B تعریف نشده باشد و BC یک خط افقی باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۱۲ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$(m_{AB} \text{ شیب خط } AB) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2 - a - 1}{2a - 1 - 3} = \frac{1 - a}{2a - 4}$$

چون طبق فرض شیب خط AB تعریف نشده است، بنابراین مخرج کسر شیب AB برابر صفر می‌باشد.

$$2a - 4 = 0 \Rightarrow a = 2 \quad (m_{BC} \text{ شیب خط } AB) = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{b - a - 2}{a - (2a - 1)} = \frac{b - a - 2}{-a + 1} \xrightarrow{a=2} m = \frac{b - 2 - 2}{-2 + 1} = \frac{b - 4}{-1} = 4 - b$$

اما چون خط BC افقی است، پس باید شیب آن صفر باشد، یعنی:

$$4 - b = 0 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow a + b = 2 + 4 = 6$$

۱۳۰. اگر جدول روبه‌رو نمایش یک رابطه خطی باشد، حاصل $\alpha + \beta$ چقدر است؟

x	۲	۳	β	۱۰
y	α	-۱	-۵	-۱۵

۴ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ طبق تعریف می‌دانیم که نسبت تغییرات y به نسبت تغییرات x در یک رابطه خطی همواره مقداری ثابت است. بنابراین:

$$\begin{array}{c} \frac{10 - 2}{10 - 3} = \frac{10 - \beta}{10 - 10} \\ \frac{10 - 2}{10 - 3} = \frac{10 - \beta}{0} \end{array} \Rightarrow \frac{10 - 2}{10 - 3} = \frac{10 - \beta}{0} \Rightarrow \frac{8}{7} = \frac{10 - \beta}{0} \Rightarrow 8(0) = 7(10 - \beta) \Rightarrow 0 = 70 - 7\beta \Rightarrow 7\beta = 70 \Rightarrow \beta = 10$$

$$\beta \text{ مقدار: } \frac{-1 - \alpha}{3 - 2} = \frac{-5 - (-1)}{\beta - 3} \xrightarrow{\alpha=1} \frac{-2}{1} = \frac{-4}{\beta - 3} \Rightarrow -2\beta + 6 = -4 \Rightarrow \beta = 5 \Rightarrow \alpha + \beta = 1 + 5 = 6$$

۱۳۱. به ازای کدام مقدار m دو خط $mx + y + 3 = 0$ و $4x + 4my - 4 = 0$ موازی هستند؟

$m = 1$ یا $m = -1$ (۴)

$m = 0$ (۳)

$m = -1$ (۲)

$m = 1$ (۱)

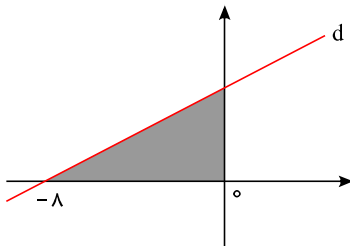
پاسخ: گزینه ۴

$$\text{شیب اولی} = \frac{-m}{1} \quad \text{شیب دومی} = \frac{-4}{4m}$$

$$\rightarrow \text{شیب‌ها برابر} \rightarrow \frac{-m}{1} = \frac{-4}{4m} \rightarrow -4m^2 = -4$$

$$\rightarrow m^2 = 1 \rightarrow m = 1 \text{ یا } m = -1$$

۱۳۲. خط d محور x ها را در نقطه $\begin{bmatrix} -8 \\ 0 \end{bmatrix}$ قطع کرده است. اگر مساحت قسمت سایه زده شده ۱۶ باشد، شیب خط d چقدر است؟



-۲ (۱)

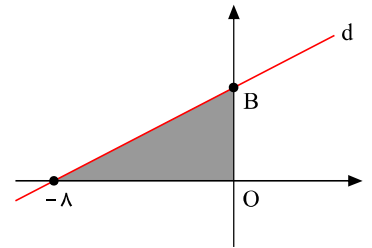
-۱ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ باتوجه به اینکه مثلث قائم‌الزاویه است، پس:

$$\frac{OB \times 8}{2} = 16 \Rightarrow OB \times 8 = 32 \Rightarrow OB = 4$$



بنابراین این خط محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۴ قطع کرده است. پس $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ روی این خط قرار دارد. حال با داشتن دو نقطه از این خط شیب خط را به دست می‌آوریم.

$$\begin{bmatrix} -8 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 0}{0 - (-8)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

۱۳۳. مساحت شکل حاصل از برخورد خطوط $y = 1$ و $2y - 3x = 6$ و $3y + 2x = 9$ کدام گزینه است؟

$\frac{26}{3}$ (۴)

$\frac{13}{3}$ (۳)

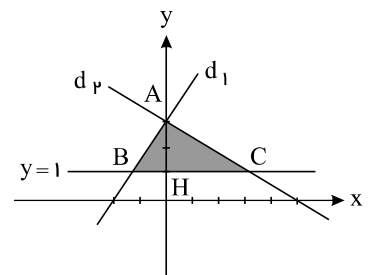
$\frac{5}{3}$ (۲)

$\frac{10}{3}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ خطها را رسم می‌کنیم. برای این کار باید از هر خط دو نقطه را مشخص نماییم.

$$d_1 : 2y - 3x = 6 \rightarrow \begin{array}{c|cc} x & 0 & -2 \\ \hline y & 3 & 0 \end{array}$$

$$d_2 : 3y + 2x = 9 \rightarrow \begin{array}{c|cc} x & 0 & +3 \\ \hline y & 3 & 1 \end{array}$$



برای پیدا کردن مساحت مثلث ABC نیاز است که محل برخورد خط $y = 1$ با خطهای d_1 و d_2 را مشخص کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} d_2 : 3y + 2x = 9 \\ y = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 3 \times 1 + 2x = 9 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = 3 \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{l} d_1 : 2y - 3x = 6 \\ y = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 2 \times 1 - 3x = 6 \rightarrow -3x = 4 \rightarrow x = \frac{-4}{3} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} \frac{-4}{3} \\ 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین اندازه‌ی پاره‌ی BC برابر است با فاصله‌ی بین طول نقطه‌ی C و نقطه‌ی B . بنابراین داریم:

$$\text{طول } BC = \frac{4}{3} + 3 = \frac{13}{3}$$

پس مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{\frac{13}{3} \times \frac{4}{3}}{2} = \frac{13}{3}$$

۱۳۴. خطی به معادله $y = -m^2x + m^2 + 1$ به ازای چه مقداری از m از ناحیه سوم عبور نمی کند؟

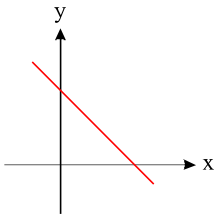
(۴) چنین m ای وجود ندارد.

(۳) تمامی m ها

(۲) m های منفی

(۱) m های مثبت

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا شیب و عرض از مبدأ خط را تحلیل می کنیم:



شیب منفی است. $\rightarrow -m^2 = \text{شیب}$

عرض از مبدأ مثبت است. $\rightarrow m^2 + 1 = \text{عرض از مبدأ}$

پس این خط به هیچ وجه از ناحیه سوم عبور نمی کند و این موضوع به ازای تمامی مقادیر m صحیح است.

۱۳۵. به ازای کدام یک از مقادیر زیر برای a ، دستگاه معادلات خطی زیر جواب ندارد؟

$$\begin{cases} 2x - 4y = 10 \\ x + ay = 25 \end{cases}$$

(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) -۲

(۱) -۴

پاسخ: گزینه ۲ برای اینکه دستگاه معادلات جواب نداشته باشد، باید شیب هر دو معادله با هم برابر باشند.

$$2x - 4y = 10 \rightarrow -4y = -2x + 10$$

$$\xrightarrow{\div(-4)} y = \frac{1}{2}x - 2.5 \Rightarrow \text{شیب خط} = \frac{1}{2}$$

$$x + ay = 25 \rightarrow ay = -x + 25 \xrightarrow{\div(a)} y = \frac{-1}{a}x + \frac{25}{a}$$

$$\Rightarrow \text{شیب خط} = \frac{-1}{a} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{-1}{a} \Rightarrow a = -2$$

۱۳۶. به ازای چه مقدار n نقطه $\left[\begin{matrix} 6n+2 \\ 4n+10 \end{matrix} \right]$ از محورهای مختصات به یک فاصله اند؟

(۴) $n = 4$

(۳) $n = 1$

(۲) $n = 2$

(۱) $n = 3$

پاسخ: گزینه ۴ در صورتی محورهای مختصات به یک اندازه است که طول و عرضش برابر هم باشند.

$$6n + 2 = 4n + 10 \rightarrow 2n = 8 \Rightarrow n = 4$$

۱۳۷. در دستگاه $\begin{cases} 3x + 6y = 15 \\ \frac{x}{2} + y - 1 = \frac{3}{2} \end{cases}$ مقادیر x و y برابر است با:

(۴) بی شمار جواب دارد.

(۳) $x = -5, y = -3$

(۲) $x = 5, y = 3$

(۱) جواب ندارد

پاسخ: گزینه ۴

$$2 \times \begin{cases} 3x + 6y = 15 \\ \frac{x}{2} + y - 1 = \frac{3}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 6y = 15 \\ x + 2y - 2 = 3 \end{cases} \rightarrow -3 \times \begin{cases} 3x + 6y = 15 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 3x + 6y = 15 \\ -3x - 6y = -15 \end{cases}$$

$$0 + 0 = 0$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \rightarrow \frac{3}{1} = \frac{+6}{+2} = \frac{15}{5} \rightarrow \frac{3}{1} = \frac{3}{1} = \frac{3}{1}$$

دستگاه بی‌شمار جواب دارد و دو خط بر هم منطبق‌اند.

۱۳۸. m را چنان بیابید که دو خط $3x + 2y - 1 = 0$ و $(m-1)x + 10y - 5 = 0$ بر هم منطبق باشند.

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

-۱۶ (۲)

(۱) چنین چیزی ممکن نیست.

پاسخ: گزینه ۴ دو خط به صورت $Ax + By + C = 0$ و $A'x + B'y + C' = 0$ هنگامی که $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$ بر هم منطبق یا به عبارت دیگر دستگاه بی‌شمار جواب دارد.

$$\frac{m-1}{3} = \frac{10}{2} = \frac{-5}{-1} \rightarrow \frac{m-1}{3} = 5 \rightarrow m-1 = 15 \rightarrow m = 16$$

۱۳۹. خط به معادله $y = mx + (m+2)$ به ازای هر عدد مثبت m از کدام ناحیه محور مختصات نمی‌گذرد؟

(۴) ناحیه اول

(۳) ناحیه دوم

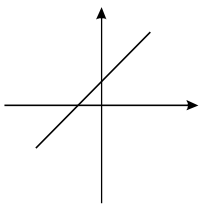
(۲) ناحیه چهارم

(۱) ناحیه سوم

پاسخ: گزینه ۲ وقتی m مثبت است پس شیب خط مثبت است.

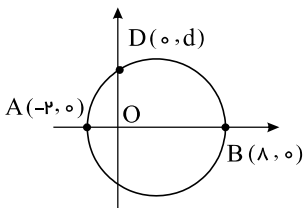
هنگامی که m است $m+2$ نیز مثبت است پس عرض از مبدأ هم مثبت است.

به این ترتیب خط تقریباً بصورت رو به رو است:



که از ناحیه چهارم نمی‌گذرد.

۱۴۰. در شکل دایره‌ای به قطر AB و نقطه‌ی D روی آن داده شده‌اند. مقدار d کدام است؟ (مسابقات کانگورو - ۱۳۷۸)



(۱) ۳

(۲) $2\sqrt{3}$

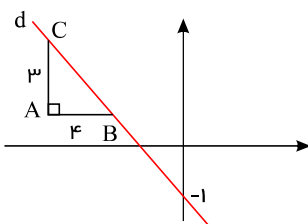
(۳) ۴

(۴) ۵

پاسخ: گزینه ۳ معادله‌ی دایره عبارت است از $(x-3)^2 + y^2 = 5^2$

به ازای $x=0$ به دست می‌آید که چون $d > 0$ است باید $d=4$ باشد.

۱۴۱. باتوجه به شکل معادله خط d کدام است؟



$$y = \frac{4}{3}x - 2 \quad (۲)$$

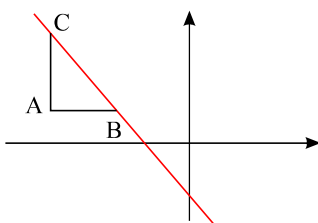
$$3y = 4x + 1 \quad (۱)$$

$$y = \frac{-3}{4}x - 1 \quad (۴)$$

$$y = \frac{-4x}{3} - 1 \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۴ اول باید بررسی کنیم که در کدام گزینه‌ها صدق می‌کند. در معادله‌های خطی گزینه‌های ۳ و ۴ نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ صدق می‌کند. نکته: شیب خط برابر است با:

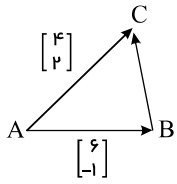
نسبت ضلع مقابل به ضلع مجاور مثلث در مثلث ABC یعنی نسبت $\frac{AC}{AB}$.



$$\text{شیب} = \left| \frac{4}{-4} \right|$$

چون باتوجه به شکل شیب منفی است، پس معادله خط به صورت:

$$y = -\frac{3}{4}x - 1$$



$$\begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 10 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

۱۴۲. باتوجه به شکل مقابل مختصات $\overrightarrow{BC}$ کدام گزینه است؟

پاسخ: گزینه ۳ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$ بردارهای متوالی هستند و $\overrightarrow{AC}$ بردار حاصل جمع است که از ابتدای اولی به انتهای آخری وصل شده.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow \begin{bmatrix} +6 \\ -1 \end{bmatrix} + \overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} +4 \\ +2 \end{bmatrix} \rightarrow \overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} +4 - 6 \\ +2 + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ +3 \end{bmatrix}$$

۱۴۳. خط $y = 5x + b$ محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می کند. اگر مساحت مثلث OAB برابر ۱۰ باشد، مقدار b چقدر است؟

$$12 \quad (4)$$

$$11 \quad (3)$$

$$-10 \quad (2)$$

$$-5 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$x = 0 \rightarrow y = b$$

$$y = 0 \rightarrow 0 = 5x + b \rightarrow 5x = -b \rightarrow x = \frac{-b}{5}$$

$$\left. \begin{aligned} S_{\triangle OAB} &= \frac{|y \times x|}{2} = \frac{b \times \frac{b}{5}}{2} = \frac{b^2}{10} \\ S_{\triangle OAB} &= 10 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{b^2}{10} = 10 \rightarrow b^2 = 100$$

$$\rightarrow b = \sqrt{100} = \pm 10 \rightarrow b = -10$$

۱۴۴. اگر نقطه $\begin{bmatrix} 2a+2 \\ -a+3 \end{bmatrix}$ از دو محور مختصات به یک فاصله باشد، آنگاه مقدار a برابر است با:

$$\text{گزینه ۲ و ۳} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$-5 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴ هنگامی که می گوید از دو محور به یک فاصله است یعنی $|x| = |y|$ است، پس ابتدا $x = y$ را بررسی می کنیم.

$$2a + 2 = -a + 3 \rightarrow 2a + a = 3 - 2 \rightarrow 3a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{3}$$

حالت دوم که همه فراموش می کنند بررسی کنند $x = -y$ است، پس داریم:

$$2a + 2 = -(-a + 3) \rightarrow 2a + 2 = a - 3 \rightarrow 2a - a = -3 - 2 \rightarrow a = -5$$

۱۴۵. معادله خطی که از مبدأ مختصات و محل برخورد دو خط $3x - 2y = 5$ و $4x + 3y - 1 = 0$ می گذرد، کدام است؟

$$y = 2x \quad (4)$$

$$y = -2x \quad (3)$$

$$y = x \quad (2)$$

$$y = -x \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا محل برخورد دو خط را بدست می آوریم:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 4x + 3y = 1 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} \times 3 \\ \times 2 \end{matrix}} \begin{cases} 9x - 6y = 15 \\ 8x + 6y = 2 \end{cases} \xrightarrow{+} 17x = 17$$

$$\Rightarrow x = 1 \xrightarrow{4x+3y=1} 4 \times 1 + 3y = 1 \rightarrow y = -1$$

معادله خط مورد نظر به این صورت است:

$$y - 0 = \frac{-1 - 0}{1 - 0}(x - 0) \rightarrow y = -x$$

۱۴۶. خطی که از دو نقطه $\begin{bmatrix} a-2 \\ a-4 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 3a-5 \\ a+1 \end{bmatrix}$ می گذرد، با خط $y = 3x - 7$ موازی است. مقدار a کدام است؟

$$-6 \quad (4)$$

$$9 \quad (3)$$

$$\frac{7}{3} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲ دو خط زمانی با هم موازی هستند که دارای شیبهای برابر باشند.

شیب خط $y = 3x - 7$ برابر ۳ است.

حال شیب خط گذرنده از دو نقطه $\left[\begin{matrix} a-2 \\ a-4 \end{matrix} \right]$, $\left[\begin{matrix} 3a-5 \\ a+1 \end{matrix} \right]$ را مساوی ۳ قرار می‌دهیم:

$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{a+1 - (a-4)}{3a-5 - (a-2)} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{a+1 - a+4}{3a-5 - a+2} = \frac{5}{2a-3} = 3$$

$$\Rightarrow 5 = 3(2a-3)$$

$$\Rightarrow 6a - 9 = 5$$

$$\Rightarrow 6a = 5 + 9$$

$$\Rightarrow 6a = 14$$

$$\Rightarrow a = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

۱۴۷. معادله‌ی خطی را بنویسید که از محل برخورد دو خط $x = 5$ و $y = 4$ بگذرد و با خط $3x + 5y = 7$ موازی باشد.

$$y = \frac{3}{5}x + \frac{47}{5} \quad (4)$$

$$y = -\frac{3}{5}x + \frac{27}{5} \quad (3)$$

$$y = \frac{3}{5}x + 7 \quad (2)$$

$$y = -\frac{3}{5}x + 7 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱ شیب خط داده شده را می‌یابیم.

$$3x + 5y = 7 \rightarrow 5y = -3x + 7 \rightarrow y = -\frac{3}{5}x + \frac{7}{5} \rightarrow \text{شیب خط} = -\frac{3}{5}$$

معادله‌ی خط مورد نظر، شیب $-\frac{3}{5}$ دارد و از نقطه‌ی $\left[\begin{matrix} 5 \\ 4 \end{matrix} \right]$ می‌گذرد. شکل کلی معادله‌ی خط را برابر $y = ax + d$ در نظر می‌گیریم که در آن a شیب خط و d عرض از مبدأ است

حال به جای a مقدار $-\frac{3}{5}$ را قرار داده و به جای x و y نیز به ترتیب ۵ و ۴ قرار می‌دهیم تا مقدار d یعنی عرض از مبدأ خط حاصل شود:

$$4 = -\frac{3}{5} \times 5 + d \rightarrow 4 = -3 + d \rightarrow d = 7$$

$$\text{معادله‌ی خط: } y = -\frac{3}{5}x + 7$$

۱۴۸. مقدار a چقدر باشد تا عرض از مبدأ خط $a^2 + 4a^2y + 3ax - 4 = 0$ برابر ۲ باشد؟

$$\pm \frac{9}{4} \quad (4)$$

$$\pm \frac{3}{2} \quad (3)$$

$$\pm \frac{4}{9} \quad (2)$$

$$\pm \frac{2}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱ نکته: برای به دست آوردن عرض از مبدأ یک خط، کافی است که به جای x مقدار صفر قرار دهیم.

$$\left. \begin{aligned} x = 0 \rightarrow -4 + 0 + 4a^2y + a^2 &= 0 \\ 2 = y \end{aligned} \right\} \rightarrow -4 + 0 + 8a^2 + a^2 &= 0$$

$$\rightarrow 9a^2 = 4 \rightarrow a^2 = \frac{4}{9} \rightarrow a = \pm \frac{2}{3}$$

۱۴۹. اگر دو خط $y = (3a+1)x - 4$ و $(2a+6)x + 2y = 0$ موازی باشند، مقدار a کدام است؟

$$1 \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$-5 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳ شیب هر دو خط را پیدا می‌کنیم و با هم مساوی قرار می‌دهیم تا a به دست آید.

$$(2a+6)x + 2y = 0 \rightarrow 2y = -(2a+6)x$$

$$\div 2 \rightarrow y = -\frac{(2a+6)}{2}x = -(a+3)x \rightarrow \text{شیب خط} = -(a+3)$$

$$y = (3a+1)x - 4 \rightarrow \text{شیب خط} = 3a+1$$

$$3a+1 = -(a+3) = -a-3 \rightarrow 3a+a = -1-3 \rightarrow 4a = -4 \rightarrow a = -1$$

۱۵۰. مریم ۳۶۰۰۰ تومان پول دارد و پول‌هایش را در دو صندوق نگهداری می‌کند. دیروز ۶۰۰۰ تومان از صندوق اول برداشت و در صندوق دوم قرار داد و امروز ۹۰۰۰ تومان از صندوق دوم برداشت و در صندوق اول گذاشت سپس دید که پول صندوق دوم ۲۰۰۰ تومان کم‌تر از پول صندوق اول است. قبل از این که مریم پول‌ها را جابه‌جا کند چقدر پول در صندوق اول وجود داشت؟

۱۵۰۰۰ (۴)

۲۰۰۰ (۳)

۱۸۰۰۰ (۲)

۱۶۰۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$y + 6000 - 9000$$

$$y - 3000 \quad \text{صندوق دوم}$$

$$x - 6000 + 9000$$

$$x + 3000 \quad \text{صندوق اول}$$

$$(x + 3000) - (y - 3000) = 2000 \rightarrow x + 3000 - y + 3000 = 2000$$

$$x - y + 6000 = 2000 \rightarrow x - y = 2000 - 6000 \rightarrow x - y = -4000$$

$$\begin{cases} x + y = 36000 \\ x - y = -4000 \end{cases}$$

$$2x = 32000$$

$$x = \frac{32000}{2} = 16000 \quad \text{صندوق اول}$$

۱۵۱. قرینه‌ی نقطه $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$ نسبت به نقطه $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۳)

$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ به اندازه اختلاف طول‌های روی محور x و به اندازه اختلاف عرض‌ها روی محور y عقب می‌بریم (از نقطه B)

$$x_A - x_B = 1$$

$$y_A - y_B = +2$$

۱۵۲. نمودار معادله $x^2 - y^2 - 2x + 2y = 0$ از کدام نقطه دو بار عبور می‌کند؟

$(2, 0)$ (۴)

$(0, 2)$ (۳)

$(1, 1)$ (۲)

$(-1, 1)$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ باید معادله خط را به شکل تجزیه دو چند جمله‌ای در آوریم:

$$x^2 - y^2 - 2x + 2y = 0 \Rightarrow (x - y)(x + y) - 2(x - y) = 0$$

$$(x - y)(x + y - 2) = 0$$

$$x - y = 0 \Rightarrow y = x$$

$$x + y - 2 = 0 \Rightarrow x + y = 2$$

محل تقاطع این دو خط، جواب این پرسش است!

$$\begin{aligned} y &= x \\ \rightarrow x + x &= 2 \Rightarrow x = 1 = y \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

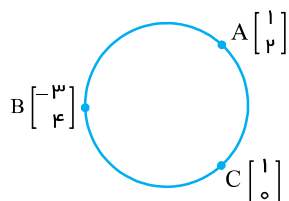
۱۵۳. نقاط $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ سه نقطه روی یک دایره‌اند. مختصات مرکز دایره کدام است؟

$(-2, 1)$ (۱)

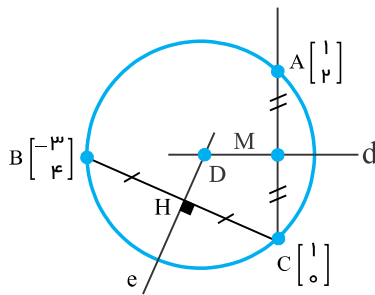
$(-1, 2)$ (۲)

$(2, -1)$ (۳)

$(1, -2)$ (۴)



پاسخ: گزینه ۱ باز هم یک نکته از هندسه: عمودمنصف هر وتر از مرکز دایره می‌گذرد؛ پس کافی است تا دو عمودمنصف به‌دست آوریم و محل تقاطع آن‌ها، مختصات مرکز دایره است!



با این تذکر که نقطه A و C در یک راستای عمودی اند (طول برابر دارند) ابتدا عمودمنصف AC :

$$M: y_M = \frac{3 + (-1)}{2} = 1 \Rightarrow y = 1$$

حالا باید عمودمنصف BC را حساب کنیم:

$$m_{BC} = \frac{1 - (-3)}{-1 - 3} = \frac{4}{-4} = -1 \Rightarrow m_e = 1$$

$$H: x = \frac{-3 + 1}{2} = -1$$

$$y = \frac{+4 + 0}{2} = +2 \Rightarrow H = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

عمودمنصف BC :

$$y - 2 = 1(x + 1) \Rightarrow y = x + 3$$

حالا محل تقاطع این دو خط را به دست می آوریم:

مرکز دایره:

$$\begin{cases} y = 1 \\ y = x + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow O = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

۱۵۴. حاصل ضرب طول و عرض نقطه ای روی خط $2y - x = 6$ که از دو محور مختصات به یک فاصله باشد، کدام است؟

۱۸ (۴)

-۳۶ (۳)

۴ (۲)

-۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ شاید در دید اول این سؤال برای این بخش نامناسب باشد. در قسمت قبل سؤالی شبیه به این سؤال را با فرمول فاصله دو نقطه حل کردیم. در اینجا چه؟ چون می خواهیم از دو محور به یک فاصله باشد، باید روی نیمساز اول و سوم یا دوم و چهارم باشد؛ پس سؤال از راه تقاطع دو خط هم قابل حل است: حالت اول:

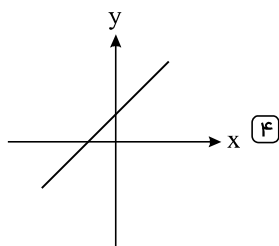
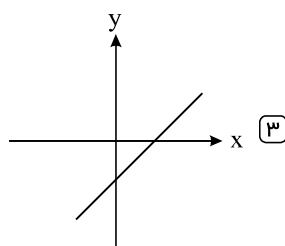
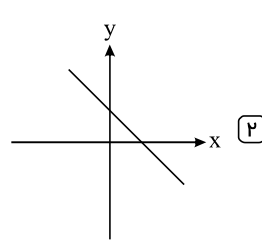
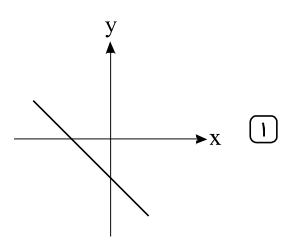
$$\begin{cases} y = x \\ 2y - x = 6 \end{cases} \Rightarrow 2x - x = 6 \Rightarrow x = 6 = y$$

$$\text{حاصل ضرب} = 6 \times 6 = 36$$

در گزینه ها نیست:

$$\begin{cases} y = -x \\ 2y - x = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2, y = 2 \\ xy = 2 \times (-2) = -4 \end{cases}$$

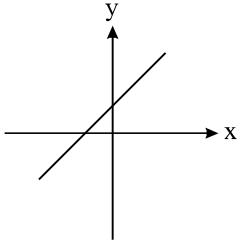
۱۵۵. اگر a, b و c اعداد حقیقی و غیر صفر باشند، نمودار خط $a^1 x - b^1 y + c^1 = 0$ شبیه کدام یک از گزینه ها است؟



پاسخ: گزینه ۴ معادله خط را به صورت استاندارد می نویسیم:

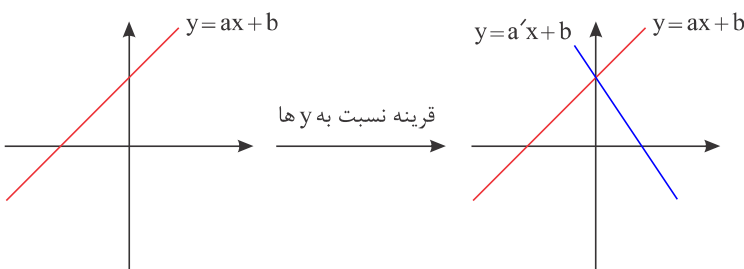
$$a^1 x - b^1 y + c^1 = 0 \rightarrow -b^1 y = -a^1 x - c^1 \rightarrow y = \frac{a^1}{b^1} x + \frac{c^1}{b^1}$$

شیب خط $\frac{a}{b}$ است که مثبت و عرض از مبدأ آن نیز $(\frac{c}{b})$ مثبت است پس نمودار تقریباً به صورت زیر است:



۱۵۶. اگر قرینه خط $y = ax + b$ را نسبت به محور عرض‌ها رسم کنیم، شیب و عرض از مبدأ آن چه تغییری می‌کند؟ ($a, b \neq 0$)

- ۱) شیب و عرض از مبدأ، هر دو ثابت می‌مانند. ۲) شیب و عرض از مبدأ، هر دو قرینه می‌شوند.
۳) شیب ثابت می‌ماند و عرض از مبدأ قرینه می‌شود. ۴) شیب قرینه می‌شود و عرض از مبدأ ثابت می‌ماند.
پاسخ: گزینه ۴ اگر خطی را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم، شیب خط قرینه و عرض از مبدأ آن ثابت می‌ماند، به نمودار زیر توجه کنید.



۱۵۷. معادله خطی که از محل برخورد دو خط $y - x = 1$ و $y + x = 7$ بگذرد و عرض از مبدأ آن -5 باشد، کدام است؟

- ۱) $y = -3x - 5$ ۲) $y = -3x + 5$ ۳) $y = 3x + 5$ ۴) $y = 3x - 5$

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا مختصات محل برخورد دو خط $y - x = 1$ و $y + x = 7$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} y + x = 7 \\ y - x = 1 \end{cases} \Rightarrow y + x = 7 \xrightarrow{y=4} 4 + x = 7 \Rightarrow x = 3$$

$$2y = 8 \rightarrow y = 4$$

پس مختصات محل برخورد این دو خط $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ است.

عرض از مبدأ این خط -5 است، یعنی این خط از نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ -5 \end{bmatrix}$ نیز می‌گذرد. حال شیب خط را از این دو نقطه به دست می‌آوریم:

$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-5)}{3 - 0} = \frac{9}{3} = 3$$

حال معادله خط را با شیب ۳ و عرض از مبدأ -5 می‌نویسیم.

$$y = 3x - 5$$

۱۵۸. اگر عرض از مبدأ خط $3x - 2my + 3 = (m - 2)x + y$ برابر -3 باشد، مقدار m چقدر است؟

- ۱) -1 ۲) 1 ۳) 4 ۴) -4

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا معادله خط را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$3x - 2my + 3 = (m - 2)x + y$$

$$-2my - y = (m - 2)x - 3x - 3$$

$$\Rightarrow y(-2m - 1) = (m - 2 - 3)x - 3$$

$$\Rightarrow y(-2m - 1) = (m - 5)x - 3$$

$$\Rightarrow y = \frac{(m - 5)}{(-2m - 1)}x - \frac{3}{(-2m - 1)} \Rightarrow y = \frac{m - 5}{(-2m - 1)}x + \frac{3}{2m + 1}$$

عرض از مبدأ این خط به صورت $\frac{3}{2m+1}$ که مقدار آن برابر ۳- است.
در نتیجه:

$$\frac{3}{2m+1} = -3 \Rightarrow 3 = -3(2m+1)$$

$$\Rightarrow 3 = -6m - 3 \Rightarrow +6m = -6 \Rightarrow m = -1$$

۱۵۹. اگر $ax + by = c$ معادله‌ی خطی باشد که این خط از ناحیه‌ی ۳ عبور نکند و $|a| = 2$ و $|b| = 5$ و $|c| = 8$ باشد، کدام گزینه معادله‌ی خط d است؟

۲) $2x + 5y = -8$

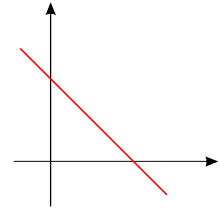
۳) $-2x - 5y = -8$

۲) $-2x + 5y = -8$

۱) $2x - 5y = -8$

پاسخ: گزینه ۳ شیب و عرض از مبدأ را به دست می‌آوریم.

$$ax + by = c \rightarrow by = -ax + c \rightarrow y = \frac{-a}{b}x + \frac{c}{b}$$



چون خط از ناحیه‌ی سوم عبور نمی‌کند، پس شکل کلی آن به صورت مقابل است:
شیب این خط منفی و عرض از مبدأ آن مثبت است.

$$\frac{-a}{b} < 0, \frac{c}{b} > 0 \rightarrow \frac{a}{b} > 0, \frac{c}{b} > 0 \rightarrow$$

پس داریم: a و b و c هم علامت‌اند. $\frac{a}{b} > 0, \frac{c}{b} > 0 \rightarrow$ یا به ترتیب ۲ و ۵ و ۸ و یا به ترتیب ۲ و ۵ و -۸ هستند. در هر دو حالت معادله‌ی خط را می‌نویسیم.

$$a = 2, b = 5, c = 8 \rightarrow 2x + 5y = 8$$

$$a = -2, b = -5, c = -8 \rightarrow -2x - 5y = -8$$

برابر گزینه‌ی (۳) است.

۱۶۰. مقدار m را طوری تعیین کنید که نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 5m+2 \\ 2m+5 \end{bmatrix}$ روی نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم باشد.

۲) ۲

۳) -۲

۲) ۱

۱) -۱

پاسخ: گزینه ۲ نکته: هر نقطه‌ای که روی نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم قرار داشته باشد طول و عرضش برابرند.

$$5m + 2 = 2m + 5 \quad 5m - 2m = -2 + 5 \quad 3m = 3 \rightarrow \boxed{m = 1}$$

۱۶۱. چهار خط زیر در یک دستگاه مختصات رسم شده‌اند، کدام دو خط همدیگر را قطع نمی‌کنند؟

$A: 12x - 6y = 7$

$B: y = 2$

$C: y = 12x - 6$

$D: y = 2x + 5$

۴) D و B

۳) D و A

۲) C و A

۱) A و B

پاسخ: گزینه ۳

شیب $a = 2 \rightarrow D: y = 2x + 5$ معادله‌ی خط استاندارد

شیب $a = -\frac{12}{-6} = 2 \rightarrow A: 12x - 6y = 7$ معادله‌ی خط غیراستاندارد

دو خط A و D شیب مساوی دارند پس دو خط موازی‌اند و همدیگر را قطع نمی‌کنند.

۱۶۲. دو خط $y = 2x + 2$ و $2x - 3y = -10$ در کدام نقطه همدیگر را قطع می‌کنند؟

۴) $\begin{bmatrix} +4 \\ -1 \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} -4 \\ +1 \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

۱) $\begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$

پاسخ: گزینه ۲

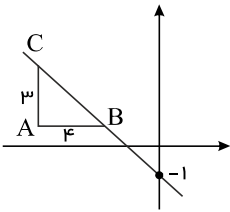
$$\begin{cases} 2x - 3y = -10 \\ y = 2x + 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{مرتبه می‌کنیم}} \begin{cases} 2x - 3y = -10 \\ -2x + 1y = +2 \end{cases}$$

$$\frac{-2y = -8}{y = \frac{-8}{-2} = +4}$$

$$y = 4$$

$$2x - 3y = -10 \rightarrow 2x - 3(4) = -10 \rightarrow 2x - 12 = -10 \rightarrow 2x = -10 + 12$$

$$\rightarrow 2x = +2 \rightarrow x = 1 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$



۱۶۳. باتوجه به شکل مقابل، معادلهی خط d کدام است؟ ($\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 3$)

$$y = \frac{-4}{3}x - 1 \quad (2)$$

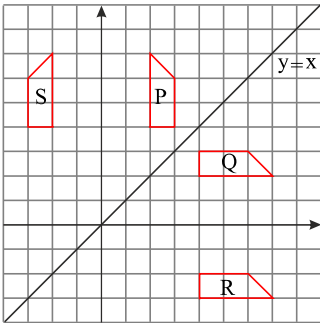
$$3y = 4x - 1 \quad (1)$$

$$y = \frac{4}{3}x - 2 \quad (4)$$

$$y = \frac{-3}{4}x - 1 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳ شیب خط d با استفاده از مثلث ABC برابر است با: $\frac{-AC}{AB} = \frac{-3}{4}$ ، عرض از مبدأ d نیز برابر -1 است. پس معادلهی خط d برابر است با:

$$y = \frac{-3}{4}x - 1$$



۱۶۴. در نمودار مقابل دو وضعیت وجود دارد. در کدام حالت دو شکل نسبت به خط $y = x$ قرینه هستند؟

(1) Q و P

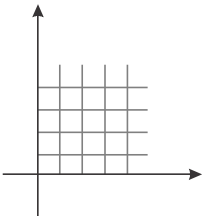
(2) S و P

(3) S و R

(4) R و Q

پاسخ: گزینه ۱ تنها گزینه‌ی ۱ می‌تواند پاسخ درست باشد شکل‌های S و P هر دو در یک سمت خط $y = x$ قرار دارند پس نمی‌توانند قرینه‌ی هم باشند به همین دلیل گزینه‌ی ۴ نیز رد می‌شود.

۱۶۵. شخصی می‌خواهد از مبدأ مختصات با حرکت روی خطوط، خود را به خط $x + y = 4$ برساند. به چند روش می‌تواند این کار را انجام دهد، به شرطی که از چهار واحد بیشتر حرکت نکند؟



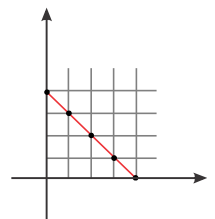
$$12 \quad (2)$$

$$20 \quad (4)$$

$$8 \quad (1)$$

$$16 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳



یک واحد افقی، ۳ واحد عمودی $\leftarrow$ حالت ۴

دو واحد افقی، ۲ واحد عمودی $\leftarrow$ حالت ۶

سه واحد افقی، ۱ واحد عمودی $\leftarrow$ حالت ۴

۴ واحد افقی $\leftarrow$ حالت ۱

۴ واحد عمودی $\leftarrow$ حالت ۱

$$4 + 6 + 4 + 1 + 1 = 16$$

در مجموع ۱۶ حالت مختلف می‌شود.

۱۶۶. نقاط $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ ، $D = \begin{bmatrix} 4 \\ -8 \end{bmatrix}$ ، $E = \begin{bmatrix} -1 \\ +2 \end{bmatrix}$ ، $F = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$ ، $G = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $H = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ در صفحه

مفروضند. با این نقاط حداکثر چند پاره‌خط می‌توان رسم کرد که نیمساز ربع اول و سوم را قطع کند؟

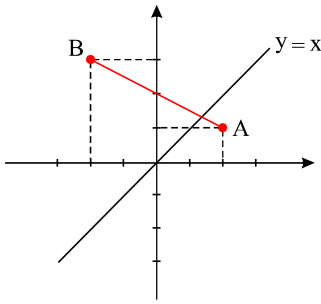
$$28 \quad (4)$$

$$18 \quad (3)$$

$$16 \quad (2)$$

$$15 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱



معادله خط نیمساز ربع اول و سوم $y = x$ می باشد. در نتیجه هر نقطه ای دلخواه مثل $A = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ که $b > a$ باشد، نقطه در سمت چپ خط و اگر $b < a$ باشد نقطه سمت راست خط قرار دارد و پاره خطی که این دو نقطه را به هم وصل کند نیمساز را قطع می کند مثلاً مطابق شکل دو نقطه $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ در دو طرف خط قرار دارند.

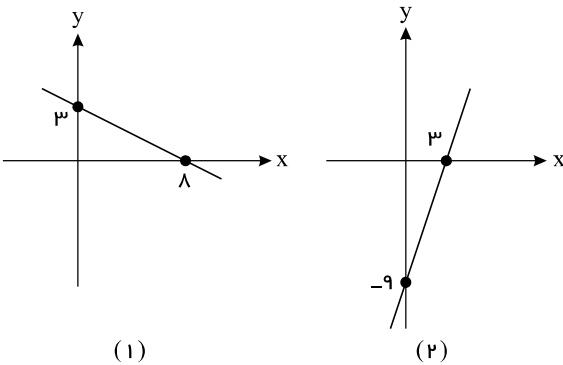
سمت راست خط: $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow b < a$

سمت چپ خط: $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow b > a$

از تمام این نقاط A, C, D, F سمت راست خط و نقاط B, E سمت چپ آن قرار می گیرند که از هر کدام از نقاط سمت راست که به چپ وصل کنیم خط نیمساز را قطع می کنند. یعنی:

پارمخت $3 \times 5 = 15$

۱۶۷. نمودار معادله خط $y = a^{-1}x - b^{-2}$ به یکی از دو صورت روبرو است. با انتخاب نمودار مناسب حاصل $(ab^2)^{-1}$ کدام است؟



۱۶ (۱)

۱۹ (۲)

۱۸ (۳)

۲۷ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ با توجه به معادله خط $y = a^{-1}x - b^{-2}$ و دقت به عرض از مبدأ این معادله یعنی $-b^{-2}$ داریم:

$$-b^{-2} = -\left(\frac{1}{b}\right)^2 \Rightarrow \text{عدد منفی است}$$

نتیجه می گیریم عرض از مبدأ مقداری منفی هست. پس نمودار مناسب نمودار (۲) است. و نقاط $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 0 \\ -9 \end{bmatrix}$ در معادله صدق می کند.

$$\text{شیب} = \frac{0 - (-9)}{3 - 0} = \frac{9}{3} = 3 \Rightarrow y = 3x - 9 \Rightarrow \begin{cases} a^{-1} = 3 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \\ b^{-2} = 9 \Rightarrow b^2 = \frac{1}{9} \end{cases} \Rightarrow ab^2 = \frac{1}{27} = (ab^2)^{-1} = 27$$

۱۶۸. نقطه A به طول -7 روی محور طول هاست. به مرکز A دایره ای رسم می کنیم که محور را در دو نقطه قطع کند. اگر طول یکی از این دو نقطه $+1$ باشد، طول نقطه دیگر چند است؟

-۱۵ (۴)

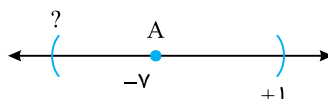
-۱۲ (۳)

-۱۱ (۲)

-۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

فاصله A تا $+1$ برابر ۸ واحد است؛ پس ۸ واحد قبل از A نقطه دیگر است:



$$-7 - 8 = -15$$

۱۶۹. اگر سه خط به معادله $x - 3y = -1$, $2x + y = 5$ و $mx + 4y = 2$ همدیگر را در یک نقطه قطع کنند، مقدار m برابر است با:

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

پاسخ: گزینه ۴ نقطه تقاطع دو خط اول را بدست می آوریم:

$$\begin{cases} x - 3y = -1 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \xrightarrow{\times 3} \begin{cases} x - 3y = -1 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases} \xrightarrow{+} 7x = 14$$

$$\Rightarrow x = 2 \xrightarrow{x-3y=-1} 2 - 3y = -1 \rightarrow y = 1 \rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ را در معادله خط $mx + 4y = 2$ جایگذاری می کنیم:

$$m \times 2 + 4 \times (1) = 2 \rightarrow 2m = -2 \rightarrow m = -1$$

۱۷۰. معادله خطی که از محل تلاقی دو خط $y = 3x - 1$ و $y + x - 4 = 0$ و از مبدأ مختصات می گذرد کدام است؟

۱) $y = \frac{-11}{5}x$

۲) $y = \frac{5}{11}x$

۳) $y = \frac{-5}{11}x$

۴) $y = \frac{11}{5}x$

پاسخ: گزینه ۴ برای به دست آوردن محل تلاقی دو خط، معادله دو خط را برابر هم قرار می دهیم:

$$y + x - 4 = 0 \rightarrow y = -x + 4$$

$$y - 3x + 1 = 0 \rightarrow y = 3x - 1$$

$$x + 3x = 1 + 4 \quad 4x = 5 \quad x = \frac{5}{4}$$

$$y + \frac{5}{4} - 4 = 0 \quad y = \frac{11}{4}$$

$$\text{طول نقطه تلاقی } \left(x = \frac{5}{4}, y = \frac{11}{4} \right) \text{ را در یکی از معادلات خط قرار می دهیم تا عرض نقطه تلاقی به دست آید:}$$

$$\text{شیب} = \frac{\frac{11}{4} - 0}{\frac{5}{4} - 0} = \frac{11}{5}$$

$$y = ax + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}} 0 = \frac{11}{5}(0) + b \rightarrow b = 0$$

$$y = \frac{11}{5}x$$

۱۷۱. معادله خطی که از نقطه $A = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ بگذرد و بر خط $y = -2$ عمود باشد، کدام است؟

۱) $x = 3$

۲) $x = -3$

۳) $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

۴) $y = -2x + 4$

پاسخ: گزینه ۱ نکته: خطوط $x = a$ و $y = b$ همیشه بر هم عمودند.

تنها گزینه ۱ و ۲ می توانند بر $y = -2$ عمود باشند.

و چون خط از $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ می گذرد، پس $x = 3$ جواب سؤال است.

۱۷۲. خط d از نقطه های A و B می گذرد و با خط $9x + 6y = 7$ موازی است. اگر بخواهیم در صفحه مختصات از نقطه A به B برسیم باید m واحد

به سمت راست و n واحد به سمت بالا برویم. اگر m و n عدد اول باشند، آنگاه $m + n$ برابر است با:

۱) ۵

۲) ۷

۳) ۸

۴) ۹

پاسخ: گزینه ۱ مختصات نقطه $A = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ و مختصات نقطه $B = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$ در نظر می گیریم، چون خط گذرنده از نقطه A و B با خط $9x + 6y = 7$ موازی است، پس

دارای شیب های برابر هستند.

$$6y = 9x + 7 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{7}{6}$$

پس شیب خط برابر $\frac{3}{2}$ است، پس:

$$B \text{ و } A \text{ از شیب خط گذرنده} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3}{2}$$

حال اگر در صفحه مختصات از A به B برویم یعنی بردار $\overrightarrow{AB}$ را طی کرده‌ایم:
مختصات ابتدای بردار (A) - مختصات انتهای بردار (B) = طول بردار $\overrightarrow{AB}$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{bmatrix}$$

چون m و n اعدادی اول هستند، پس:

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow m + n = 2 + 3 = 5$$

$$۱۷۳. \text{ مقدار } \frac{m}{n} \text{ در دستگاه} \begin{cases} 2(n+3) + 3(m-1) = 0 \\ 3n + m = 6 \end{cases} \text{ کدام است؟}$$

۵ (۴)

+۱ (۳)

$\frac{1}{5}$ (۲)

-۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$2(n+3) + 3(m-1) = 0 \rightarrow 2n + 6 + 3m - 3 = 0$$

$$\rightarrow 2n + 3m + 3 = 0 \rightarrow 2n + 3m = -3$$

$$-3 \times \begin{cases} 2n + 3m = -3 \\ 3n + 1m = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2n + 3m = -3 \\ -9n - 3m = -18 \end{cases}$$

$$-7n = -21$$

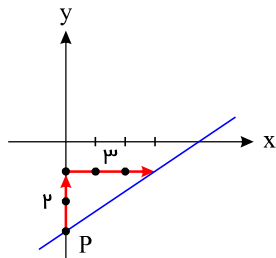
$$n = \frac{-21}{-7} = +3$$

$$n = 3$$

$$3n + 1m = 6 \rightarrow (3) + 1m = 6 \rightarrow 9 + 1m = 6$$

$$1m = 6 - 9 \rightarrow 1m = -3 \rightarrow m = \frac{-3}{+1} = -3$$

$$m = -3 \rightarrow \frac{m}{n} = \frac{-3}{+3} = -1$$



۱۷۴. معادله‌ی خط مقابل کدام است؟

$y = 3x - 3$ (۲)

$y = 2x - 3$ (۱)

$y = \frac{2}{3}x - 3$ (۴)

$y = -\frac{2}{3}x - 3$ (۳)

پاسخ: گزینه ۴ دو نقطه از خط یعنی $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$ را داریم.

از رابطه‌ی $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \text{شیب خط}$ ، شیب را می‌یابیم، داریم:

$$\text{شیب خط} = \frac{-1 - (-3)}{3 - 0} = \frac{-1 + 3}{3} = \frac{2}{3}$$

عرض از مبدأ خط برابر -3 است. پس معادله‌ی خط برابر است با:

$$y = \frac{2}{3}x - 3$$

۱۷۵. از نقطه‌ی برخورد دو خط $x = 2y$ و $x - y = -2$ خطی موازی محور طول‌ها رسم می‌کنیم. عرض از مبدأ این خط کدام است؟

-۱ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ نقطه‌ی برخورد دو خط را می‌یابیم. سپس چون از آن نقطه قرار است خطی موازی محور طول رسم شود، بنابراین عرض نقطه‌ی به دست آمده، عرض از مبدأ خط است.

$$\begin{cases} x = 2y \\ x - y = -2 \end{cases} \Rightarrow 2y - y = -2 \Rightarrow y = -2$$

۱۷۶. به جای n کدام گزینه را قرار دهیم، تا دستگاه معادلات جواب نداشته باشد؟

$$\begin{cases} 2x - (n+1)y = 4 \\ y = \frac{4}{n}x - 5 \end{cases}$$

۲ (۴)

$-\frac{2}{3}$ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ نکته: برای اینکه یک دستگاه معادلات جواب نداشته باشد، باید شیب خط معادله‌ی اول با شیب خط معادله‌ی دوم برابر باشد.

$$d: 2x - (n+1)y = 4 \rightarrow -(n+1)y = -2x + 4 \xrightarrow{\div [-(n+1)]}$$

$$y = \frac{-2}{-(n+1)}x + \frac{4}{-(n+1)} \rightarrow \text{شیب خط} = \frac{2}{n+1}$$

$$d': y = \frac{4}{n}x - 5 \rightarrow \text{شیب خط} = \frac{4}{n}$$

شیب‌های دو خط را برابر هم قرار می‌دهیم:

$$\frac{4}{n} = \frac{2}{n+1} \rightarrow 4n + 4 = 2n \rightarrow 4n - 2n = -4 \rightarrow 2n = -4 \rightarrow n = -2$$

۱۷۷. مساحت شکلی که از برخورد سه خط $y = 2x$ و $x = -3$ و $y = 0$ به دست می‌آید، کدام است؟

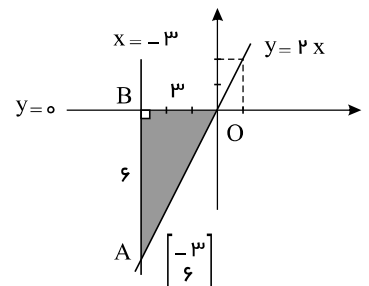
۱۱ (۴)

۱۴ (۳)

۹ (۲)

۱۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ جواب: سه خط را رسم می‌کنیم:



$$\left. \begin{matrix} AB = 6 \\ BO = 3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow S_{\triangle AOB} = \frac{6 \times 3}{2} = 9$$

۱۷۸. مقدار m چقدر باشد تا خط $3my = (3m - 5)x + m$ موازی محور طول‌ها باشد؟

۲ (۴)

۰ (۳)

$\frac{5}{3}$ (۲)

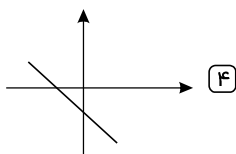
$\frac{2}{3}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ نکته: خطی که موازی محور طول‌ها باشد، دارای شیب صفر است.

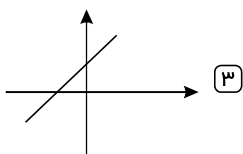
کافی است شیب خط را به دست آوریم و صورت آن را صفر قرار دهیم تا مقدار m به دست آید.

$$3my = (3m - 5)x + m \xrightarrow{\div (3m)} y = \left(\frac{3m - 5}{3m} \right)x + \frac{m}{3m} \rightarrow 3m - 5 = 0 \rightarrow m = \frac{5}{3}$$

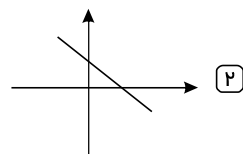
۱۷۹. اگر a, b و c سه عدد حقیقی باشند، نمودار خط $a^2x + b^2y = c^2$ کدام یک از گزینه‌های زیر است؟



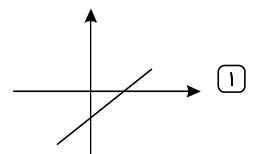
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

پاسخ: گزینه ۲ هر عدد به توان (۲) نمی‌تواند منفی باشد. پس شیب منفی و عرض از مبدأ مثبت است:

$$\text{عدد منفی} = -\frac{a^2}{b^2} = \frac{\text{ضریب } -x}{\text{ضریب } y}$$

$$\text{عدد مثبت} = \frac{c^2}{b^2} = \frac{\text{عدد ثابت}}{\text{ضریب } y} \text{ عرض از مبدأ}$$

فقط در گزینه‌ی ۲ است که شیب منفی و عرض از مبدأ مثبت است.

۱۸۰. معادله‌ی خطی که از محل برخورد دو خط $3y - 6x = 3$ و $2y = -2x + 14$ بگذرد و عرض از مبدأ آن -۳ باشد، کدام است؟

$y = 4x - 3$ (۴)

$y = x - 3$ (۳)

$2y - 3x = -6$ (۲)

$y = 2x - 3$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا محل برخورد دو خط را می‌یابیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} 3y - 6x = 3 \rightarrow 3y - \cancel{6x} = 3 \\ 2y + 2x = 14 \xrightarrow{\times 3} 6y + \cancel{6x} = 42 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{جمع می‌کنیم}} 9y = 45 \rightarrow y = 5 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} 10 + 2x = 14$$

$$\rightarrow 2x = 4 \rightarrow x = 2$$

پس این خط از نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ می‌گذرد. چون عرض از مبدأ آن -3 است، شکل کلی خط به صورت $y = mx - 3$ است. حال به جای x عدد 2 و به جای y عدد 5 می‌گذاریم و m را می‌یابیم.

$$5 = 2m - 3 \rightarrow 8 = 2m \rightarrow m = 4 \Rightarrow \text{معادله‌ی خط: } y = 4x - 3$$

۱۸۱. اگر خطوط زیر معادله‌های خطوط ۴ جاده باشند، یک اتومبیل بر روی کدام یک، از پایین به بالا آسان‌تر حرکت خواهد کرد؟

$$y = x + 5 \quad \text{[۴]}$$

$$y = 2x + 7 \quad \text{[۳]}$$

$$y = 4x - 3 \quad \text{[۲]}$$

$$y = \frac{3}{5}x + 1 \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۱ یک اتومبیل وقتی از پایین به بالا آسان‌تر حرکت می‌کند که خط، شیب کمتری داشته باشد (صرف‌نظر از علامت) در بین خطوط داده شده شیب خط (۱) از همه کمتر است.

۱۸۲. در دستگاه زیر مقدار $x + y$ کدام است؟

$$\begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{5}{y} = 2 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 6 \end{cases}$$

$$\frac{-1}{12} \quad \text{[۴]}$$

$$7 \quad \text{[۳]}$$

$$-12 \quad \text{[۲]}$$

$$1 \quad \text{[۱]}$$

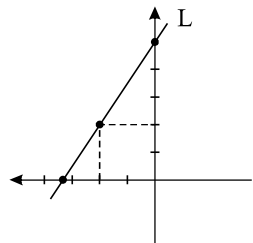
پاسخ: گزینه ۴ ابتدا دو معادله را در xy ضرب می‌کنیم تا مخرج‌ها از بین برود.

$$\begin{aligned} \times xy \quad \begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{5}{y} = 2 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 6 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} 6y + 5x = 2xy \\ 2y + 3x = 6xy \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6y + 5x = 2xy \\ -6y - 9x = -18xy \end{cases} \\ &\rightarrow -4x = -16xy \\ &\frac{-4x}{-16x} = y \rightarrow y = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$2y + 3x = 6xy \xrightarrow{y=\frac{1}{4}} 2\left(\frac{1}{4}\right) + 3x = 6x\left(\frac{1}{4}\right) \rightarrow \frac{1}{2} + 3x = \frac{3x}{2} \xrightarrow{\text{طرفین ضربدر ۲}} 1 + 6x = 3x$$

$$\rightarrow 3x = -1 \rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

$$x + y = \frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{12}$$



۱۸۳. در شکل مقابل معادله‌ی خط L کدام است؟

$$y = 3x + 5 \quad \text{[۱]}$$

$$y = 3x + 10 \quad \text{[۲]}$$

$$2y - 3x = 10 \quad \text{[۳]}$$

$$2y = 3x + 5 \quad \text{[۴]}$$

پاسخ: گزینه ۳ b یا عرض از مبدأ را از روی نمودار به دست می‌آوریم همانطور که می‌بینیم خط L در نقطه‌ی $y = 5$ محور عرض‌ها را قطع کرده است پس عرض از مبدأ یا b برابر با 5 می‌باشد.

$$A = \begin{bmatrix} -2 \\ +2 \end{bmatrix} \Rightarrow y = ax + b \Rightarrow +2 = a \times (-2) + 5 \Rightarrow +2 = -2a + 5$$

$$\Rightarrow +2 - 5 = -2a \Rightarrow -3 = -2a \Rightarrow a = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2} \rightarrow y = ax + b$$

$$\Rightarrow y = \frac{3}{2}x + 5 \xrightarrow{\times 2} 2y = 3x + 10 \Rightarrow 2y - 3x = 10$$

۱۸۴. از محل برخورد دو خط $x + y = 3$ و $x - y - 1 = 0$ خط d را موازی با محور عرض‌ها رسم کرده‌ایم، این خط از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

☐ ۱ $\begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$
☐ ۲ $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$
☐ ۳ $\begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$
☐ ۴ $\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$

پاسخ: گزینه ۱ با حل دستگاه نقطه‌ی برخورد دو خط را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} \rightarrow x = 2, y = 1$$

در می‌یابیم که $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ محل برخورد آن‌ها است.

حال معادله خطی که از $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ گذشته و با محور عرض‌ها موازی باشد را می‌نویسیم یعنی $x = 2$ و فقط در گزینه‌ی «۱» طول ۲ می‌باشد.

۱۸۵. مجموع ثلث یک عدد و ربع عدد دیگر برابر با عدد یک می‌باشد. اگر اختلاف این دو عدد ۲ باشد، عدد کوچکتر کدام است؟

☐ ۱ $\frac{18}{7}$
☐ ۲ $\frac{7}{4}$
☐ ۳ $\frac{4}{7}$
☐ ۴ $\frac{7}{18}$

پاسخ: گزینه ۳

$$12 \times \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 12 \\ -4x + 4y = -8 \end{cases}$$

$$7y = 4 \rightarrow y = \frac{4}{7}$$

عدد کوچکتر $y = \frac{4}{7}$

$$x - y = 2 \Rightarrow x - \frac{4}{7} = 2 \rightarrow x = \frac{2}{1} + \frac{4}{7} = \frac{14 + 4}{7} = \frac{18}{7}$$

عدد بزرگتر $x = \frac{18}{7}$

۱۸۶. نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 14 \\ -6 \end{bmatrix}$ را هفت بار متوالی با بردار $\vec{m}$ انتقال دادیم و به نقطه‌ی $B = \begin{bmatrix} -14 \\ 1 \end{bmatrix}$ رسیدیم. مختصات $\vec{m}$ کدام است؟

☐ ۱ $\begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix}$
☐ ۲ $\begin{bmatrix} -28 \\ 71 \end{bmatrix}$
☐ ۳ $\begin{bmatrix} 84 \\ -41 \end{bmatrix}$
☐ ۴ $\begin{bmatrix} 0 \\ -5 \end{bmatrix}$

پاسخ: گزینه ۱

$$A + 7\vec{m} = B$$

$$\begin{bmatrix} 14 \\ -6 \end{bmatrix} + 7m = \begin{bmatrix} -14 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow 7m = \begin{bmatrix} -28 \\ 7 \end{bmatrix}$$

۱۸۷. بردارهای $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ می‌دانیم $\vec{a} = 2i - 3j$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $\vec{c} = 2\vec{a} - 4\vec{b}$ از نقطه‌ی $K = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$ بردار $\vec{KL}$ را مساوی

C رسم می‌کنیم. مجموع طول و عرض نقطه‌ی L کدام است؟

☐ ۱ -24
☐ ۲ -22
☐ ۳ -20
☐ ۴ 20

پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{matrix} a = 2i - 3j = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \\ b = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \end{matrix} \right\} \Rightarrow C = 2a - 4b = 2 \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -22 \end{bmatrix}$$

$$\vec{KL} = \vec{C} = \begin{bmatrix} 0 \\ -22 \end{bmatrix} \Rightarrow L - \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -22 \end{bmatrix} \Rightarrow L = \begin{bmatrix} 0 \\ -22 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -20 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow -4 + (-20) = -24$$

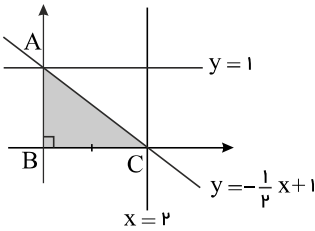
۱۸۸. سه خط به معادله‌های $y = ax + b$, $y = cx + d$ و $y = ex + f$ تشکیل یک مثلث به مساحت ۱ واحد می‌دهند. مساحت مثلثی که از سه خط

به معادله‌ی $y = ax + 2b$, $y = cx + 2d$ و $y = ex + 2f$ به دست می‌آید کدام است؟

☐ ۱ واحد
☐ ۲ واحد
☐ ۳ واحد
☐ ۴ واحد
☐ ۶ واحد

پاسخ: گزینه ۳ فرض می‌کنیم خط اول یعنی $y = ax + b$ به صورت $y = 1$ باشد. همچنین خط دوم یعنی $y = cx + d$ به صورت $x = 2$ باشد. همچنین خط سوم یعنی

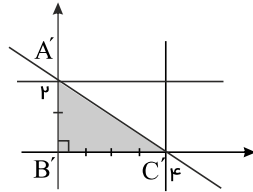
$y = ex + f$ به صورت $y = \frac{-1}{2}x + 1$ باشد. بنابراین مطابق شکل، از برخورد آن‌ها با مثلث ABC به مساحت ۱ واحد ایجاد می‌شود.



حال در حالت جدید، خط اول به صورت $y = 2$ ، خط دوم به صورت $x = 4$ و خط سوم به صورت $y = -\frac{1}{2}x + 2$ در می‌آیند. این سه خط را رسم می‌کنیم.

مساحت مثلث $A'B'C'$ برابر $4 = \frac{4 \times 2}{2}$ می‌شود.

پس طبق این مثال مساحت مثلث جدید ۴ واحد می‌شود.



۱۸۹. اگر یک سر قطعه‌ی خطی روی محور x ‌ها و سر دیگر آن، روی محور y ‌ها باشد و فرض کنیم نقطه‌ی $\left[\begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \end{smallmatrix}\right]$ وسط این قطعه خط قرار داشته باشد،

معادله‌ی چنین خطی کدام است؟

- ۱) $3x + 2y - 12 = 0$ ۲) $3x - 2y - 12 = 0$ ۳) $2x - 3y - 12 = 0$ ۴) $3x + 2y + 12 = 0$

پاسخ: گزینه ۱ کافی است نقطه‌ی $\left[\begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \end{smallmatrix}\right]$ را در معادلات خط هر گزینه جایگذاری کنیم. در هر کدام که صدق کرد، آن خط، معادله‌ی خط مورد نظر است.

نقطه صدق کرد. $3x + 2y - 12 = 0 \xrightarrow{x=2, y=3} (3 \times 2) + (2 \times 3) - 12 = 6 + 6 - 12 = 0$

نقطه صدق نکرد. $3x - 2y - 12 = 0 \xrightarrow{x=2, y=3} (3 \times 2) - (2 \times 3) - 12 = 6 - 6 - 12 = -12 \neq 0$

نقطه صدق نکرد. $2x - 3y - 12 = 0 \xrightarrow{x=2, y=3} (2 \times 2) - (3 \times 3) - 12 = 4 - 9 - 12 = -17 \neq 0$

نقطه صدق نکرد. $3x + 2y + 12 = 0 \xrightarrow{x=2, y=3} (3 \times 2) + (2 \times 3) + 12 = 6 + 6 + 12 = 24 \neq 0$

۱۹۰. نقاط $A = (6, 7)$ ، $B = (7, 6)$ ، $C = (-6, -7)$ ، $D = (7, -7)$ و $E = (7, -6)$ را روی صفحه‌ی مختصات مشخص کرده‌ایم. کدام یک

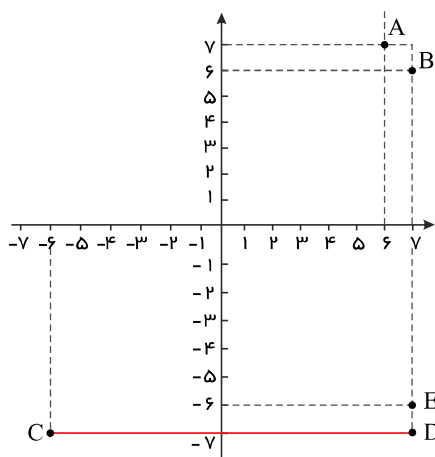
از پاره‌خط‌های زیر موازی محور x است؟

- ۱) $\overline{AD}$ ۲) $\overline{BE}$ ۳) $\overline{BC}$ ۴) $\overline{CD}$

پاسخ: گزینه ۴ (راه اول) خطی موازی محور x است که افقی باشد. پس باید نقاطی را بیابیم که مختصات y آن‌ها یکسان باشد. این نقاط C و D هستند.

راه دوم) رسم شکل

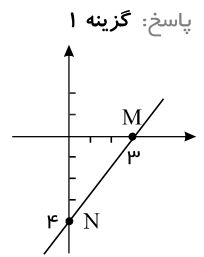
که همان طور که در شکل مشاهده می‌شود، پاره‌خط CD موازی محور x است.



۱۹۱. هرگاه خط به معادله‌ی $y = \frac{4}{3}x - 4$ محورهای مختصات را در نقاط M و N قطع کند، محیط $\triangle MON$ برابر با کدام گزینه است؟

- ۱) ۱۲ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۵

x	۰	۳
y	-۴	۰
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۰ \\ -۴ \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۳ \\ ۰ \end{bmatrix}$



$$y = \frac{4}{3}x - 4 \quad MN^2 = 3^2 + 4^2$$

$$MN^2 = 9 + 16 = 25 \quad MN = \sqrt{25} = 5$$

$$\text{محیط} = 5 + 4 + 3 = 12$$

۱۹۲. در یک آزمون ریاضی، ۳۰ سؤال، طراحی شده است. هر پاسخ صحیح دارای ۴ امتیاز مثبت و هر پاسخ اشتباه دارای ۲ امتیاز منفی است و پرسش بدون پاسخ، امتیازی ندارد. نسیم در این آزمون، امتیاز ۴۶ را کسب کرده است. او حداکثر به چند پرسش پاسخ داده است؟

۲۸ (۴)

۲۰ (۳)

۱۷ (۲)

۱۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ برای هر سؤال ۳ حالت داریم:

پاسخ درست x

پاسخ نادرست y

بدون پاسخ z

$$\Rightarrow x + y + z = 30$$

هر پاسخ ۴+ و هر پاسخ نادرست ۲- امتیاز در این صورت:

$$4x - 2y = 46$$

با توجه به گزینه‌ها می‌بینیم بزرگترین عدد ۲۸ است. پس فرض می‌کنیم:

$$\times 2 \begin{cases} x + y = 30 \\ 4x - 2y = 46 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 60 \\ 4x - 2y = 46 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 60 \\ 6x = 106 \rightarrow x = \frac{106}{6} = 17 \rightarrow y = 11 \end{cases}$$

سایر گزینه‌ها اگر در شرایط معادله صدق هم کند حداکثر نیست پس پاسخ گزینه ۴ است.

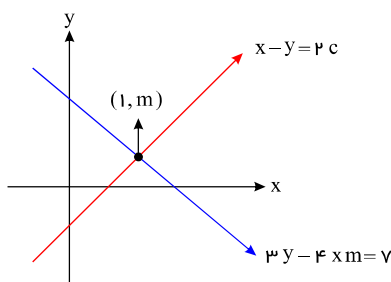
۱۹۳. باتوجه به اطلاعات شکل روبه‌رو، عرض از مبدأ خط (۲) کدام است؟

۴ (۱)

-۲ (۲)

-۴ (۳)

-۸ (۴)



پاسخ: گزینه ۴ نقطه $(1, m)$ مماس برخورد خط‌های (۱) و (۲) است و در معادله هر دو خط صدق می‌کند.

$$\text{نقطه } (1, m) \text{ در معادله صدق می‌کند.} \quad (1) \quad 3y - 4xm = 7 \rightarrow 3m - 4m = 7 \rightarrow -m = 7 \Rightarrow m = -7$$

$$\text{نقطه } (1, -7) \text{ در معادله صدق می‌کند.} \quad (2) \quad x - y = 2c \rightarrow 1 - (-7) = 2c \Rightarrow 2c = 8 \Rightarrow c = 4$$

$$y = x - 8$$

در نتیجه معادله خط (۲) برابر است با:

۱۹۴. خطوط به معادله $y - mx + 3m - 5 = 0$ به ازای همه مقادیر m از کدام نقطه عبور می‌کنند؟

چنین نقطه‌ای وجود ندارد. (۴)

$(-3, 5)$ (۳)

$(-3, -5)$ (۲)

$(3, 5)$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$y - mx + 3m - 5 = 0 \rightarrow (y - 5) - m(x - 3) = 0$$

اگر عبارت‌های داخل پرانتز برابر با صفر شوند، تساوی برقرار است.

$$\begin{cases} y - 5 = 0 \rightarrow y = 5 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

(۳، ۵) همان نقطه‌ای که به ازای همه مقادیر m خط از آن عبور می‌کند.

۱۹۵. m را طوری بیابید که دو خط $2x + 3y = 6$ و $5x + (m - 2)y = 8$ روی محور y ها همدیگر را قطع کنند.

۱۲ (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) -۱۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ محور y ها خط $x = 0$ است ابتدا نقطه تقاطع آن را با $2x + 3y = 6$ بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x = 0 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases} \Rightarrow 2 \times 0 + 3y = 6 \rightarrow y = 2 \rightarrow (0, 2)$$

حالا نقطه بدست آمده را در $5x + (m - 2)y = 8$ جایگذاری می‌کنیم:

$$5 \times 0 + (m - 2) \times 2 = 8 \rightarrow 2m - 4 = 8 \rightarrow 2m = 12 \rightarrow m = 6$$

۱۹۶. m را چنان بیابید که دستگاه رو به رو جواب نداشته باشد:

$$\begin{cases} (m - 1)x + 6y + 7 = 0 \\ (m - 2)x + 3y + 2 = 0 \end{cases}$$

۱ (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ شرط آنکه دو خط $Ax + By + C = 0$ و $A'x + B'y + C' = 0$ با هم موازی باشند یا به عبارت دیگر دستگاه دیگر آنها جواب نداشته باشد:

$$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'}$$

$$\frac{m - 1}{m - 2} = \frac{6}{3} \neq \frac{7}{2} \rightarrow 6m - 12 = 3m - 3 \rightarrow 3m = 9 \rightarrow m = 3$$

۱۹۷. دو خط $5x + 3y = 10$ و $x - 6y = -20$ نسبت به هم چگونه‌اند؟

۱ (۱) بر هم عمودند. ۲ (۲) با یکدیگر متقاطع‌اند. ۳ (۳) با یکدیگر موازی‌اند. ۴ (۴) بر هم منطبق‌اند.

پاسخ: گزینه ۴ اگر دقت کنید رابطه $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$ بین دو خط برقرار است این یعنی دو خط بر هم منطبق‌اند:

$$\frac{10}{-20} = \frac{-6}{3} = \frac{-20}{10} = -2$$

۱۹۸. از بین خطوط زیر کدام خط‌ها بر یکدیگر عمود هستند؟

۱ (۱) $5x - 4y = 7$ ۲ (۲) $5x + 4y = 7$ ۳ (۳) $4x - 5y = 7$ ۴ (۴) $5y - 4x = 7$

۱ (۱) ۲، ۱ ۲ (۲) ۳، ۲ ۳ (۳) ۴، ۳ ۴ (۴) ۴، ۱

پاسخ: گزینه ۲ خط‌هایی که شیب آن‌ها قرینه و معکوس باشد بر هم عمودند.

$$\begin{aligned} ۱) 5x - 4y = 7 &\rightarrow -4y = -5x + 7 \rightarrow y = \frac{5}{4}x - \frac{7}{4} \\ ۲) 5x + 4y = 7 &\rightarrow 4y = -5x + 7 \rightarrow y = -\frac{5}{4}x + \frac{7}{4} \checkmark \\ ۳) 4x - 5y = 7 &\rightarrow -5y = -4x + 7 \rightarrow y = \frac{4}{5}x - \frac{7}{5} \checkmark \\ ۴) 5y - 4x = 7 &\rightarrow 5y = 4x + 7 \rightarrow y = \frac{4}{5}x + \frac{7}{5} \end{aligned}$$

۱۹۹. مقدار m چقدر باشد تا سه نقطه $\begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 9 \\ 11 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} m \\ m + 3 \end{bmatrix}$ در یک راستا باشد؟

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ اگر $A = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 9 \\ 11 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} m \\ m + 3 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه داریم:

$$\text{شیب } BC = \text{شیب } AB$$

زیرا نقاط در یک راستا هستند.

$$\frac{7 - 11}{4 - 9} = \frac{11 - (m + 3)}{9 - m} \rightarrow \frac{4}{5} = \frac{8 - m}{9 - m}$$

$$\rightarrow 36 - 4m = 10 - 5m \rightarrow m = 4$$

۲۰۰. روی کدام یک از خطوط هیچ نقطه‌ای با طول مثبت و عرض منفی وجود ندارد؟

(۴) $-3y - x = 7$

(۳) $-3y + x = 7$

(۲) $3y - x = 7$

(۱) $3y + x = 7$

پاسخ: گزینه ۲ در واقع سؤال می‌گوید کدام یک از خطوط از ناحیه چهارم نمی‌گذرد، برای اینکه خطی از ناحیه چهارم عبور نکند باید شیب و عرض از مبدأ آن مثبت باشد.

که تنها خطی که این شرایط را دارد خط $3y - x = 7$ است که شیب $+\frac{1}{3}$ و عرض از مبدأ $+\frac{7}{3}$.

۲۰۱. مختصات محل تقاطع دو خط $x = \frac{1}{5}y$ و $3y + 5x = 6$ کدام است؟

(۴) $\begin{bmatrix} \frac{3}{10} \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$

(۱) $\begin{bmatrix} -3 \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix}$

پاسخ: گزینه ۴ با استفاده از دستگاه معادله خط مختصات نقطه تقاطع دو خط را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 3y + 5x = 6 \\ x - \frac{1}{5}y = 0 \end{cases}$$

معادله خط دوم را در ۵ ضرب می‌کنیم:

$$+ \begin{cases} 3y + 5x = 6 \\ -x + y = 0 \end{cases}$$

$$4y = 6 \rightarrow y = \frac{3}{2}$$

$$\text{نقطه تقاطع} = \begin{bmatrix} \frac{3}{10} \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

۲۰۲. در تساوی مقابل، $a + b$ چند می‌شود؟

$$5^{a-3b-7} = 7^{2a-7b-15}$$

(۴) ۵

(۳) -۳

(۲) -۵

(۱) ۳

پاسخ: گزینه ۱ تنها در صورتی این تساوی $5^{a-3b-7} = 7^{2a-7b-15}$ برقرار است که توان آنها صفر باشد و حاصل هر دو ۱ شود، پس داریم:

$$\begin{cases} a - 3b - 7 = 0 \\ 2a - 7b - 15 = 0 \end{cases}$$

دستگاه بالا را حل می‌کنیم.

$$\begin{cases} a - 3b = 7 \\ 2a - 7b = 15 \end{cases} \times (-2) \begin{cases} -2a + 6b = -14 \\ 2a - 7b = 15 \end{cases}$$

$$-b = 1 \Rightarrow b = -1$$

$$2a - 7(-1) = 15 \rightarrow 2a = 8 \rightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow a + b = -1 + 4 = 3$$

۲۰۳. خطی داریم که از نقطه $\begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix}$ و محل برخورد دو خط $x = 2$ و $y = -3$ می‌گذرد. عرض از مبدأ این خط چند است؟

(۴) $\frac{5}{4}$

(۳) $-\frac{4}{5}$

(۲) $-\frac{5}{4}$

(۱) -۱

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا محل برخورد دو خط $x = 2$ و $y = -3$ را مشخص می‌کنیم که برابر $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ است. حال معادله خط گذرنده از دو نقطه $\begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ را

می‌نویسیم.

ابتدا شیب خط را به دست می‌آوریم:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5 - (-3)}{4 - 2} = \frac{-2}{2} = -1$$

حال با جایگذاری یکی از نقطه‌ها در رابطه $y = -x + b$ مقدار b را به دست می‌آوریم:

$$y = -x + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}} -3 = -2 + b \Rightarrow b = -1$$

عرض از مبدأ این خط برابر -۱ است.

۲۰۴. وزن یک گوی آبی از ۳ برابر وزن یک گوی قرمز، ۹ کیلوگرم کمتر است. اگر وزن ۴ گوی آبی و یک گوی قرمز روی هم ۱۶ کیلوگرم باشد، مجموع وزن یک گوی آبی و یک گوی قرمز چند کیلوگرم است؟

۱۲ (۴)

۷ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ وزن گوی آبی: x

وزن گوی قرمز: y

حال عبارت جبری مربوط به صورت سؤال را می نویسیم:

$$\times 4 \begin{cases} 3y - x = 9 \\ y + 4x = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12y - 4x = 36 \\ y + 4x = 16 \end{cases}$$

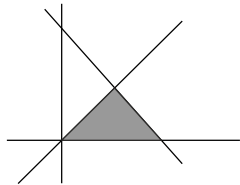
$$13y = 52 \Rightarrow y = 4$$

$$\Rightarrow y + 4x = 16 \xrightarrow{y=4} 4 + 4x = 16 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = 3$$

$$x + y = 4 + 3 = 7$$

۲۰۵. در شکل زیر ناحیه هاشورخورده، مرز مشترک بین خطوط $x = y$ و $y = -3x + 4$ و محور x ها می باشد. مساحت ناحیه هاشورخورده کدام

است؟



$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{10}}{4} \quad (4)$$

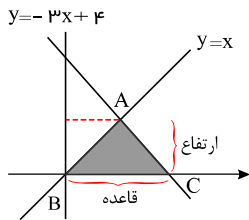
$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{4}{9} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

برای به دست آوردن مساحت قسمت هاشورخورده، نیاز به ارتفاع و قاعده این مثلث داریم. ارتفاع باتوجه به عرض نقطه A و قاعده آن اندازه طول نقطه C به دست می آید.

برای به دست آوردن نقطه A باید نقطه برخورد دو خط را به دست آوریم: از روش جایگزینی استفاده می کنیم:



$$\begin{cases} y = x, \\ y = -3x + 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{بمجاى } x, y \text{ را قرار مى دهيم}} \begin{cases} x = -3x + 4 \\ 4x = 4 \rightarrow x = 1 \\ y = x \rightarrow y = 1 \end{cases}$$

پس عرض A برابر ۱ که همان ارتفاع مثلث است.

برای به دست آوردن طول C، نقطه برخورد خط $y = -3x + 4$ را با محور طول ها به دست می آوریم، یعنی $y = 0$

$$y = -3x + 4 \xrightarrow{y=0} -3x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \frac{\frac{4}{3} \times 1}{2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

۲۰۶. کدام دستگاه بی شمار جواب دارد؟

$$\begin{cases} 2x - y = y \\ 3y - \frac{y}{3} = \frac{2}{3}x \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} 5 - 2y = 3x \\ 4y + 6x = 10 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} x - 2y = 4 \\ -\frac{1}{3}y = -\frac{1}{6}x + \frac{2}{5} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} 2y = 3 - 6x \\ \frac{y}{2} + 3x = 5 \end{cases} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳ دستگاه معادله های خطی زمانی بی شمار جواب دارد که دو خط بر هم منطبق باشند و زمانی دو خط بر هم منطبق هستند که شیب و عرض از مبدأشان برابر باشد.

بررسی گزینه ها:

گزینه ۱:

$$\begin{cases} 2y = 3 - 6x \Rightarrow 2y = -6x + 3 \Rightarrow y = -3x + \frac{3}{2} \\ \frac{y}{2} + 3x = 5 \Rightarrow \frac{y}{2} = -3x + 5 \Rightarrow y = -6x + 10 \end{cases}$$

شیب و عرض از مبدأ یکسان ندارند.

گزینه {11} ۲:

$$\begin{cases} x - 2y = 4 \Rightarrow -2y = -x + 4 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 2 \\ -\frac{1}{3}y = -\frac{1}{6}x + \frac{2}{5} \Rightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{8}{5} \end{cases}$$

دارای شیب یکسان ولی عرض از مبدأ متفاوت هستند.

گزینه ۳:

$$\begin{cases} 5 - 2y = 3x \Rightarrow -2y = 3x - 5 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2} \\ 4y + 6x = 10 \Rightarrow 4y = -6x + 10 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2} \end{cases}$$

دارای شیب و عرض از مبدأ یکسان هستند، پس دو خط بر هم منطبق و دستگاه معادله خط بی شمار جواب دارد.

گزینه ۴:

$$\begin{cases} 2x - 7 = y \Rightarrow y = 2x - 7 \\ 3y - \frac{7}{3} = \frac{2}{3}x \Rightarrow 3y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{9}x + \frac{7}{9} \end{cases}$$

دارای شیب و عرض از مبدأ متفاوت هستند.

۲۰۷. معادله خطی که از نقطه برخورد دو خط $y = x + 2$ و $y = 2x + 3$ بگذرد و با خط $2x - y = 0$ موازی باشد کدام است؟

$y - 2x = -1$ (۴)

$y - 2x = 3$ (۳)

$2y + x = 0$ (۲)

$y - x = 1$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا محل برخورد دو خط را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} y = x + 2 \\ y = 2x + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y - x = 2 \\ y - 2x = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -y + x = -2 \\ y - 2x = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} -x = 1 \Rightarrow x = -1 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow y - x = 2 \xrightarrow{x=-1} y - (-1) = 2 \Rightarrow y + 1 = 2 \Rightarrow y = 1$$

پس محل برخورد دو خط، نقطه $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ است.

حال شیب خط $2x - y = 0$ را به دست می آوریم (خطهای موازی شیبهای برابر دارند).

$2 =$ شیب خط

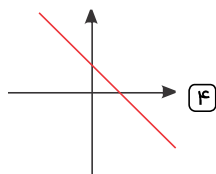
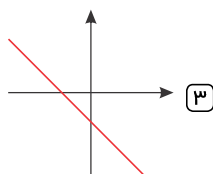
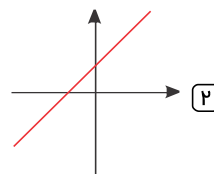
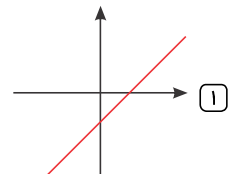
$$2x - y = 0 \Rightarrow -y = -2x \Rightarrow y = 2x$$

حال با جایگذاری نقطه $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ در معادله $y = 2x + b$ داریم:

$$y = 2x + b \Rightarrow 1 = 2 \times (-1) + b \Rightarrow 1 = -2 + b \Rightarrow b = 3$$

$$\Rightarrow \text{معادله خط } y = 2x + 3 \Rightarrow y - 2x = 3$$

۲۰۸. در معادله خط $ax - by = 10$ ، می دانیم که $ab > 0$ و $a + b < 0$ است. نمودار این خط شبیه کدام گزینه است؟



پاسخ: گزینه ۲ ابتدا معادله خط را به صورت استاندارد می نویسیم:

$$ax - by = 10 \Rightarrow -by = -ax + 10$$

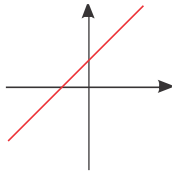
$$\Rightarrow y = \frac{-a}{-b}x + \frac{10}{-b} \Rightarrow y = \frac{a}{b}x - \frac{10}{b}$$

$ab > 0$ در این صورت a و b هم علامت اند (هر دو مثبت یا هر دو منفی هستند) و چون $a + b < 0$ در این صورت a و b هر دو منفی هستند.

حال باتوجه به معادله خط $y = \frac{a}{b}x - \frac{10}{b}$

شیب خط مثبت $\frac{a}{b} > 0 \Rightarrow$

عرض از مبدأ خط مثبت $\frac{-10}{b} > 0 \Rightarrow$



پس نمودار خط به صورت زیر خواهد بود.

۹۰۲. عرض از مبدأ خط گذرنده از دو نقطه $\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ کدام است؟

۴) $-\frac{19}{3}$

۳) $\frac{19}{3}$

۲) $\frac{11}{3}$

۱) $\frac{2}{3}$

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا معادله خط را به دست می آوریم. برای این کار به شیب خط نیاز داریم که به صورت زیر به دست می آید:

$$\text{شیب} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 3}{2 - (-1)} = \frac{2}{3}$$

فرم کلی معادله خط به صورت $y = ax + b$ است که a برابر با شیب خط است که همان $\frac{2}{3}$ است.

$$y = \frac{2}{3}x + b$$

یکی از نقاط را به دلخواه در $y = \frac{2}{3}x + b$ قرار می دهیم تا b به دست آید:

$$y = \frac{2}{3}x + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}} 5 = \frac{2}{3}(2) + b$$

$$5 - \frac{4}{3} = b \Rightarrow b = \frac{11}{3}$$

برای به دست آوردن عرض از مبدأ به جای x در معادله $\frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$ صفر قرار می دهیم:

$$y = \frac{2}{3}(0) + \frac{11}{3} \rightarrow y = \frac{11}{3}$$

۱۰۲۱. مساحت مثلثی که خط $2x + 4y = 12$ با محورهای مختصات می سازد کدام است؟

۴) ۱۸

۳) ۳

۲) ۶

۱) ۹

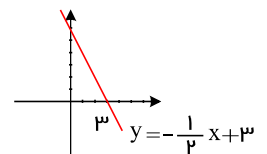
پاسخ: گزینه ۱

ابتدا باید خط را رسم کنیم:

$$2x + 4y = 12 \quad 4y = -2x + 12 \xrightarrow{\div 4} y = -\frac{1}{2}x + 3$$

عرض از مبدأ ($x = 0$) و طول از مبدأ ($y = 0$) خط را به دست می آوریم:

x	۰	۶
y	۳	۰



ارتفاع مثلث همان عرض از مبدأ خط است، یعنی ۳ و قاعده آن طول از مبدأ یا همان ۶. پس داریم:

$$\text{مساحت} = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} = \frac{3 \times 6}{2} = 9$$

۱۱۲۱. به ازای چه مقدار a دو خط $3x + ay = -7$ و $a^2x + 9y = 3$ یکدیگر را قطع نمی کنند؟

۴) ۹

۳) $\neq 3$

۲) -3

۱) ۳

پاسخ: گزینه ۱ برای اینکه این دو خط یکدیگر را قطع نکنند، باید با هم موازی باشند، یعنی شیبهای برابری داشته باشند. پس خطها را به شکل استاندارد می نویسیم و شیب آنها را با هم برابر قرار می دهیم:

$$3x = ay = -7$$

$$\Rightarrow ay = -3x - 7$$

$$\Rightarrow y = \frac{-3}{a}x + \frac{-7}{a}$$

$$\text{شیب خط} = \frac{-3}{a}$$

$$a^2x + 9y = 3$$

$$\Rightarrow 9y = -a^2x + 3$$

$$\Rightarrow y = \frac{-a^2}{9}x + \frac{3}{9}$$

$$\Rightarrow \text{شیب خط} = \frac{-a^2}{9}$$

شیب دو خط را مساوی هم قرار می‌دهیم $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{-3}{a} = \frac{-a^2}{9} \Rightarrow \frac{3}{a} = \frac{a^2}{9}$$

$$\Rightarrow 27 = a^3 \Rightarrow a = 3$$

۲۱۲. معادله خطی که از محل برخورد دو خط $3x - 2y = 5$ و $4x + 3y - 1 = 0$ گذشته و عرض از مبدأ آن -3 باشد، کدام است؟

$$y + 2x = 3 \quad \text{[۴]}$$

$$y - 2x = 3 \quad \text{[۳]}$$

$$y = -2x - 3 \quad \text{[۲]}$$

$$y = 2x - 3 \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا محل برخورد دو خط را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 4x + 3y - 1 = 0 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \times 2 \\ \times 3 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} 8x + 6y = 1 \\ 9x - 4y = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} 8x + 6y = 1 \\ 9x - 4y = 15 \end{cases} \Rightarrow 17x = 17 \Rightarrow x = 1$$

$$4x + 3y = 1 \xrightarrow{x=1} 4 + 3y = 1 \Rightarrow 3y = -3 \Rightarrow y = -1$$

محل برخورد دو خط $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ است.

عرض از مبدأ یک خط یعنی محل برخورد خط با محور عرض‌ها و مختصات آن به صورت $\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$ است. حال با استفاده از دو نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$ شیب خط را به دست می‌آوریم.

$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - (-3)}{1 - 0} = \frac{-1 + 3}{1} = 2$$

حال با داشتن شیب (۲) و عرض از مبدأ (-3) معادله خط را می‌نویسیم:

$$y = 2x - 3$$

۲۱۳. سه خط $x = 2$ و $y = -1$ و $y - 2x = 1$ مفروض‌اند. مطلوب است محیط شکلی که از برخورد این سه خط به دست آمده است.

$$8 + \sqrt{34} \quad \text{[۴]}$$

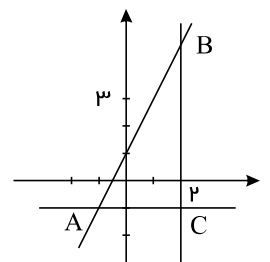
$$9 \quad \text{[۳]}$$

$$9 + 3\sqrt{5} \quad \text{[۲]}$$

$$12\sqrt{5} \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۲ خط‌ها را رسم می‌کنیم.

$$y - 2x = 1 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ y = 3 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$



محل برخورد خط $x = 2$ با $y - 2x = 1$ برابر است با: $y = 5 \Rightarrow y - 4 = 1$ پس مختصات نقطه B مساوی $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ است. بنابراین طول BC برابر $6 + 5 = 11$ است. محل برخورد خط $y = -1$ با $y - 2x = 1$ برابر است با:

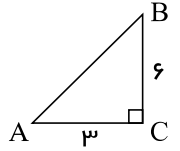
$$-1 - 2x = 1 \Rightarrow x = -1$$

پس مختصات نقطه A مساوی $\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ است. بنابراین طول AC برابر $3 + 1 = 4$ است.

$$AB^2 = 6^2 + 3^2$$

$$AB^2 = 36 + 9 = 45 \rightarrow AB = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$\text{محیط } \triangle ABC = 6 + 3 + 3\sqrt{5} = 9 + 3\sqrt{5}$$



۲۱۴. مساحت مثلث حاصل از برخورد دو خط $x + 3 = 0$ و $2x = 3y$ روی محورهای مختصات کدام است؟

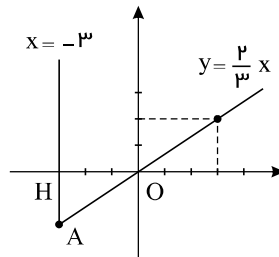
۳ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴
خطها را رسم می کنیم.



$$2x = 3y \rightarrow y = \frac{2}{3}x$$

$$x + 3 = 0 \rightarrow x = -3$$

$$\begin{array}{c|c} x & 3 \\ \hline y & 2 \end{array}$$

نقطه A از برخورد دو خط ایجاد شده است. مختصات آن برابر است با:

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{2}{3}x \\ x = -3 \end{array} \right\} \rightarrow y = \frac{2}{3} \times (-3) = -2 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$AH = 2, \quad OH = 3 \Rightarrow S_{\triangle OAH} = \frac{3 \times 2}{2} = 3$$

۲۱۵. معادله‌ی خطی که از نقطه‌ی برخورد دو خط $3x - y = 1$ و $x + 2y = 1$ گذشته و با خط $2x - y = 3$ موازی باشد، کدام است؟

$$y = -2x + 5 \quad (۴)$$

$$y = 2x - 7 \quad (۳)$$

$$y = -2x \quad (۲)$$

$$y = 2x - 1 \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا شیب خط را پیدا می کنیم:

$$2x - y = 3 \rightarrow -y = -2x + 3 \rightarrow y = 2x - 3 \rightarrow \text{شیب خط} = 2$$

محل برخورد دو خط را با حل دستگاه زیر پیدا می کنیم:

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \rightarrow x + \cancel{2y} = 1 \\ 3x - y = 1 \rightarrow +6x - \cancel{2y} = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{r} x + 2y = 1 \\ 6x - 2y = 2 \\ \hline 7x = 3 \end{array} \rightarrow x = \frac{3}{7}$$

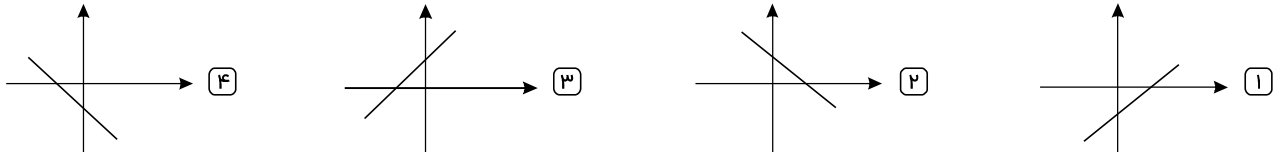
$$x + 2y = 1 \xrightarrow{x=\frac{3}{7}} \frac{3}{7} + 2y = 1 \rightarrow 2y = 1 - \frac{3}{7} \rightarrow y = -\frac{1}{7}$$

بنابراین معادله‌ی خطی را باید بیابیم که شیب آن ۲ و از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ می گذرد. شکل کلی این خط برابر $y = 2x + b$ است. حال به جای x عدد ۳ و به جای y عدد (-1) می گذاریم.

$$-1 = 2 \times 3 + b \rightarrow -1 = 6 + b \rightarrow b = -7$$

$$\text{معادله خط: } y = 2x - 7$$

۲۱۶. اگر a و b و c سه عدد حقیقی باشند، نمودار خط $a^2x + b^2y = c^2$ کدام یک از گزینه‌های زیر است؟



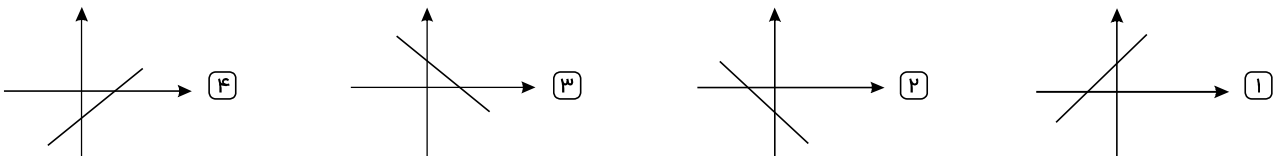
پاسخ: گزینه ۲ شیب و عرض از مبدأ خط را به دست می‌آوریم:

$$a^2x + b^2y = c^2 \rightarrow b^2y = -a^2x + c^2 \xrightarrow{\div b^2} y = \frac{-a^2}{b^2}x + \frac{c^2}{b^2}$$

همان طور که مشاهده می‌شود، شیب خط برابر $-\frac{a^2}{b^2}$ می‌باشد که عددی منفی است.

همچنین عرض از مبدأ نیز برابر $\frac{c^2}{b^2}$ به دست آمد. این مقدار نیز مثبت است. پس شکل کلی خط با گزینه‌ی (۲) همخوانی دارد.

۲۱۷. نمودار خط به معادله‌ی $\frac{2}{3}y + \frac{3}{5}x = 1$ کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟



پاسخ: گزینه ۳ شیب و عرض از مبدأ خط را می‌یابیم.

$$\frac{2}{3}y + \frac{3}{5}x = 1 \xrightarrow{\text{كل معادله را در مخرج مشترك}} \frac{2}{3} \times \frac{5}{5}y + \frac{3}{5} \times \frac{3}{3}x = 1 \times 5 \rightarrow \frac{10}{3}y + x = 5$$

یعنی ۱۵ ضرب می‌کنیم

$$\rightarrow 10y + 9x = 15 \rightarrow 10y = -9x + 15 \xrightarrow{\div 10} y = \frac{-9}{10}x + \frac{15}{10}$$

شیب خط عددی منفی و عرض از مبدأ عددی مثبت است که با خط گزینه‌ی (۳) همخوانی دارد.

۲۱۸. خط d از نقطه‌ای به طول -4 روی محور طول‌ها و از نقطه‌ی M روی محور عرض‌ها عبور می‌کند. اگر شیب خط d ، $\frac{-1}{4}$ باشد، عرض نقطه‌ی M کدام است؟

۱ (۱) $\frac{-1}{3}$ (۲) -1 (۳) $\frac{1}{3}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ معادله‌ی خط به صورت کلی $y = dx + b$ است، که در آن شیب خط یا d برابر $-\frac{1}{4}$ است و نقطه‌ی $\begin{bmatrix} -4 \\ 0 \end{bmatrix}$ نیز در آن صدق می‌کند.

$$y = -\frac{1}{4}x + b \xrightarrow{x=-4, y=0} 0 = \frac{-1}{4}(-4) + b \rightarrow 0 = 1 + b \rightarrow b = -1$$

بنابراین، این خط محور عرض‌ها را در نقطه‌ی -1 قطع می‌کند، که همان مختصات نقطه‌ی M است.

۲۱۹. اگر شیب خطی که از دو نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -a \\ a-3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ می‌گذرد با شیب خطی که محور x را در -3 و محور y را در -1 قطع می‌کند، برابر باشد، a کدام است؟

-8 (۱) $-3/5$ (۲) 8 (۳) $3/5$ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ نکته: شیب خطی که از دو نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix}$ عبور می‌کند، برابر است با: $\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$

خط دوم از دو نقطه‌ی $\begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، بنابراین شیب آن برابر است با: $\frac{-1 - 0}{0 - (-3)} = \frac{-1}{3}$

شیب خطی که از دو نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -a \\ a-3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، برابر است با: $\frac{2 - (a-3)}{1 - (-a)} = \frac{5-a}{1+a}$

حال این دو شیب را برابر هم قرار داده تا مقدار a به دست آید:

$$\frac{-1}{3} = \frac{5-a}{1+a} \rightarrow -1 - a = 15 - 3a \rightarrow 3a - a = 15 + 1 \rightarrow 2a = 16 \rightarrow a = 8$$

۲۲۰. اگر تمام ضرایب عددی خط $d: ax + by = c$ را در عددی غیر صفر ضرب کنیم، خط جدید:

(۱) با خط d موازی است. (۲) بر خط d منطبق است.

(۳) با خط d یک نقطه‌ی مشترک دارد. (۴) فقط از عرض از مبدأ دو خط با هم برابر است.

پاسخ: گزینه ۲ نکته: اگر عرض از مبدأ و شیب دو خط یکسان باشند، آن دو خط بر هم منطبق هستند. شیب و عرض از مبدأ خط d را به دست می‌آوریم:

$$d: ax + by = c \rightarrow by = -ax + c \xrightarrow{\div b} y = \frac{-a}{b}x + \frac{c}{b}$$

$$\Rightarrow \text{شیب خط} = \frac{-a}{b} \quad \text{عرض از مبدأ} = \frac{c}{b}$$

حال ضرایب خط d را در عددی مانند k ضرب کرده و دوباره شیب و عرض از مبدأ خط جدید را می‌یابیم:

$$d': kax + kby = kc \rightarrow kby = -kax + kc$$

$$\xrightarrow{\div kb} y = \frac{-ka}{kb}x + \frac{kc}{kb} = \frac{-a}{b}x + \frac{c}{b}$$

$$\Rightarrow \text{شیب خط} = \frac{-a}{b} \quad \text{عرض از مبدأ} = \frac{c}{b}$$

همانطور که مشاهده می‌شود، شیب و عرض از مبدأ دو خط d و d' برابر می‌باشند، بنابراین بر هم منطبق هستند.

۲۲۱. خط $2ax + by = 5$ از دو نقطه $\begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ می‌گذرد. مقادیر a و b در کدام گزینه آمده است؟

(۱) $a = 5, b = -2.5$ (۲) $a = -2.5, b = 5$ (۳) $a = 5, b = 2.5$ (۴) $a = 2.5, b = -5$

پاسخ: گزینه ۲

$$\left. \begin{array}{l} \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow 2a(-2) + b(-1) = 5 \rightarrow -4a - b = 5 \\ \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \rightarrow 2a(2) + b(3) = 5 \rightarrow 4a + 3b = 5 \end{array} \right\} \text{ جایگزینی نقطه در معادله‌ی خط}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -4a - b = 5 \\ 4a + 3b = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4a + 3b = 5 \\ 4a + 3(5) = 5 \end{cases}$$

$$2b = 10 \rightarrow b = 5 \quad a = -2.5$$

۲۲۲. دانش‌آموزی از معلم خود پرسید که فرزند شما چند سال دارد. معلم گفت: سن کنونی من چهار برابر سن شش سال پیش فرزندم است و دو سال

دیگر مجموع سن من و فرزندم برابر ۶۰ می‌شود. سن کنونی فرزندم را حساب کن.

(۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۷

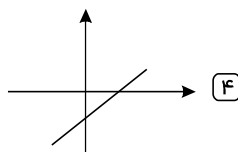
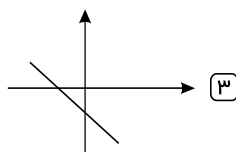
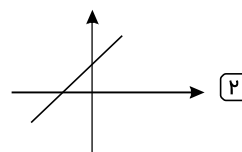
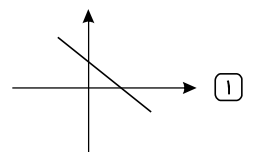
پاسخ: گزینه ۳ x : سن معلم، y : سن فرزند

$$\left. \begin{array}{l} x = 4(y - 6) \rightarrow x = 4y - 24 \\ (x + 2) + (y + 2) = 60 \rightarrow x + y + 4 = 60 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{جایگذاری}}$$

$$(4y - 24) + y + 4 = 60 \rightarrow 5y - 20 = 60 \rightarrow 5y = 80$$

$$\rightarrow y = \frac{80}{5} = 16 \text{ سن فرزندم}$$

۲۲۳. در معادله‌ی $ax + by + c = 0$ ، اگر $ab > 0$ و $bc < 0$ باشد، نمودار خط به کدام صورت خواهد بود؟



پاسخ: گزینه ۱

$$ax + by + c = 0 \rightarrow by = -ax - c \xrightarrow{\div b} y = \frac{-a}{b}x - \frac{c}{b}$$

$$\Rightarrow \text{شیب خط} = \frac{-a}{b} \quad \text{و} \quad \text{عرض از مبدأ} = \frac{-c}{b}$$

چون $ab > 0$ است، پس a و b هم علامت هستند. پس $\frac{-a}{b}$ عددی کوچکتر از صفر می‌شود. بنابراین شیب خط منفی است. پس خط با محور x زاویه‌ی باز می‌سازد.

چون $cb < 0$ است، پس b و c دارای علامت‌های مختلف هستند، بنابراین $\frac{-c}{b}$ بزرگتر از صفر است. پس عرض از مبدأ خط بزرگتر از صفر و در قسمت مثبت محور y ‌ها است. بنابراین خط گزینه‌ی (۱) مناسب است.

۲۲۴. دو خط متمایز به معادلات $y = 2x + a$ و $y = ax + 2$ یکدیگر را روی نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم قطع می‌کنند، a چقدر است؟

- (۱) -۱ (۲) -۳ (۳) ۲ (۴) موارد الف و ج

پاسخ: گزینه ۴ نکته: مختصات نقاطی که روی نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم هستند، طول و عرض برابر دارند.

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x + a \\ y = x \end{array} \right\} \Rightarrow x = 2x + a \Rightarrow x = -a$$

$$\left. \begin{array}{l} y = ax + 2 \\ y = x, x = -a \end{array} \right\} \Rightarrow -a = -a^2 + 2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a - 2)(a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} (a - 2) = 0 \Rightarrow a = 2 \\ a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1 \end{cases}$$

۲۲۵. شیب خطی -2 است. اگر به طول هر نقطه روی این خط ۳ واحد اضافه کنیم، به عرض آنها چند واحد اضافه شود تا نقاط حاصل نیز روی همین خط قرار گیرند؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۶ (۴) -۶

پاسخ: گزینه ۴ معادله‌ی خط اولیه را $y = -2x + b$ در نظر می‌گیریم. وقتی به طول نقاط ۳ واحد اضافه شود، یعنی این که x را باید به $x + 3$ تغییر دهیم. حال باید y را به $y + y_1$ تغییر دهیم، سپس y_1 را بیابیم.

$$y + y_1 = -2(x + 3) + b \rightarrow y + y_1 = -2x - 6 + b$$

چون قرار است این معادله‌ی خط با معادله‌ی خط قبلی یکی باشد، آنها را مساوی هم قرار می‌دهیم و از هم کم می‌کنیم تا مقدار y_1 به دست آید.

$$\left. \begin{array}{l} y + y_1 = -2x - 6 + b \\ y = -2x + b \end{array} \right\} \xrightarrow[\text{کم می‌کنیم}]{\text{دو طرف را از هم}} y_1 = -6$$

۲۲۶. اگر $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ محل تلاقی دو خط $mx + 3y = -3n + 2$ و $nx + my = 2m - 4$ باشد، حاصل $m - n$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۵ (۴) -۵

پاسخ: گزینه ۲ در دو معادله به جای x مقدار ۲ و به جای y مقدار ۳ قرار می‌دهیم و با حل دستگاه به دست آمده، m و n را می‌یابیم.

$$\left. \begin{array}{l} mx + 3y = -3n + 2 \xrightarrow{x=2, y=3} 2m + 9 = -3n + 2 \rightarrow 2m + 3n + 7 = 0 \\ nx + my = 2m - 4 \xrightarrow{x=2, y=3} 2n + 3m = 2m - 4 \rightarrow m + 2n + 4 = 0 \end{array} \right\}$$

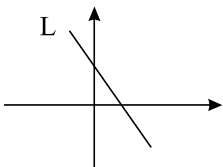
$$\xrightarrow[\text{ضرب می‌کنیم}]{\text{معادله‌ی پایین را در } (-2)} \left\{ \begin{array}{l} 2m + 3n + 7 = 0 \\ -2m - 4n - 8 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{-n - 1 = 0}{-n - 1 = 0} \Rightarrow n = -1$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در}} 2m - 3 + 7 = 0 \Rightarrow 2m = -4 \Rightarrow m = -2$$

معادله‌ی بالا

$$m - n = -2 - (-1) = -2 + 1 = -1$$

۲۲۷. اگر معادله‌ی خط L در دستگاه زیر به صورت $ax + b^2y = c$ باشد، آنگاه a ، b و c کدام یک از گزینه‌های زیر می‌توانند باشند؟



(۱) $a = 1, b = 2, c = -10$

(۲) $a = 4, b = 2, c = 20$

(۳) $a = -1, b = -2, c = 10$

(۴) $a = 4, b = -2, c = -20$

پاسخ: گزینه ۲ شیب خط منفی و عرض از مبدأ آن مثبت است. حال شیب و عرض از مبدأ را از روی معادله‌ی خط می‌یابیم.

$$ax + b^2y = c \rightarrow b^2y = -ax + c \xrightarrow{\div b^2} y = \frac{-a}{b^2}x + \frac{c}{b^2}$$

$$\rightarrow \text{شیب} = \frac{-a}{b^2} \text{ و عرض از مبدأ} = \frac{c}{b^2}$$

چون شیب خط منفی است و مخرج $\frac{-a}{b^2}$ یک عدد مثبت است، پس a نیز مثبت است. عرض از مبدأ نیز مثبت است، بنابراین چون در $\frac{c}{b^2}$ همواره مثبت است، پس c باید مثبت

باشد. به طور خلاصه داریم:

$$a > 0, c > 0, b \in R$$

این حالت فقط در گزینه ی (۲) برقرار است.

۲۲۸. فاصله ی محل تلاقی خطوط $y = 2x + 3$ و $y = x + 3$ از مبدأ مختصات کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

پاسخ: گزینه ۳ نکته: فاصله ی نقطه ی $A = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ از مبدأ مختصات از رابطه ی $OA = \sqrt{x^2 + y^2}$ به دست می آید. ابتدا نقطه ی برخورد دو خط را با حل دستگاه زیر به دست می آوریم.

$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = x + 3 \end{cases} \rightarrow 2x + 3 = x + 3 \rightarrow x = 0$$

$$y = 2x + 3 \xrightarrow{x=0} y = 2 \times 0 + 3 = 3 \rightarrow \text{نقطه ی برخورد} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

با استفاده از نکته ی بالا فاصله ی نقطه ی $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ تا مبدأ برابر است با:

$$\sqrt{0^2 + 3^2} = \sqrt{9} = 3$$

۲۲۹. اگر جواب دستگاه معادلات خطی زیر، $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

$$\begin{cases} ay - 4x + 15 = 0 \\ y = 3x + b \end{cases}$$

(۴) -۱۰

(۳) -۷

(۲) ۱۳

(۱) ۷

پاسخ: گزینه ۲

نقطه ی $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ در هر دو معادله ی داده شده صدق می کند. بنابراین به جای x و y اعداد ۳ و -۱ را جایگذاری می کنیم.

$$a \times (-1) - 4 \times (3) + 15 = 0 \rightarrow -a - 12 + 15 = 0 \rightarrow -a = 12 - 15$$

$$\rightarrow -a = -3 \rightarrow a = 3$$

$$-1 = 3 \times 3 + b \rightarrow -1 = 9 + b \rightarrow -1 - 9 = b \rightarrow b = -10$$

$$a - b = 3 - (-10) = 3 + 10 = 13$$

۲۳۰. معادله ی خطی که از محل برخورد دو خط $y = x - 1$ و $3y - 2x = 1$ می گذرد و شیب آن -۲ است، کدام است؟

(۴) $y = -2x - 11$

(۳) $y = -2x + 11$

(۲) $y = -2x + 5$

(۱) $y = -2x - 5$

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا محل برخورد دو خط را پیدا می کنیم:

$$\begin{cases} y - x = -1 \\ 3y - 2x = 1 \end{cases} \xrightarrow{\times(-3)} \begin{cases} y - x = -1 \\ -3y + 3x = 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} \begin{cases} y - x = -1 \\ x = 4 \end{cases} \rightarrow y - 4 = -1 \rightarrow y = 3$$

$$\text{نقطه} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow y = -2x + b \quad \text{و} \quad \text{شیب خط} = -2$$

$$\rightarrow 3 = -8 + b \rightarrow b = 11$$

$$\text{معادله ی خط: } y = -2x + 11$$

۲۳۱. خط d به معادله ی $y = ax + 4$ جهت مثبت محورهای مختصات را در نقطه ی $A = \begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}$ قطع می کند. اگر مساحت مثلث OAB برابر ۱۲ باشد، شیب خط d چند است؟ (O مبدأ مختصات)

(۴) $-\frac{3}{2}$

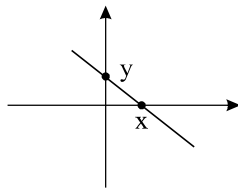
(۳) $-\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{2}{3}$

پاسخ: گزینه ۳

$$S_{\Delta} = \frac{y \times x}{2} = 12 \rightarrow \frac{4 \times x}{2} = 12 \rightarrow x = \frac{12 \times 2}{4} = 6$$



پس خط مذکور از نقاط $\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ می‌گذرد.

$$y = ax + 4$$

$$0 = a \times 6 + 4 \rightarrow a = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$$

۲۳۲. به ازای چه مقدار a دستگاه $\begin{cases} 5x + (a-1)y = 3 \\ 10x + ay = 6 \end{cases}$ بی‌شمار جواب دارد؟

۴ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ نکته: اگر در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ داشته باشیم $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ دو خط بر هم منطبق هستند و دستگاه بی‌شمار جواب دارد. طبق نکته گفته شده داریم:

$$\begin{cases} 5x + (a-1)y = 3 \\ 10x + ay = 6 \end{cases} \Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{a-1}{a} = \frac{3}{6} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{a-1}{a} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} = \frac{a-1}{a} \rightarrow a = 2a - 2 \rightarrow a - 2a = -2$$

$$-a = -2 \rightarrow a = 2$$

۲۳۳. معادله‌ی خطی که مختصات هر نقطه‌اش $\begin{bmatrix} x \\ -\frac{3x}{5} \end{bmatrix}$ باشد، کدام است؟

$$5y = -3x \quad (۴)$$

$$x = -\frac{3}{5}y \quad (۳)$$

$$x = -\frac{3}{5} \quad (۲)$$

$$y = -\frac{3}{5} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴ زیرا شیب $-\frac{3}{5}$ است و رابطه‌ی بین x و y برابر $y = -\frac{3}{5}x$ است.

طبق گزینه‌ها:

$$y = ax + b, b = 0$$

$$\rightarrow -\frac{3}{5} = a \rightarrow a = -\frac{3}{5}$$

۲۳۴. معادله‌ی خطی که از دو نقطه $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -5 \\ -7 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، کدام است؟

$$3y = 10x + 29 \quad (۴)$$

$$y = \frac{10}{3}x + 1 \quad (۳)$$

$$3y = 10x + 20 \quad (۲)$$

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴ شکل کلی معادله‌ی خط را $y = ax + b$ در نظر می‌گیریم. حال به جای x و y نقاط A و B را قرار می‌دهیم تا b و a را به دست آوریم:

$$\left. \begin{aligned} A = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} &\Rightarrow 3 = -2a + b \\ B = \begin{bmatrix} -5 \\ -7 \end{bmatrix} &\Rightarrow -7 = -5a + b \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{cases} 2a - b = -3 \\ -5a + b = -7 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع می‌کنیم}} -3a = -10 \Rightarrow a = \frac{10}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در معادله‌ی بالا}} 2 \times \frac{10}{3} - b = -3 \Rightarrow \frac{20}{3} - b = -3$$

$$\Rightarrow b = \frac{20}{3} + 3 = \frac{29}{3} \Rightarrow y = \frac{10}{3}x + \frac{29}{3} \xrightarrow{\times 3} 3y = 10x + 29$$

۲۳۵. معادله‌ی خطی که از نقطه‌ی A به طول ۲ واقع بر خط $y = 4x - 3$ می‌گذرد و عمود بر خط $2x - 4y = 7$ باشد، کدام است؟

$$2x - 3y = 9 \quad (۴)$$

$$y = 2x + 9 \quad (۳)$$

$$y = -2x + 9 \quad (۲)$$

$$y = -2x - 9 \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا عرض نقطه‌ی A را با جایگزین کردن طول آن در معادله‌ی خط $y = 4x - 3$ پیدا می‌کنیم:

$$y = 4(2) - 3 = 8 - 3 = 5 \rightarrow \text{مختصات نقطه‌ی } A = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

نکته: شرط عمود بودن دو خط آن است که شیب‌های آن‌ها قرینه و معکوس یکدیگر باشند. شیب خط $2x - 4y = 7$ برابر است با:

$$\text{فرمول شبیه وقتی } x \text{ و } y \text{ یک طرف مساوی هستند} = -\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = -\frac{2}{-4} = \frac{1}{2}$$

پس شبیه خط خواسته شده قرینه و معکوس $\frac{1}{2}$ ، -2 می باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ می گذرد.

$$y = -2x + 9 \rightarrow \text{معادله خط} \rightarrow 5 = -2(2) + b \rightarrow 5 = -4 + b \rightarrow b = 9$$

۲۳۶. معادله خطی که از نقطه $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ گذشته و بر نیمساز ربع اول و سوم عمود باشد، کدام است؟

$y = x + 1$ (۴)

$y = -x + 1$ (۳)

$y = -x - 1$ (۲)

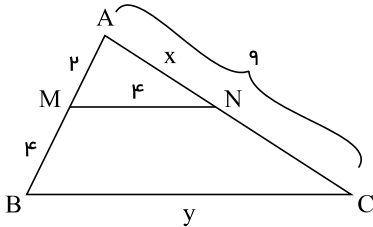
$y = x - 1$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ نکته ۱: معادله نیمساز ربع اول و سوم عبارت است از: $y = x$

نکته ۲: هرگاه دو خط بر هم عمود باشند شیب آن‌ها قرینه و معکوس یکدیگر است. پس شیب خط مورد نظر -1 می باشد یعنی معادله خط به شکل $y = -1x + b$ است که برای محاسبه b و عرض از مبدأ باید مختصات نقطه را در آن جایگزین کنیم:

$$-1 = -1(2) + b \rightarrow b = -1 + 2 \rightarrow \text{معادله خط} = \boxed{y = -1x + 1}$$

۲۳۷. در شکل زیر، $MN \parallel BC$ است. معادله خطی که از نقطه $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ و مبدأ مختصات می گذرد، کدام است؟



$y = \frac{8}{3}x$ (۱)

$y = 3x$ (۲)

$y = 4x$ (۳)

$y = \frac{16}{9}x$ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \rightarrow \frac{2}{6} = \frac{x}{9} \rightarrow x = 3$$

$$\frac{MA}{AB} = \frac{MN}{BC} \rightarrow \frac{2}{6} = \frac{4}{y} \rightarrow y = 12$$

پس نقطه $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ مختصاتی برای $\begin{bmatrix} 3 \\ 12 \end{bmatrix}$ دارد و معادله خط گذرنده از آن نقطه و مبدأ برابر است با:

$$y = 4x$$

روش دوم:

$$y = ax \rightarrow y = 4x \quad \text{عرض} = \frac{12}{3} = 4 \quad \text{شیب خطی که از مبدأ می گذرد} = \frac{\text{عرض}}{\text{طول}}$$

۲۳۸. خط d از نقطه‌ای به طول -3 روی محور طول‌ها و از نقطه M روی محور عرض‌ها عبور می کند و شیب آن $-\frac{1}{3}$ است. عرض نقطه M کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

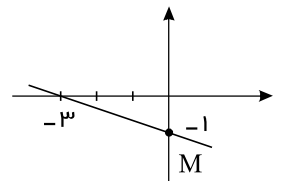
-1 (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

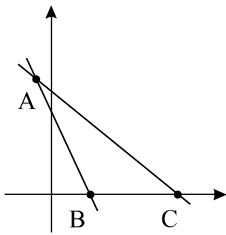
1 (۱)

پاسخ: گزینه ۳ معادله به شکل $y = -\frac{1}{3}x + b$ می باشد. برای پیدا کردن عرض از مبدأ مختصات نقطه $\begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$ را در آن قرار می دهیم.

$$-\frac{1}{3}(-3) + b = 0 \rightarrow 0 = 1 + b \rightarrow b = -1$$



۲۳۹. در شکل روبرو دو خط با شیب‌های ۱- و ۲- یکدیگر را در نقطه‌ی A با مختصات $\begin{bmatrix} -1 \\ 12 \end{bmatrix}$ قطع کرده‌اند. مساحت مثلث ABC کدام است؟



۳۶ (۲)

۴۸ (۱)

۷۲ (۴)

۶۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲ ارتفاع این مثلث عرض نقطه‌ی A (یعنی ۱۲) و قاعده‌ی آن اختلاف طول‌های B و C می‌باشد. پس باید نقطه‌ی تقاطع دو خط با محور x را پیدا کنیم. خط گذرنده از C دارای شیب ۱- بوده و از $\begin{bmatrix} -1 \\ 12 \end{bmatrix}$ می‌گذرد.

$$y = -1x + b$$

$$12 = -1(-1) + b \rightarrow b = 11 \rightarrow \text{معادله‌ی خط } y = -x + 11$$

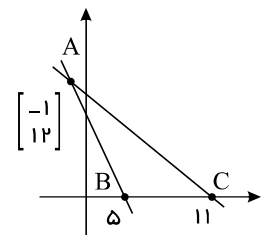
$$0 = -x + 11 \rightarrow x = 11$$

$$y = -1x + c$$

$$12 = -1(-1) + c \rightarrow c = 13 \rightarrow \text{معادله خط } y = -x + 13$$

$$0 = -1 + x13 \rightarrow x = 13$$

$$S_{\Delta} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \frac{12 \times (13 - 11)}{2} = 12$$



۲۴۰. به ازای کدام مقدار m خطی که از نقطه‌ی A = $\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$ و مبدأ مختصات می‌گذرد با خط $y = \frac{2}{m}x + 6$ موازی است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ نکته: برای به دست آوردن شیب خطی که از مبدأ می‌گذرد باید عرض را به طول تقسیم کرد:

$$\text{شیب } x = \frac{4}{-2} = -2 \rightarrow a = -2$$

نکته: معادله‌ی کلی خطی که از مبدأ مختصات می‌گذرد به صورت $y = ax$ است یعنی عرض از مبدأ صفر است ($b = 0$)

$$y = ax \rightarrow y = \boxed{-2x} \quad y = \boxed{\frac{2}{m}}x + 6$$

شیب شیب

نکته: دو خط وقتی موازی‌اند که شیب آن‌ها مساوی باشند.

$$\frac{2}{m} = \frac{-2}{1} \rightarrow -2m = 2 \rightarrow m = \frac{2}{-2} = -1 \rightarrow m = -1$$

۲۴۱. در دستگاه زیر، مقدار $3a - b$ برابر کدام عدد است؟

$$\begin{cases} x^{-2a} \times x^{3b} = x \\ x^{5a} \div x^{3b} = x^{11} \end{cases}$$

$\frac{39}{7}$ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{cases} x^{-2a} \times x^{3b} = x \\ x^{5a} \div x^{3b} = x^{11} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^{-2a+3b} = x^1 \\ x^{5a-3b} = x^{11} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2a + 3b = 1 \\ 5a - 3b = 11 \end{cases}$$

$$3a = 12 \rightarrow a = \frac{12}{3} = 4$$

$$-2(4) + 3b = 1$$

$$-8 + 3b = 1$$

$$3b = +9 \rightarrow b = \frac{+9}{3} = +3$$

$$\begin{aligned} a &= 4 \\ \rightarrow 3a - b &= 3(4) - 3 = 9 \\ b &= 3 \end{aligned}$$

۲۴۲. اگر $\begin{cases} x^2 - xy = 17 \\ y^2 - xy = 8 \end{cases}$ باشد و x و y اعداد طبیعی باشند، حاصل $(x - y)$ کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۳ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۲ نکته: اتحاد مربع تفاضل دوجمله‌ای: $(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$

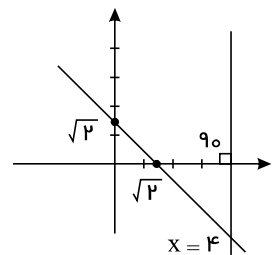
$$\begin{aligned} + \begin{cases} x^2 - xy = 17 \\ y^2 - xy = 8 \end{cases} \\ x^2 + y^2 - 2xy = 25 \rightarrow (x - y)^2 = 25 \rightarrow x - y = 5 \end{aligned}$$

۲۴۳. زاویه‌ی بین خطوط $x = 4$ و $y\sqrt{2} + x\sqrt{2} = 2$ چند درجه است؟

- ۱) ۳۰ درجه ۲) ۴۵ درجه ۳) ۶۰ درجه ۴) ۹۰ درجه

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{aligned} y\sqrt{2} + x\sqrt{2} = 2 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad \left| \begin{aligned} y\sqrt{2} = 2 \rightarrow y &= \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \\ x\sqrt{2} = 2 \rightarrow x &= \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \end{aligned} \right. \\ \begin{array}{c|cc} x & 0 & \sqrt{2} \\ \hline y & \sqrt{2} & 0 \\ \hline \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{2} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix} \end{array} \end{aligned}$$



از روی نقاط می‌فهمیم که مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است پس دو زاویه‌ی ۴۵ درجه دارد. $\sqrt{2} \approx 1,4$

۲۴۴. دو نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 3 \\ a + 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2 \\ a - 11 \end{bmatrix}$ مفروض‌اند. مقدار a چقدر باشد تا خط AB از مبدأ مختصات بگذرد؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا معادله‌ی خط گذرنده از $\begin{bmatrix} 3 \\ a + 4 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -2 \\ a - 11 \end{bmatrix}$ را می‌نویسیم. اگر این خط از مبدأ بگذرد پس به شکل $y = mx$ می‌باشد. مختصات هر دو نقطه را در این معادله جایگزین می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{aligned} \begin{bmatrix} 3 \\ a + 4 \end{bmatrix} &\rightarrow a + 4 = m \times 3 \\ \begin{bmatrix} -2 \\ a - 11 \end{bmatrix} &\rightarrow a - 11 = -2m \end{aligned} \right\} &\rightarrow \begin{cases} a + 4 - 3m = 0 \\ a - 11 + 2m = 0 \end{cases} \rightarrow -1 \times \begin{cases} a - 3m = -4 \\ a + 2m = 11 \end{cases} \\ \rightarrow \begin{cases} -a + 3m = 4 \\ a + 2m = 11 \end{cases} \\ 5m = 15 \rightarrow m &= \frac{15}{5} = 3 \end{aligned}$$

با جایگزینی $m = 3$ در یکی از معادلات a را پیدا می‌کنیم:

$$a + 4 = 3m \rightarrow a + 4 = 3 \times 3 \rightarrow a + 4 = 9 \rightarrow a = 9 - 4 \rightarrow a = 5$$

۲۴۵. به ازای چه مقداری از m سه خط $y = mx + 5$ ، $y = -mx + 3$ و $2x - y = -2$ از یک نقطه می‌گذرند؟

- ۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۱ - ۱ + ۱ ۴) ۲ + ۱ - ۲

پاسخ: گزینه ۲ برای آنکه سه خط از یک نقطه بگذرند، باید نقطه تقاطع دو خط در معادله‌ی خط سوم نیز صدق کند.

$$\begin{cases} y + mx = 3 \\ y - mx = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - y = -2 \\ 2x - 4 = -2 \rightarrow 2x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{2} = 1 \rightarrow x = +1 \end{cases}$$

$$2y = 8$$

$$\rightarrow y = \frac{8}{2} = 4$$

$$y = 4$$

نقطه‌ی تقاطع $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ است که با جایگذاری در معادلات شامل m ، می‌توانیم m را به دست آوریم:

$$y = mx + 5 \rightarrow 4 = m(1) + 5 \rightarrow 4 - 5 = m \rightarrow m = -1$$

۲۴۶. شیب خط‌هایی که در تمام نقاط طول و عرض آن‌ها مساوی است، چند است؟

- ۱) -1 ۲) $+1$ ۳) 45 ۴) $5/0$

پاسخ: گزینه ۲ خطی که نقاط روی آن طول و عرض مساوی دارند همان نیمساز ربع اول و سوم است که معادله‌ی خط آن به صورت $y = x$ می‌باشد و در معادله‌ی $y = 1x$ شیب همان عدد یک می‌باشد.

۲۴۷. نسبت سن دو نفر ۳ به ۵ است. در صورتی که تفاضل سن آنها ۱۴ باشد، سن نفر کوچکتر چقدر است؟

- ۱) 21 ۲) 35 ۳) 42 ۴) 70

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{3}{5} = \frac{y}{x} \rightarrow 3x = 5y \xrightarrow{\text{مرتب کنیم}} 3x - 5y = 0$$

$$-3 \times \begin{cases} 3x - 5y = 0 \\ x - y = 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 5y = 0 \\ -3x + 3y = -42 \end{cases}$$

$$-2y = -42 \rightarrow y = \frac{-42}{-2} = +21$$

$$x - y = 14$$

$$x - 21 = 14$$

$$x = 14 + 21 = 35$$

۲۴۸. باتوجه به $\begin{cases} x^{2m} \div x^n = x^4 \\ x^{3m} \times x^{2n} = x^{13} \end{cases}$ مقدار m کدام گزینه است؟

- ۱) 2 ۲) 3 ۳) 4 ۴) 5

پاسخ: گزینه ۲

$$x^{2m} \div x^n = x^4 \rightarrow 2m - n = 4 \quad x^{3m} \times x^{2n} = x^{13} \rightarrow 3m + 2n = 13$$

$$\begin{cases} 2m - n = 4 \\ 3m + 2n = 13 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4m - 2n = 8 \\ 3m + 2n = 13 \end{cases}$$

$$7m = 21 \rightarrow m = 3$$

۲۴۹. دو خط به معادله‌ی $2x - y = 1392$ و $4x - 6y + 2013 = 1434$ در صفحه هستند. کدام یک از خطوط زیر با این دو خط تشکیل مثلث می‌دهند؟

- ۱) $8y + 1390 = 5 + 16x$ ۲) $8y + 1434 = -7 + 12x$ ۳) $2013 + 9y = 6x + 1392$ ۴) $2013 + 10x = 5y + 1392$

پاسخ: گزینه ۲

$$d_1 \text{ خط } 2x - y = 1392 \rightarrow \text{شیب} = -\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = -\frac{2}{-1} = +2$$

$$d_4 \text{ خط } 4x - 6y + 2013 = 1434 \rightarrow \text{شیب} = -\frac{4}{-6} = +\frac{2}{3}$$

$$\times \quad \text{گزینه‌ی یک } 8y + 1390 = 5 + 16x \rightarrow \text{شیب} = \frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = \frac{16}{8} = 2$$

$$\checkmark \quad \text{گزینه‌ی دوم } 8y + 1434 = -7 + 12x \rightarrow \text{شیب} = \frac{+12}{8} = \frac{+3}{2}$$

$$\times \quad \text{گزینه‌ی سوم } 2013 + 9y = 6x + 1392 \rightarrow \text{شیب} = \frac{6}{+9} = \frac{2}{3}$$

$$\times \quad \frac{10}{5} = 2 \rightarrow \text{شیب} = \frac{10}{5} = 2 \rightarrow 10x + 20 = 5y + 1392 \quad (\text{گزینه ی چهارم})$$

نکته: اگر x و y در کنار هم در یک طرف تساوی باشند در فرمول شیب، نماد قرینه در کنار کسر قرار می گیرد اما اگر x و y کنار هم نباشند نماد قرینه نمی خواهد.
نکته: خط هایی که با d_1 و d_2 شیب برابر داشته باشند موازی اند و همدیگر را قطع نمی کنند پس مثلث به وجود نمی آید.

$$250. \quad \text{معادله خطی که با خط } \frac{2x+1}{3} - \frac{y-1}{2} = 1 \text{ موازی بوده و از نقطه } \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} \text{ می گذرد، کدام است؟}$$

$3y + 4x = 6 \quad (1) \quad 3y - 4x = 6 \quad (2) \quad 3y - 4x = -6 \quad (3) \quad 3y + 4x = -6 \quad (4)$

پاسخ: گزینه ۲

$$6 \left(\frac{2x+1}{3} - \frac{y-1}{2} \right) = 6 \times 1 \Rightarrow 4x + 2 - 3y + 3 = 6$$

$$\Rightarrow 4x - 3y = 1 \Rightarrow 3y = 4x - 1 \Rightarrow y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{3} \rightarrow a = \frac{4}{3}$$

$$\begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow -2 = \frac{4}{3} \times (-3) + b \Rightarrow b = 2$$

$$y = \frac{4}{3}x + 2 \Rightarrow 3y - 4x = 6$$

نکته: ابتدا معادله ی خط را به صورت استاندارد نوشته، بعد شیب را پیدا می کنیم.

$$251. \quad \text{نقاط } A = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ و } B = \begin{bmatrix} 12 \\ 12 \end{bmatrix} \text{ و } O = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ مفروض اند. } \widehat{ABO} \text{ برابر است با:}$$

$45^\circ \quad (1) \quad 90^\circ \quad (2) \quad 180^\circ \quad (3) \quad 225^\circ \quad (4)$

پاسخ: گزینه ۱

$$\widehat{O} + \widehat{A} + \widehat{B} = 180$$

$$OA = OB \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow \widehat{O} = \widehat{B}$$

$$\Rightarrow \widehat{O} + \widehat{O} + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow 2\widehat{O} = 90^\circ \rightarrow \widehat{O} = 45^\circ$$

$$252. \quad \text{اگر } A = \begin{bmatrix} 3k-2 \\ k+3 \end{bmatrix} \text{ بر نیمساز ربع دوم و چهارم واقع باشد } k \text{ کدام است؟}$$

$\frac{1}{4} \quad (1) \quad -\frac{1}{2} \quad (2) \quad \frac{3}{4} \quad (3) \quad -\frac{1}{4} \quad (4)$

پاسخ: گزینه ۴ وقتی نقطه ای واقع بر نیمساز ربع دوم و چهارم باشد x و y آن قرینه هم هستند.

$$3k - 2 = -(k + 3) \rightarrow 4k = -1 \Rightarrow k = -\frac{1}{4}$$

$$253. \quad \text{قرینه ی نقطه ی } a = \begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix} \text{ که در ربع چهارم قرار دارد نسبت به نیمساز ربع دوم و چهارم کدام نقطه است؟}$$

$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (1) \quad \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} \quad (2) \quad \begin{bmatrix} y \\ -x \end{bmatrix} \quad (3) \quad \begin{bmatrix} -y \\ x \end{bmatrix} \quad (4)$

پاسخ: گزینه ۴ قرینه نسبت به نیمساز دوم و چهارم x و y را قرینه و جای آن ها را با هم عوض می کند.

$$254. \quad \text{نقطه ی } A = \begin{bmatrix} a+1 \\ b-1 \end{bmatrix} \text{ روی خط } 2(x+1) - 3y = 5 \text{ قرار دارد. کدام یک از رابطه های زیر درست است؟}$$

$2b = 3a + 6 \quad (1) \quad 2a - 3b + 2 = 0 \quad (2) \quad 3a - 2b - 5 = 0 \quad (3) \quad 2a = 3b + 6 \quad (4)$

پاسخ: گزینه ۲ به جای x عبارت $a+1$ و به جای y عبارت $b-1$ را قرار می دهیم:

$$2(a+1+1) - 3(b-1) = 5 \rightarrow 2a + 4 - 3b + 3 = 5 \rightarrow 2a - 3b + 7 - 5 = 0 \rightarrow 2a - 3b + 2 = 0$$

$$255. \quad \text{دایره } C \text{ به مرکز } O = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ و شعاع } 2 \text{ با خط } -3x + 4y - 6 = 0 \text{ را در نظر بگیرید. وضعیت این خط و دایره نسبت به هم چگونه اند؟}$$

$\text{مماس اند.} \quad (1) \quad \text{مقاطع می باشند و خط از مرکز دایره می گذرد.} \quad (2)$

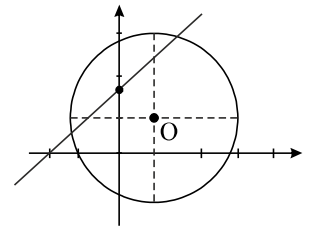
$\text{مقاطع اند.} \quad (3) \quad \text{نقطه ی مشترک ندارند.} \quad (4)$

پاسخ: گزینه ۳

بهترین کار رسم دایره و خط است.

$$-3x + 4y - 6 = 0 \xrightarrow{x=0} 4y - 6 = 0 \rightarrow 4y = 6 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$$

$$-3x + 4y - 6 = 0 \xrightarrow{y=0} -3x - 6 = 0 \rightarrow -3x = 6 \Rightarrow x = -2$$



مطابق شکل خط و دایره متقاطع اند.

۲۵۶. اگر نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 2m-1 \\ 1-m \end{bmatrix}$ همواره در ناحیه‌ی اول باشد، کدام یک از رابطه‌های زیر درست است؟

$\frac{1}{2} < m < 2$ (۴)

$1 < m < 2$ (۳)

$\frac{1}{2} < m < 1$ (۲)

$-\frac{1}{2} < m < 1$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ نکته: نقاطی که در ناحیه‌ی اول مختصات قرار دارند، طول و عرض مثبت دارند.

بنابراین طبق نکته بالا داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 2m-1 \\ 1-m \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2m-1 > 0 \rightarrow 2m > 1 \rightarrow m > \frac{1}{2} \\ 1-m > 0 \rightarrow -m > -1 \xrightarrow{\div(-1)} m < 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} < m < 1$$

۲۵۷. اگر نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} m-1 \\ 3-6m \end{bmatrix}$ همواره در ناحیه‌ی سوم باشد، در این صورت m در کدام رابطه صدق می‌کند؟

$\frac{1}{2} < m < 2$ (۴)

$1 < m < 2$ (۳)

$\frac{1}{2} < m < 1$ (۲)

$-\frac{1}{2} < m < 1$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ نکته: نقاطی که در ناحیه‌ی سوم دستگاه مختصات باشند، دارای طول و عرض منفی اند. بنابر نکته فوق داریم:

$$A = \begin{bmatrix} m-1 \\ 3-6m \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} m-1 < 0 \rightarrow m < 1 \\ 3-6m < 0 \rightarrow 3 < 6m \rightarrow \frac{1}{2} < m \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} < m < 1$$

۲۵۸. دو بردار $\vec{a} = \begin{bmatrix} m-1 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\vec{b} = (n+2)\vec{j} - 7\vec{i}$ نسبت به محور طول، قرینه‌ی یکدیگر هستند. مقدار mn کدام است؟

۶ (۴)

-۶ (۳)

-۳۰ (۲)

۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} m-1 \\ 3 \end{bmatrix}, \vec{b} = (n+2)\vec{j} - 7\vec{i} = \begin{bmatrix} -7 \\ n+2 \end{bmatrix}$$

نکته: اگر دو بردار نسبت به محور طول‌های قرینه باشند، طول آن‌ها برابر ولی عرض آن‌ها قرینه است.

بنابراین داریم:

$$\begin{cases} m-1 = -7 \rightarrow m = -7+1 = -6 \\ n+2 = -3 \rightarrow n = -3-2 = -5 \end{cases} \rightarrow m \times n = (-6) \times (-5) = 30$$

۲۵۹. در صفحه‌ی مختصات چند مربع وجود دارند که یکی از رأس‌هایشان نقطه‌ی $(-1, -1)$ است و دست کم یکی از محورهای مختصات محور تقارن

مربع است؟

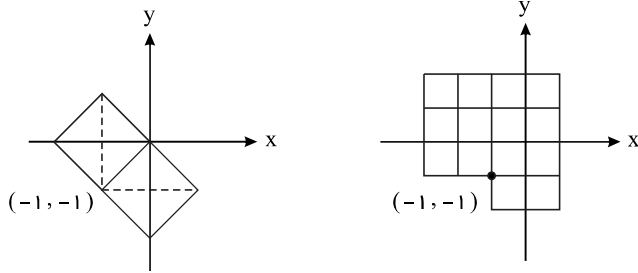
۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۳



۲۶۰. اگر هر دو خط $d_1: 2x - ay = 3$ و $d_3: y = -x + a$ بر خط d_2 به معادله $ay - bx = a + 1$ عمود باشند، حاصل $a + b$ کدام است؟

۴ -

۳

۲

۱

پاسخ: گزینه ۴ می‌دانیم دو خط عمود بر یک خط با هم موازی هستند. پس شیب خط‌های d_1 و d_3 با هم برابرند.

$$\left. \begin{array}{l} d_1 = \frac{2}{a} \\ d_3 = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2}{a} = -1 \Rightarrow \boxed{a = -2}$$

پس خط $d_3 \Leftrightarrow$

$$d_3: y = \frac{-b}{2}x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow -2y - bx = -1$$

$$d_3: -2y - bx = -1 \Rightarrow y = \frac{-b}{2}x + \frac{1}{2}$$

دو خط بر هم عمود باشند، حاصل ضرب شیب‌ها $= -1$

$$\Rightarrow \frac{-b}{2} = 1 \Rightarrow \boxed{b = -2} \Rightarrow a + b = -2 + (-2) = -4$$

۲۶۱. به ازای کدام مقدار a سه نقطه $(1, 2)$ و $(3, -1)$ و $(5, a)$ در یک راستا می‌باشند؟

۴ -

۳ -

صفر

۴

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{a - 2}{5 - 1} = \frac{-1 - 2}{3 - 1} \Rightarrow \frac{a - 2}{4} = \frac{-3}{2} \Rightarrow 2a - 4 = -12 \Rightarrow 2a = -8 \Rightarrow a = -4$$

۲۶۲. درختی ۳ متری در کنار ساختمانی ۵ طبقه قرار دارد. طنابی به طول ۱۵ متر را از نوک درخت به انتهای طبقه پنجم این ساختمان می‌بندیم. اگر فاصله هر طبقه، از طبقه بعدی و یا طبقه اول از سطح زمین، ۳ متر باشد، شیب این طناب تقریباً چقدر است؟

۲٫۸

۲٫۳

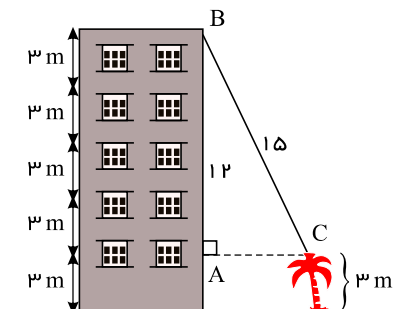
۱٫۳

۱٫۸

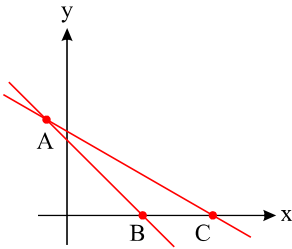
پاسخ: گزینه ۲ چون ساختمان ۵ طبقه دارد و ارتفاع هر طبقه ۳ متر است. بنابراین طول پاره خط AB طبق شکل برابر ارتفاع ۴ طبقه یعنی ۱۲ است. می‌توان طول پاره خط AC را با استفاده از رابطه فیثاغورس در مثلث ABC به دست آورد، داریم:

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81 \Rightarrow AC = \sqrt{81} = 9$$

$$\text{شیب طناب} = \frac{\text{میزان تغییرات ارتفاع}}{\text{مسافت افقی طی شده}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$



۲۶۳. در شکل زیر دو خط با شیب‌های ۱- و ۲- یکدیگر را در نقطه A با مختصات $\begin{bmatrix} -1 \\ 12 \end{bmatrix}$ قطع کرده‌اند. مساحت مثلث ABC کدام است؟



۳۶ (۱)

۴۸ (۲)

۶۰ (۳)

۷۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$AC \text{ خط } : y - y_A = m_{AC}(x - x_A) \Rightarrow y - 12 = -1(x + 1) \Rightarrow y = -x + 11$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 11 \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 11 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$AB \text{ خط } : y - y_A = m_{AB}(x - x_A) \Rightarrow y - 12 = -2(x + 1) \Rightarrow y = -2x + 10 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$BC = 11 - 5 = 6 \text{ قاعده مثلث } , \text{ ارتفاع مثلث } ABC = 12 \text{ مساحت مثلث } ABC = \frac{12 \times 6}{2} = 36$$

۲۶۴. اگر شیب استاندارد پله برای ساختمان مسکونی $\frac{2}{3}$ باشد، برای ساختن پلکان بین دو طبقه ساختمان چند پله به عرض ۳۰ سانتی‌متر لازم است؟
(فاصله هر دو طبقه در یک ساختمان ۳ متر است.)

۱۵ (۴)

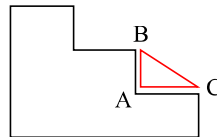
۱۰ (۳)

۲۰ (۲)

۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به شکل داریم:



$$\text{شیب} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3} \xrightarrow{AC=30} \frac{AB}{30} = \frac{2}{3} \Rightarrow AB = \frac{2 \times 30}{3} = 20 \text{ سانتی‌متر}$$

$$\text{تعداد پله‌ها} = \frac{3 \times 100}{20} = 15$$

۲۶۵. دسته خطوط به معادلات $(m+2)y + (m+1)x + 1 = 0$ قطرهای یک دایره هستند، اگر این دایره از نقطه $(5, 2)$ بگذرد، شعاع آن چقدر است؟

۱۰۰ (۴)

۱۰ (۳)

۵ (۲)

۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ این خطوط به‌ازای همه مقادیر m از مرکز دایره که دارای طول و عرض خاصی است، می‌گذرند. به عبارت دیگر معادله داده شده در نقطه خاصی (مرکز دسته خطوط) به m بستگی ندارد. بنابراین، این نقطه خاص را می‌یابیم.
ابتدا معادله را برحسب m مرتب می‌کنیم:

$$(m+2)y + (m+1)x + 1 = 0 \Rightarrow my + 2y + mx + x + 1 = 0$$

$$m(y+x) + (2y+x+1) = 0 \Rightarrow \underline{m}^1(y+x) + \underline{m}^0(2y+x+1) = 0$$

اکنون در این معادله ضرایب m^1 و m^0 را برابر صفر قرار دهیم تا به‌ازای تمامی مقادیر m معادله صفر شود:

$$\begin{cases} y+x=0 \\ 2y+x+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=0 \\ x+2y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} y=-1 \Rightarrow y+x=0 \Rightarrow -1+x=0 \Rightarrow x=1 \end{matrix}$$

اکنون با استفاده از مختصات مرکز دایره $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ و نقطه $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ شعاع را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{شعاع} = R = \sqrt{(5-1)^2 + (2-(-1))^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

۲۶۶. اگر نقاط $A = \begin{bmatrix} 3a-1 \\ a-2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} b-1 \\ 2b+3 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ رأس‌های یک مثلث باشند و شیب ضلع $\overline{AC}$ برابر صفر و شیب ضلع $\overline{BC}$ تعریف نشده باشد، شیب ضلع $\overline{AB}$ کدام است؟

- ☐ ۱ $\frac{1}{2}$
☐ ۲ $-\frac{1}{2}$
☐ ۳ $\frac{3}{4}$
☐ ۴ $-\frac{3}{4}$

پاسخ: گزینه ۲ شیب ضلع $\overline{AC}$ برابر صفر است، بنابراین این ضلع موازی محور x (افقی) می‌باشد، پس عرض تمام نقطه‌های روی این ضلع با هم برابرند و چون A و C دو نقطه روی این ضلع هستند باید عرضشان برابر باشد.

$$a - 2 = 3 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 3(5) - 1 \\ 5 - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 3 \end{bmatrix}$$

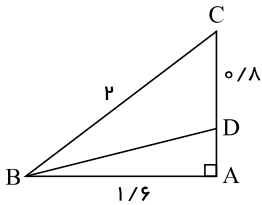
از یک سو شیب ضلع $\overline{BC}$ تعریف نشده است، بنابراین این ضلع موازی محور y (عمودی) می‌باشد، پس طول تمام نقطه‌های روی این ضلع با هم برابرند و چون B و C دو نقطه روی این ضلع هستند باید طولشان برابر باشد:

$$b - 1 = 2 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 3 - 1 \\ 2(3) + 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 9 \end{bmatrix}$$

اکنون می‌توانیم شیب ضلع $\overline{AB}$ را حساب کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 14 \\ 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 \\ 9 \end{bmatrix} \Rightarrow m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{9 - 3}{2 - 14} = \frac{6}{-12} = -\frac{1}{2}$$

۲۶۷. در شکل مقابل شیب پاره خط $\overline{BD}$ چقدر است؟



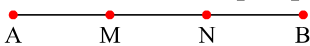
- ☐ ۱ $\frac{4}{8}$
☐ ۲ $\frac{1}{4}$
☐ ۳ $\frac{8}{4}$
☐ ۴ $\frac{1}{8}$

پاسخ: گزینه ۲ می‌توان با استفاده از رابطه فیثاغورس در مثلث ABC و محاسبه اندازه ضلع $\overline{AC}$ طول $\overline{AD}$ را به دست آورد.

$$\overline{AC}^2 = 2^2 - 1,6^2 = 4 - 2,56 = 1,44 \Rightarrow \overline{AC} = \sqrt{1,44} = 1,2$$

$$\overline{AD} = 1,2 - 0,8 = 0,4 \Rightarrow \overline{BD} = \text{شیب پاره خط} = \frac{\text{مقدار افزایش ارتفاع}}{\text{مقدار مسافت افقی طی شده}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{0,4}{1,6} = \frac{1}{4}$$

۲۶۸. در شکل مقابل پاره خط $\overline{AB}$ توسط نقاط M و N به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. اگر $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix}$ باشند، مختصات N کدام است؟



- ☐ ۱ $\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$
☐ ۲ $\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$
☐ ۳ $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
☐ ۴ $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$

پاسخ: گزینه ۲

$$x_N = \frac{x_M + x_B}{2} \Rightarrow x_N = \frac{\frac{x_A + x_N}{2} + x_B}{2} \Rightarrow x_N = \frac{-1 + x_N}{2} + 2 \Rightarrow 2x_N = \frac{-1 + x_N}{2} + 2 \Rightarrow 4x_N = -1 + x_N + 4 \Rightarrow x_N = 1$$

به همین روش نیز می‌توان y_N را حساب کرد:

$$y_N = \frac{1 + y_N}{2} + (-5) \Rightarrow 2y_N = \frac{1 + y_N}{2} - 5 \Rightarrow 4y_N = 1 + y_N - 10 \Rightarrow y_N = -3 \Rightarrow \begin{bmatrix} x_N \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

۲۶۹. در دستگاه روبه‌رو، $x + y$ کدام است؟

$$\begin{cases} x^2yz = 8 \\ xy^2z = 64 \\ xyz^2 = 128 \end{cases}$$

- ☐ ۱ $4\frac{1}{2}$
☐ ۲ $2\frac{1}{2}$
☐ ۳ $2\frac{1}{4}$
☐ ۴ $4\frac{1}{4}$

پاسخ: گزینه ۱ ضرب سه تا با هم:

$$x^2yz \cdot xy^2z \cdot xyz^2 = 8 \times 64 \times 128$$

$$x^4y^4z^4 = 2^3 \times 2^6 \times 2^7 \Rightarrow (xyz)^4 = 2^{16}$$

$$xyz = 2^6 \Rightarrow xyz = 16, -16$$

ولی چون گزینه‌ها همگی مثبت هستند با ۱۶ مسئله را ادامه می‌دهیم:

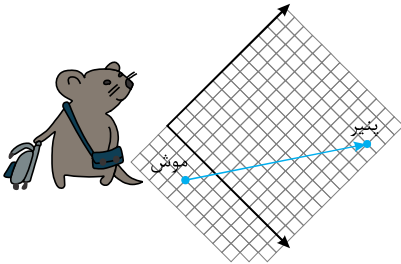
$$x = \frac{x^2 yz}{xyz} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{xy^2 z}{xyz} = \frac{64}{16} = 4 \Rightarrow y = 4$$

$$z = \frac{xyz^2}{xyz} = \frac{128}{16} = 8 \Rightarrow z = 8$$

$$x + y = \frac{1}{2} + 4 = 4\frac{1}{2}$$

۲۷۰. یک تکه پنیر در نقطه $(12, 10)$ در دستگاه مختصات واقع شده است. یک موش در نقطه $(4, -2)$ قرار دارد. او در امتداد $y = -5x + 18$ حرکت می‌کند. در نقطه (a, b) موش شروع می‌کند به دور شدن از پنیر به جای آن که به آن نزدیک شود. $a + b$ کدام است؟



۱) ۶

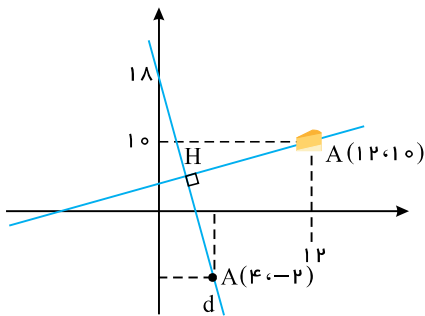
۲) ۱۰

۳) ۱۴

۴) ۱۸

پاسخ: گزینه ۲

موش در روی خط d در حال حرکت است و چون H نزدیک‌ترین نقطه به پنیر است (در بین نقاط روی خط d) از H به بعد، موش از پنیر دور می‌شود؛ پس H همان نقطه (a, b) است. معادله خط گذرا از H را به دست می‌آوریم: (خط e)



$$y = -5x + 18 \Rightarrow m_d = -5 \Rightarrow m_e = +\frac{1}{5}$$

$$A(12, 10) \Rightarrow y - 10 = \frac{1}{5}(x - 12) \Rightarrow 5y - 50 = x - 12 \Rightarrow x - 5y = -38$$

حالا H نقطه تقاطع دو خط است:

$$\begin{cases} x - 5y = -38 \\ y = -5x + 18 \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = 8 \Rightarrow a + b = 10$$

۲۷۱. بر روی خط $3x + 5y = 37$ چند نقطه با مختصات طبیعی داریم؟

۴) صفر

۳) ۱

۲) ۲

۱) ۳

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا y را بر حسب x می‌نویسیم:

$$y = \frac{37 - 3x}{5}$$

x را طوری انتخاب کنیم که حاصل بر ۵ بخش پذیر باشد:

$$x = 4 \Rightarrow y = \frac{37 - 12}{5} = 5 \Rightarrow y = 5$$

$$x = 9 \Rightarrow y = \frac{37 - 27}{5} = 2$$

۲ نقطه $(9, 2) \Rightarrow (4, 5)$

۲۷۲. نمودار خط $y = \sqrt{3}x - 6$ نمودار خط $x - \sqrt{2} = \sqrt{3}$ را با چه زاویه‌ای قطع می‌کند؟

۱۵° (۴)

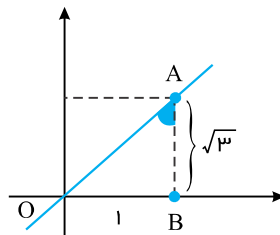
۶۰° (۳)

۴۵° (۲)

۳۰° (۱)

پاسخ: گزینه ۱ خط $x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ که تکلیف مشخص دارد و موازی محور y هاست؛ ولی خط $x = \sqrt{3}x - 6$ موازی خط $y = \sqrt{3}x$ است؛ پس:

$$x = 1 \rightarrow y = \sqrt{3}x \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix}$$



$$\sqrt{3}^2 + 1^2 = 3 + 1 = 4 \Rightarrow OA = 2$$

$$OB = \frac{1}{2}OA \rightarrow \hat{A}_1 = 30^\circ$$

واضح است که خط موازی با این خط با هر خط موازی محور y ها زاویه‌ای برابر 30° می‌سازد (به دلیل خاصیت خطوط موازی و مورب و ...)

۲۷۳. مقدار مساحت شکل حاصل از نمودار $x^2y + xy^2 - xy = 0$ در صفحه مختصات کدام است؟

$\frac{3}{4}$ (۴)

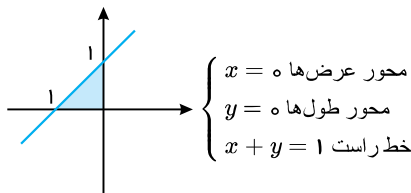
$\frac{1}{2}$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$x^2y + xy^2 - xy = 0 \Rightarrow xy(x + y - 1) = 0 \Rightarrow$$



$$S = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

۲۷۴. مساحتی که نمودار $xy + 2x - y - 2 = 0$ با محورهای مختصات ایجاد می‌کند، چقدر است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

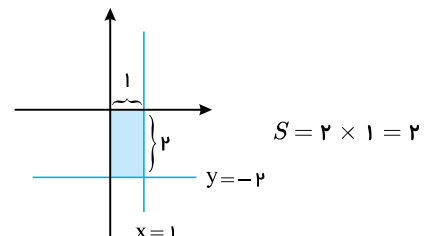
۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ باید معادله را به شکل ۲ معادله خط در آوریم:

$$xy + 2x - y - 2 = 0 \Rightarrow x(y + 2) - (y + 2) = 0$$

$$\Rightarrow (y + 2)(x - 1) = 0 \Rightarrow y = -2 \text{ یا } x = 1$$



۲۷۵. اگر $A = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -4 \\ 8 \end{bmatrix}$ مختصات دو سر پاره خط AB باشد، مختصات نقطه M که پاره خط را به نسبت ۳ به ۴ قطع می‌کند کدام است؟ (به شرطی که M به A نزدیک‌تر باشد)

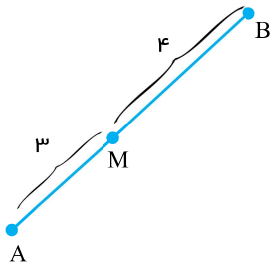
$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۳)

$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (۲)

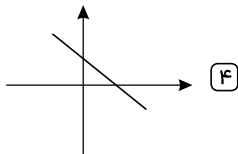
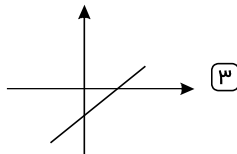
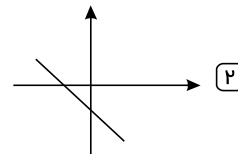
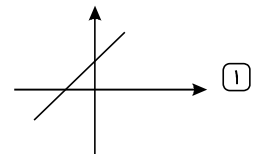
$\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴



$$M = \frac{3 \times B + 4 \times A}{7} = \left(\begin{bmatrix} -12 \\ +24 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 \\ -24 \end{bmatrix} \right) \div 7 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \div 7 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

۲۷۶. در معادله خط $I: ax + by = c$ اگر $a > 0$ و $b < 0$ و $c < 0$ باشد کدام شکل مربوط به خط I می باشد؟



پاسخ: گزینه ۲

$$ax + by = c \rightarrow \text{عرض از مبدأ} = \frac{\text{عدد ثابت}}{\text{ضریب } y} = \frac{c \text{ منفی}}{b \text{ مثبت}} = -$$

عرض از مبدأ منفی است پس گزینه‌ی (۱) و (۴) نادرست است.

نکته: اگر شیب مثبت باشد زاویه‌ای که خط با محور طول‌ها در جهت مثبت می‌سازد زاویه‌ی تند می‌باشد اما اگر شیب منفی باشد زاویه‌ای که خط با محور طول‌ها در جهت مثبت می‌سازد زاویه‌ی باز می‌باشد پس گزینه‌ی ۲ درست است.

$$\text{شیب} = -\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = -\frac{a^+}{b^+} = -$$

۲۷۷. از نقطه‌ی $A(2, 1)$ خط L بر خط مفروض $2y + x = 5$ عمود شده‌است. عرض از مبدأ خط L ، کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) -۲

(۱) -۳

پاسخ: گزینه ۱ خط L بر خط $2y + x = 5$ عمود است بنابراین شیب خط L باید عکس و قرینه‌ی شیب خط مفروض باشد.

$$2y + x = 5 \Rightarrow 2y = -x + 5 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \Rightarrow \boxed{m = -\frac{1}{2}}$$

بنابراین شیب خط L باید عکس و قرینه‌ی $-\frac{1}{2}$ یعنی ۲ باشد. اکنون معادله‌ی خط گذرا از نقطه‌ی $A(2, 1)$ را با شیب ۲ می‌نویسیم:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 1 = 2(x - 2) \Rightarrow y - 1 = 2x - 4 \Rightarrow y = 2x - 3 \Rightarrow \boxed{\text{عرض از مبدأ} = -3}$$

۲۷۸. چند خط متمایز، با معادله $ax + by = c$ که در شرایط زیر صدق کند، وجود دارد؟

• a, b, c سه عدد صحیح و مخالف صفر هستند.

• عرض از مبدأ خط، مثبت است.

• $|a| + |b| = 3$ و $|ab| + c = c - ab$ و $|c| = 3$

(۴) بی‌شمار

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) صفر

پاسخ: گزینه ۲

$$ax + by = c \rightarrow by = -ax + c \rightarrow y = \frac{-a}{b}x + \frac{c}{b}$$

$$b(I) \text{ و } c \text{ هم علامت} \Rightarrow \frac{c}{b} > 0 \Rightarrow \text{عرض از مبدأ مثبت}$$

$$|ab| + c = c - ab \rightarrow ab < 0 \Rightarrow |ab| + c = |-ab + c| = c - ab$$

$$\rightarrow c - ab \geq 0 \rightarrow c \geq ab \quad (III)$$

$$|c| = 3 \rightarrow c = \pm 3 \left\{ \begin{array}{l} c = 3 \xrightarrow{(I)} b > 0 \xrightarrow{(II)} a < 0 \\ ab \leq 3 \rightarrow \begin{cases} a = -2, b = 1 \rightarrow |-2| + |1| = 3 \\ a = -1, b = 2 \rightarrow |2| + |-1| = 3 \end{cases} \\ c = -3 \xrightarrow{(I)} b < 0 \xrightarrow{(II)} a > 0 \\ ab \leq -3 \rightarrow \text{غیرممکن} \end{array} \right.$$

فقط دو خط وجود دارند:

$$\begin{cases} -2x + y = 3 \\ -x + 2y = 3 \end{cases}$$