

۱. کدام عبارت زیر گویا است؟

☐ ۱ $\frac{x}{\sqrt{x}-1}$
☐ ۲ $\frac{\sqrt{x}}{x-1}$
☐ ۳ $\frac{\sqrt{2}x}{x-1}$
☐ ۴ $\frac{x}{\sqrt{x-1}}$

پاسخ: گزینه ۳ زیرا هم صورت و هم مخرج چندجمله‌ای است.

۲. عبارت گویا $\frac{2x-4}{2x^2-8x+8}$ برابر با کدام گزینه است؟

☐ ۱ $\frac{1}{2x+4}$
☐ ۲ $\frac{1}{x+2}$
☐ ۳ $\frac{1}{x-2}$
☐ ۴ $\frac{1}{2x-4}$

پاسخ: گزینه ۳

به کمک اتحادها و فاکتورگیری ساده می‌کنیم:

$$\frac{2x-4}{2x^2-8x+8} = \frac{2(x-2)}{2(x^2-4x+4)} = \frac{x-2}{x^2-4x+4} = \frac{x-2}{(x-2)^2} = \frac{1}{x-2}$$

۳. حاصل تقسیم $\frac{-28x^4y^2z^3}{7x^3yz^2}$ کدام است؟

☐ ۱ $4xy$
☐ ۲ $4x^4y^3z^5$
☐ ۳ $-4xyz$
☐ ۴ $-4xz$

پاسخ: گزینه ۳

$-4xyz$

۴. کدام عبارت به ازای $x=5$ تعریف شده نیست؟

☐ ۱ $\frac{2x+10}{x+5}$
☐ ۲ $\frac{-2x+10}{5}$
☐ ۳ $\frac{2x-6}{5x}$
☐ ۴ $\frac{2x-6}{x-5}$

پاسخ: گزینه ۴ $\frac{2x-6}{x-5}$ چون به ازای $x=5$ مخرج صفر می‌شود.

۵. اگر باقیمانده $2x^2 - 5x + a$ بر $x-2$ برابر ۵ باشد، a چقدر است؟

☐ ۱ 7
☐ ۲ 5
☐ ۳ -5
☐ ۴ -7

پاسخ: گزینه ۱ نکته: برای به دست آوردن باقیمانده کافی است، مقسوم‌علیه را مساوی صفر قرار داده و ریشه آن را در مقسوم جایگذاری کنیم.

$x-2=0 \Rightarrow x=2$

$\Rightarrow 2x^2 - 5x + a = 5 \Rightarrow 2 \times (2)^2 - 5 \times 2 + a = 5$

$\Rightarrow 8 - 10 + a = 5 \Rightarrow a = 7$

۶. کدام یک از عبارت‌های گویای زیر قابل ساده شدن است؟ (در تمام گزینه‌ها مخرج کسرها مخالف صفر است.)

☐ ۱ $\frac{a^2+5}{a^2}$
☐ ۲ $\frac{a^2+4}{4}$
☐ ۳ $\frac{a^2+b^2}{b^2}$
☐ ۴ $\frac{a^2-b^2}{a-b}$

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{a^2-b^2}{a-b} = \frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)} = a+b$$

۷. مجموع دو عدد $\frac{5}{4}$ و حاصل ضرب آن‌ها $\frac{3}{2}$ است. مجموع معکوس‌های این دو عدد کدام است؟

☐ ۱ $\frac{5}{6}$
☐ ۲ $\frac{5}{2}$
☐ ۳ $\frac{6}{5}$
☐ ۴ $\frac{15}{8}$

پاسخ: گزینه ۱ دو عدد را با متغیرهای x و y در نظر می‌گیریم، در نتیجه:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{3}{2}} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

۸. اگر $\frac{ax^2 + ax}{6x} \times \frac{2x - 6}{x^2 - 2x - 3} = 3$ باشد مقدار a کدام است؟

- ۱) ۹ ۲) ۳ ۳) -۳ ۴) -۹

پاسخ: گزینه ۱ باید عبارت را تا حد امکان ساده کنیم:

$$\frac{a\cancel{x}(x+1)}{\cancel{6x}} \times \frac{\cancel{2}(x-3)}{(x-3)(x+1)} = 3 \rightarrow \frac{a}{3} = 3 \rightarrow a = 9$$

۹. کدام گزینه یک جمله‌ای جبری نیست؟

- ۱) $\frac{4x^2}{y^{-3}}$ ۲) $4y^{\frac{1}{4}}$ ۳) $\sqrt[3]{x^9}$ ۴) ۵

پاسخ: گزینه ۲ یک جمله جبری به شکل ax^n بوده و در آن $n \in W$ است. بنابراین توان متغیر در یک جمله‌ای جبری نمی‌تواند عددی کسری یا منفی باشد.

گزینه ۱ برابر $4x^2y^3$ و گزینه ۳ نیز x^3 می‌باشد که هر دو یک جمله‌ای می‌باشد. هر عدد حقیقی هم یک جمله‌ای است.

۱۰. اگر در تقسیم چندجمله‌ای $x^3 + 5x^2 + x + a$ بر $x - 1$ باقیمانده عدد ۵ باشد، مقدار a چقدر است؟

- ۱) -۲ ۲) +۳ ۳) -۳ ۴) +۲

پاسخ: گزینه ۱ مقادیری که مقسوم‌علیه به ازای آنها صفر می‌شود را در مقسوم قرار می‌دهیم تا مقدار باقیمانده به دست آید:

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$x^3 + 5x^2 + x + a = 5$$

$$\Rightarrow 1^3 + 5(1)^2 + 1 + a = 5 \Rightarrow 1 + 5 + 1 + a = 5$$

$$\Rightarrow a = -2$$

۱۱. خارج قسمت $6x^2 + x$ بر x کدام گزینه است؟

- ۱) $6x^2 - 1$ ۲) $6x^2 + 1$ ۳) $6x - 1$ ۴) $6x + 1$

پاسخ: گزینه ۴

$$6x^2 + x = x(6x + 1)$$

۱۲. حاصل عبارت $\frac{x-2}{x^2-4} + \frac{x+5}{x^2+7x+10}$ برابر است با:

- ۱) $\frac{2}{x+2}$ ۲) $\frac{x-2}{x+2}$ ۳) $\frac{1}{2}(x-2)$ ۴) $\frac{x+2}{x-5}$

پاسخ: گزینه ۱

با استفاده از اتحادها شروع به ساده کردن می‌کنیم:

$$\frac{x-2}{x^2-4} + \frac{x+5}{x^2+7x+10} = \frac{x-2}{(x-2)(x+2)} + \frac{x+5}{(x+5)(x+2)} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} = \frac{2}{x+2}$$

۱۳. چه تعداد از عبارت‌های زیر برابر ۲ و -۲ است؟ (همگی تعریف شده هستند).

$$\frac{4a^2-2}{1-2a^2} \quad \frac{2+m}{-m-1} \quad \frac{-12+8x}{-4x+6} \quad \frac{2-2b}{2b-1}$$

- ۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۳ حاصل تک‌تک عبارت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{2-2b}{2b-1} = \frac{2(1-b)}{2b-1} \quad \times$$

$$\frac{4(-3+4x)}{-2(+2x-3)} = -2 \quad \checkmark$$

$$\frac{2+m}{-m-1} \quad \times$$

$$\frac{2(\cancel{2a^2-1})}{-(\cancel{2a^2-1})} = -2 \quad \checkmark$$

تنها دو عبارت، حاصل آنها برابر -2 است.

۱۴. حاصل کسر $\frac{-12-8x+4x^2}{-2x+6}$ کدام است؟ ($x \neq 3$)

(۴) $-2x+2$

(۳) $-2x-2$

(۲) $2x+2$

(۱) $2x+1$

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا به کمک فاکتورگیری در صورت و مخرج کسر، عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\frac{4(x^2-2x-3)}{-2(x-3)} = \frac{\cancel{4}(\cancel{x-3})(x+1)}{-1\cancel{2}(x-3)} = -2(x+1) = -2x-2$$

۱۵. اگر باقیمانده تقسیم $2x^4 - 5x + 4$ بر $3x + x^2$ برابر $ax + b$ باشد حاصل $a + b$ کدام است؟

(۴) -45

(۳) -49

(۲) -55

(۱) -40

پاسخ: گزینه ۲ نکته: در تقسیم $p(x)$ بر $ax + b$ برای به دست آوردن باقیمانده آن ریشه $ax + b$ یعنی $x = \frac{-b}{a}$ را در $p(x)$ قرار می‌دهیم.

$$x(3+x) = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$P(0) = 2(0) - 5(0) + 4 = 4 = a(0) + b \Rightarrow b = 4$$

$$P(-3) = 2(-3)^4 - 5(-3) + 4 = 2 \times (81) + 15 + 4 = -3a + 4$$

$$\Rightarrow a = -59$$

$$a + b = -59 + 4 = -55$$

۱۶. کدام یک از عبارات زیر گویا نیست؟

(۴) $\frac{|x|+|y|}{x+y}$

(۳) $\sqrt{2x+5y^2}$

(۲) $\frac{x-5}{\sqrt{3}+1}$

(۱) $\frac{y}{x-1}$

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{|x|+|y|}{x+y}$$

۱۷. حاصل عبارت $\frac{x^2-1}{x^2y-xy} \div \frac{3x^2+3x}{6y}$ کدام است؟ (مخرج‌ها صفر نیست)

(۴) $\frac{3}{xy}$

(۳) $\frac{1}{2x-y}$

(۲) $\frac{1}{2x}$

(۱) $\frac{2}{x^2}$

پاسخ: گزینه ۱

به کمک اتحادها شروع به ساده کردن می‌کنیم:

$$\frac{x^2-1}{x^2y-xy} \div \frac{3x^2+3x}{6y} = \frac{x^2-1}{x^2y-xy} \times \frac{6y}{3x^2+3x} = \frac{(x+1)(x-1)}{xy(x-1)} \times \frac{6y}{3x(x+1)} = \frac{2}{x^2}$$

۱۸. اگر باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $6 + 3x^2 - 2x^3$ بر $x^2 - 5$ برابر $ax + b$ باشد. مقدار عددی ab برابر است با:

(۴) -9

(۳) 10

(۲) -90

(۱) 90

پاسخ: گزینه ۲ تقسیم را انجام می‌دهیم:

$$\begin{array}{r} \cancel{2x^3} - 3x^2 + 6 \quad | x^2 - 5 \\ -(\cancel{2x^3} - 10x) \\ \hline -3x^2 + 10x + 6 \\ -(-3x^2 + 15) \\ \hline 10x - 9 \end{array}$$

در نتیجه $a = 10$ و $b = -9$ و $ab = -90$

۱۹. عبارت گویای $\frac{a-2}{a^2-2}$ به ازای کدام مقدار زیر تعریف نشده است؟

- ۱ $-\sqrt{2}$ و $\sqrt{2}$ ☐ ۲ 2 ☐ ۳ -2 ☐ ۴ 2 و -2 ☐

پاسخ: گزینه ۱

$$a^2 - 2 = 0 \Rightarrow a = \sqrt{2}, -\sqrt{2}$$

نکته: عبارت گویا به ازای مقادیری از متغیر که مخرج را صفر می‌کند تعریف نشده است.

۲۰. حاصل تقسیم روبرو کدام است؟

$$\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 9} \div \frac{x^2 - 6x - 7}{x^2 - 10x + 21}$$

۱ $\frac{x+1}{x-3}$ ☐ ۲ $\frac{x-1}{x-3}$ ☐ ۳ $\frac{x-1}{x+1}$ ☐ ۴ $\frac{x+1}{x-1}$ ☐

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{x^2 + \overbrace{2x}^{\text{ضرب دو عدد}} - \overbrace{3}^{\text{جمع دو عدد}}}{\underbrace{x^2 - 9}_{\text{اتحاد مزدوج}}} \times \frac{x^2 - \overbrace{10x}^{\text{جمع دو عدد}} + \overbrace{21}^{\text{ضرب دو عدد}}}{x^2 - \underbrace{6x}_{\text{جمع دو عدد}} - \underbrace{7}_{\text{ضرب دو عدد}}}$$

$$= \frac{\cancel{(x+3)}(x-1)}{\cancel{(x-3)}(x+3)} \times \frac{\cancel{(x-7)}\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-7)}(x+1)} = \frac{x-1}{x+1}$$

۲۱. ساده شده کسر $\frac{(x-2)(x+3)(x^2+2x)}{x^2-4}$ کدام گزینه است؟

- ۱ $x^2 + 3x$ ☐ ۲ $x + 3x$ ☐ ۳ $x^2 + 3$ ☐ ۴ $x + 3$ ☐

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا صورت و مخرج عبارت گویای مورد نظر را تجزیه می‌کنیم و سپس صورت و مخرج را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$\frac{(x-2)(x+3)(x^2+2x)}{x^2-4} = \frac{\cancel{(x-2)}(x+3)x\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x-2)}\cancel{(x+2)}} = \frac{(x+3)x}{1}$$

$$= x(x+3) = x^2 + 3x$$

۲۲. حاصل عبارت زیر کدام گزینه است؟ (همه مخرج‌ها مخالف صفر هستند.)

$$\frac{a^2 - 10}{a^2 - 16} + \frac{a - 4}{a + 4} =$$

۱ $\frac{2a-16}{a-4}$ ☐ ۲ $\frac{2a-8}{a-4}$ ☐ ۳ $\frac{a-8}{a-4}$ ☐ ۴ $\frac{a-8}{a-2}$ ☐

پاسخ: گزینه ۱ حاصل را به ساده‌ترین صورت می‌نویسیم:

$$\frac{a^2 - 10}{a^2 - 16} + \frac{a - 4}{a + 4} = \frac{a^2 - 10 + (a - 4)^2}{(a + 4)(a - 4)} =$$

$$\frac{a^2 - 10 + a^2 + 16 - 8a}{a^2 - 16} = \frac{2a^2 - 8a + 6}{a^2 - 16}$$

$$\frac{2(a^2 - 4a - 32)}{(a-4)(a+4)} = \frac{2(a-8)(\cancel{a+4})}{(a-4)(\cancel{a+4})} = \frac{2a-16}{a-4}$$

۲۳. اگر نسبت $2x - y$ به $x + y$ برابر $\frac{3}{4}$ باشد، آنگاه نسبت $x + y$ به y کدام است؟

۱ $\frac{2}{5}$ (۴)

۲ $\frac{2}{5}$ (۳)

۳ $\frac{2}{5}$ (۲)

۴ $\frac{2}{5}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{2x-y}{x+y} = \frac{3}{4} \rightarrow 4(2x-y) = 3(x+y) \rightarrow 8x-4y = 3x+3y \rightarrow 8x-3x = 4y+3y$$

$$\rightarrow 5x = 7y \rightarrow x = \frac{7}{5}y \Rightarrow \frac{x+y}{y} = \frac{\frac{7}{5}y+y}{y} = \frac{\frac{12}{5}y}{y} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

۲۴. چندجمله‌ای $5x^4 + 13x^2 + a$ مساحت مستطیلی است که عرض آن، $x^2 + 2$ می‌باشد. مقدار a کدام گزینه است؟

-۸ (۴)

۸ (۳)

-۶ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ چون مساحت و عرض را داریم، به راحتی می‌توان طول را به دست آورد:

$$\begin{array}{r} 5x^4 + 13x^2 + a \quad | \quad x^2 + 2 \\ \underline{5x^4 + 10x^2} \\ 3x^2 + a \\ \underline{-3x^2 - 6} \\ a - 6 \end{array}$$

طول آن $3 + 5x^2$ و باقیمانده این تقسیم باید برابر صفر شود، پس:

$$a - 6 = 0 \rightarrow a = 6$$

۲۵. کدام یک از عبارت‌های جبری گویای زیر با بقیه متفاوت است؟

$\frac{-a-2}{-a+5}$ (۴)

$\frac{2-a}{-a-5}$ (۳)

$\frac{-2+a}{5+a}$ (۲)

$\frac{a-2}{a+5}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{a-2}{a+5} = \frac{-2+a}{a+5} = \frac{2-a}{-a-5} \neq \frac{-a-2}{-a+5}$$

۲۶. دامنه عبارت $\frac{x^2-4}{(x-2)(x-5)}$ کدام است؟

$\mathbb{R} - \{5\}$ (۴)

$\mathbb{R} - \{2, -2\}$ (۳)

$\mathbb{R} - \{5, 2\}$ (۲)

$\mathbb{R} - \{2\}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ برای به دست آوردن دامنه یک عبارت گویا بدون ساده کردن عبارت گویا، مخرج را مساوی صفر قرار می‌دهیم؛ داریم:

$$(x-2)(x-5) = 0 \Rightarrow x=2, x=5$$

$$\Rightarrow \text{دامنه} = \mathbb{R} - \{2, 5\}$$

توجه کنید که $x=2$ ریشه صورت هم است ولی جزء دامنه است.

۲۷. باقیمانده تقسیم مقابل کدام است؟

$$\frac{(x^2-2x-8)(x^2+3x-4)}{(x+1)(x^2-16)}$$

۶ (۴)

صفر (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا تقسیم را به صورت کسری می‌نویسیم و تا حد امکان ساده می‌کنیم.

$$\frac{(x^2-2x-8)(x^2+3x-4)}{(x+1)(x^2-16)} = \frac{(\cancel{x+4})(x+2)(\cancel{x-4})(x-1)}{(x+1)(\cancel{x-4})(\cancel{x+4})}$$

$$\Rightarrow (x+2)(x-1) \mid x+1$$

حال کافی است، ریشه مقسوم علیه را در مقسوم قرار دهیم.

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow (x + 2)(x - 1) = (-1 + 2)(-1 - 1) = 1 \times (-2) = -2$$

۲۸. به ازای چه مقدار a دو کسر $\frac{4}{2a}$ و $\frac{5}{1+a}$ با هم برابرند؟

۱۸ (۴)

۱۰ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{5}{1+a} = \frac{4}{2a} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 10a = 4 + 4a \rightarrow 10a - 4a = 4 \rightarrow 6a = 4 \rightarrow a = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

۲۹. چند تا از عبارت های زیر عبارت گویا هستند؟ ($a \neq -1, a \neq -x, a \in \mathbb{R}$)

$$\frac{2a}{a+1}, \frac{ax}{\sqrt{a+x}}, \frac{2a+\sqrt{2}}{3}, \frac{13}{y}, 1-x+x^2, (a-\sqrt{x})(a+\sqrt{x}), 2-a-x^{-1}$$

تا ۲ (۴)

تا ۳ (۳)

تا ۴ (۲)

تا ۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$2-a-x^{-1}, 1-x+x^2, \frac{13}{y}, \frac{2a+\sqrt{2}}{3}, \frac{2a}{a+1}$$

عبارت گویا هستند. (چند جمله ای ها نیز زیر مجموعه عبارت های گویا هستند).

۳۰. اگر $\sqrt{(-5)^4 a^5 b^3} = -25a^2 b \sqrt{ab}$ باشد، کدام مورد صحیح است؟

$b < 0$ و $a > 0$ (۴)

$b < 0$ و $a < 0$ (۳)

$b > 0$ و $a > 0$ (۲)

$b > 0$ و $a < 0$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ عبارت های زیررادیكال را طوری می نویسیم که توان های زوج داشته باشند:

$$\sqrt{(-5)^4 a^5 b^3} = \sqrt{(-5)^4 a^4 \times a \times b^2 \times b} = 25 \times |a^2| |b| \cdot \sqrt{ab}$$

حاصل برابر $-25a^2 b \sqrt{ab}$ شده است.

حاصل $|a^2| = a^2$ چون a^2 همواره عددی مثبت است، پس b عددی منفی خواهد بود و باتوجه به $\sqrt{ab}$ ، (عبارت زیررادیكال همواره عددی بزرگ تر یا مساوی صفر است).

پس a نیز بایستی مقداری منفی شود، در نتیجه $a < 0$ و $b < 0$

۳۱. اگر باقیمانده تقسیم عبارت $5x^2 - 4x + b$ بر عبارت $x - 2$ برابر ۹ باشد، b چقدر است؟

-۳ (۴)

۳ (۳)

-۲۱ (۲)

۲۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ نکته: اگر مقادیری که مقسوم علیه را صفر می کند در مقسوم قرار دهیم، مقدار به دست آمده برابر باقیمانده تقسیم است.

مقداری که مقسوم علیه را صفر می کند به دست می آوریم:

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

مقدار (۲) را در مقسوم جایگذاری می کنیم و حاصل را با مقدار باقیمانده (۹) مساوی قرار می دهیم.

$$5x^2 - 4x + b = 5(2)^2 - 4 \times 2 + b = 9$$

$$\Rightarrow 20 - 8 + b = 9$$

$$\Rightarrow 12 + b = 9$$

$$\Rightarrow b = 9 - 12$$

$$\Rightarrow b = -3$$

۳۲. کدام یک از عبارت های گویای زیر قابل ساده شدن است؟ (با فرض مخالف صفر بودن مخرج ها)

$\frac{4+x^2-4x}{-2+x}$ (۴)

$\frac{2x^2-16}{x^2-4}$ (۳)

$\frac{a^2+5}{a}$ (۲)

$\frac{3-x}{3-y}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{4 + x^2 - 4x}{-2 + x} = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} = \frac{(x - 2)^2}{x - 2} = x - 2$$

۳۳. حاصل عبارت $\frac{b^{-1} + a^{-1}}{\frac{ax + bx}{ab}}$ برابر کدام گزینه است؟

x (۴)

$\frac{1}{x}$ (۳)

$b + a$ (۲)

ab (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{b^{-1} + a^{-1}}{\frac{ax + bx}{ab}} = \frac{\frac{1}{b} + \frac{1}{a}}{\frac{x(a+b)}{ab}} = \frac{\frac{a+b}{ab}}{\frac{x(a+b)}{ab}} = \frac{\cancel{(a+b)} \cancel{(ab)}}{x \cancel{(ab)} \cancel{(a+b)}} = \frac{1}{x}$$

۳۴. حاصل عبارت $\frac{1}{\sqrt{10} - \sqrt{6} - 2} - \frac{1}{\sqrt{10} + \sqrt{6} + 2}$ کدام است؟

$-10 - \frac{\sqrt{6}}{6}$ (۴)

$\sqrt{10} + \frac{\sqrt{6}}{6}$ (۳)

$\frac{\sqrt{6}}{6} - 10$ (۲)

$-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{6}}{6}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ برای محاسبه حاصل عبارت ابتدا مخرج مشترک می گیریم:

$$\frac{1}{\sqrt{10} - \sqrt{6} - 2} - \frac{1}{\sqrt{10} + \sqrt{6} + 2} = \frac{\sqrt{10} + \sqrt{6} + 2 - (\sqrt{10} - \sqrt{6} - 2)}{(\sqrt{10} - \sqrt{6} - 2)(\sqrt{10} + \sqrt{6} + 2)}$$

$$\frac{2\sqrt{6} + 4}{(\sqrt{10} - (\sqrt{6} + 2))(\sqrt{10} + (\sqrt{6} + 2))}$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} \frac{2\sqrt{6} + 4}{(\sqrt{10})^2 - (\sqrt{6} + 2)^2} \xrightarrow{\text{اتحاد مربع دو جمله ای}} \frac{2\sqrt{6} + 4}{10 - (6 + 4\sqrt{6} + 4)}$$

$$= \frac{2\sqrt{6} + 4}{10 - (10 + 4\sqrt{6})} = \frac{2\sqrt{6} + 4}{10 - 10 - 4\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6} + 4}{-4\sqrt{6}}$$

$$\frac{2\sqrt{6} + 4}{-4\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{-4\sqrt{6}} + \frac{4}{-4\sqrt{6}} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$= -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{6}}{6}$$

۳۵. در رابطه مقدار n کدام گزینه است؟

$$\frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \frac{1}{10 \times 13} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{5}{64}$$

۲۱ (۴)

۱۹ (۳)

۲۳ (۲)

۱۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ رابطه صورت سؤال مربوط به کسره های تلسکوپی است.

$$\frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \frac{1}{10 \times 13} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$$

عبارت بالا را در ۳ ضرب می کنیم:

$$\frac{3}{4 \times 7} + \frac{3}{7 \times 10} + \frac{3}{10 \times 13} + \dots + \frac{3}{(3n-2)(3n+1)}$$

و کسر را به صورت زیر تفکیک می‌کنیم:

$$\frac{3}{4 \times 7} = \frac{7-4}{4 \times 7} = \frac{7}{4 \times 7} - \frac{4}{4 \times 7} = \frac{1}{4} - \frac{1}{7}$$

سایر کسر را نیز مانند نمونه تفکیک می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & \frac{3}{4 \times 7} + \frac{3}{7 \times 10} + \frac{3}{10 \times 13} + \dots + \frac{3}{(3n-2)(3n+1)} = \\ & \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{3n-2} - \frac{1}{3n+1} = \\ & \frac{1}{4} - \frac{1}{3n+1} \end{aligned}$$

حال عبارت به دست آمده را در $\frac{1}{3}$ ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3n+1} \right) &= \frac{1}{12} - \frac{1}{9n+3} = \frac{5}{64} \Rightarrow \frac{1}{12} - \frac{5}{64} = \frac{1}{9n+3} \\ \frac{16-15}{192} &= \frac{1}{192} = \frac{1}{9n+3} \Rightarrow 192 = 9n+3 \Rightarrow 9n = 189 \Rightarrow n = 21 \end{aligned}$$

۳۶. باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $-x^3 - 12 + 8x$ بر عبارت $x + 3$ برابر است با:

۱۵ (۴)

$4x + 3$ (۳)

-۹ (۲)

$-33x - 12$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ می‌دانیم ریشه مقسوم‌علیه در مقسوم، برابر باقیمانده است.

$$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$$

$$-(-3)^3 - 12 + 8(-3) = 27 - 12 - 24 = -9$$

۳۷. اگر $A = \frac{3}{2x-4}$ و $A + B = \frac{x}{2(x^2-4)}$ باشد عبارت B کدام گزینه است؟

$\frac{x-6}{x^2-4}$ (۴)

$\frac{-x-3}{x^2-4}$ (۳)

$\frac{-x+3}{(x-2)(x+2)}$ (۲)

$\frac{x+3}{x-2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ در $A + B$ به جای A را قرار می‌دهیم تا به دست آید:

$$\frac{3}{2x-4} + B = \frac{x}{2(x^2-4)}$$

$$\rightarrow B = \frac{x}{2(x^2-4)} - \frac{3}{2(x-2)} = \frac{x-3(x+2)}{2(x-2)(x+2)}$$

$$= \frac{x-3x-6}{2(x-2)(x+2)} = \frac{-2x-6}{2(x-2)(x+2)} = \frac{\cancel{2}(-x-3)}{\cancel{2}(x-2)(x+2)} = \frac{-x-3}{x^2-4}$$

۳۸. حاصل عبارت $2 + \frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x}$ برابر با کدام گزینه است؟ ($x \neq 1, -1$)

$\frac{4}{1-x^2}$ (۴)

$\frac{2(1+x^2)}{(1-x^2)}$ (۳)

$\frac{2(1+x^2)}{x^2-1}$ (۲)

$\frac{4}{x^2-1}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x} + \frac{2}{1} = \frac{(1+x)^2 + (1-x)^2 + 2(1-x)(1+x)}{(1-x)(1+x)}$$

$$= \frac{1+2x+x^2+1-2x+x^2+2(1-x^2)}{1-x^2} = \frac{2+2x^2+2-2x^2}{1-x^2} = \frac{4}{1-x^2}$$

۳۹. اگر $\frac{x-3y}{y} = 12$ آنگاه $\frac{x}{y}$ برابر است با:

۳ (۴)

۱۰ (۳)

۱۵ (۲)

۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{x-3y}{y} = 12 \Rightarrow \frac{x}{y} - 3 = 12 \Rightarrow \frac{x}{y} = 15$$

۴۰. اگر $A = \frac{x^2-9}{3x-9}$ باشد، حاصل $\frac{1}{A} - 1$ کدام است؟

☐ ۱ $\frac{x}{x+3}$
☐ ۲ $\frac{x+3}{x}$
☐ ۳ $-\frac{x}{x+3}$
☐ ۴ $-\frac{x+3}{x}$

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{1}{A} - 1 = \frac{3x-9}{x^2-9} - 1 = \frac{3x-9-x^2+9}{x^2-9} = \frac{-x(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{-x}{x+3}$$

۴۱. کدام گزینه یک عبارت یک جمله‌ای است؟ (اردییل - خرداد ۹۵)

☐ ۱ $7\sqrt{x}$
☐ ۲ 5
☐ ۳ $\frac{4}{x}$
☐ ۴ $8y^{-4}$

پاسخ: گزینه ۲ در سایر گزینه‌ها x در مخرج یا زیر رادیکال است که یک جمله‌ای محسوب نمی‌شود.

در هر یک از پرسش‌های زیر گزینه درست را انتخاب کنید.

پاسخ:

۴۲. کدام یک از عبارت‌های زیر گویا است؟

☐ ۱ $\frac{2}{x+1}$
☐ ۲ $\frac{x+3}{\sqrt{x}}$
☐ ۳ $\frac{x^2-1}{x-\sqrt{x}}$
☐ ۴ $\frac{|x|}{x}$

پاسخ: گزینه ۱

۴۳. حاصل عبارت $\frac{2x}{x^2+2x+1} + \frac{1}{x^2-1} - \frac{2}{1+x}$ برابر با کدام گزینه است؟

☐ ۱ $\frac{-x+3}{(x-1)(x+1)^2}$
☐ ۲ $\frac{x}{(x-2)}$
☐ ۳ $\frac{x+3}{(x-1)^2}$
☐ ۴ $\frac{x+2}{(x-2)(x-1)}$

پاسخ: گزینه ۱

برای جمع و تفریق عبارت‌های گویا ک.م.م مخرج‌ها را به عنوان مخرج مشترک در نظر می‌گیریم.

$$\frac{2x}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)(x-1)} - \frac{2}{1+x} = \frac{2x(x-1) + (x+1) - 2(1+x)(x-1)}{(x+1)^2(x-1)}$$

$$= \frac{2x^2 - 2x + x + 1 - 2(x^2 - 1)}{(x+1)^2(x-1)} = \frac{2x^2 - 2x + x + 1 - 2x^2 + 2}{(x+1)^2(x-1)} = \frac{3-x}{(x+1)^2(x-1)}$$

۴۴. حاصل عبارت $\frac{a^2b^2}{(1-2a+a^2)} \times \frac{(1-a^2)(a^2+3a+2)}{(a+2)(b^3a^2)(a+1)}$ برابر با کدام گزینه است؟

☐ ۱ $\frac{-(a+1)}{-a+1}$
☐ ۲ $\frac{-(a+1)}{b(a-1)}$
☐ ۳ $\frac{-a-1}{-ba-b}$
☐ ۴ $\frac{a+1}{b(a+1)}$

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا با استفاده از اتحادها، عبارت‌ها را تجزیه می‌کنیم تا به ساده‌ترین صورت بنویسیم:

$$\frac{\cancel{a}^2 \cancel{b}^2}{(a-1)^2} \times \frac{(1-a)(1+a)(\cancel{a+1})(\cancel{a+2})}{\cancel{b}^3 \cancel{a}^2 (\cancel{a+1})(\cancel{a+2})} = \frac{(1-a)(1+a)}{b(a-1)^2}$$

از ۱- در عبارت $a \neq 1$ فاکتور می‌گیریم:

$$\frac{-(\cancel{a-1})(1+a)}{b(\cancel{a-1})^2} = \frac{-(a+1)}{b(a-1)}$$

۴۵. حاصل عبارت $\frac{x^2-4x-5}{(x-5)^2} \div \frac{x^2-1}{-5+x}$ کدام گزینه است؟

☐ ۱ $\frac{1}{x-5}$
☐ ۲ $\frac{1}{x+5}$
☐ ۳ $(x-1)^{-1}$
☐ ۴ $(x+5)^{-2}$

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{x^2 - 4x - 5}{(x - 5)^2} \div \frac{x^2 - 1}{-5 + x} = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x - 5)^2} \times \frac{-5 + x}{x^2 - 1}$$

عبارت اول را در معکوس عبارت دوم ضرب کرده و سپس به ساده ترین صورت می نویسیم:

$$\frac{(x-5)(x+1)}{(x-5)^2} \times \frac{(x-5)}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{(x-1)} = (x-1)^{-1}$$

۴۶. باقیمانده تقسیم $4x^3 + 10x^2 + 4x + a$ بر $2x + 2$ برابر ۷- است. مقدار a کدام گزینه زیر است؟

- ۱ [۱] ۲ [۲] ۵ [۳] ۹ [۴]

پاسخ: گزینه ۴ نکته: برای تعیین باقیمانده چند جمله ای $P(x)$ بر $ax + b$ ، کافی است مقدار عددی $P(x)$ را به ازای $x = \frac{-b}{a}$ (ریشه عبارت $ax + b$ به دست می آوریم.

در واقع در $P(x)$ به جای x ریشه $ax + b$ را قرار دهیم.

باتوجه به نکته بالا داریم: $2x + 2 = 0 \rightarrow x = -1$

چون باقی مانده برابر ۷- است، پس در عبارت $P(x)$ به جای x ، ۱- را قرار می دهیم و برابر ۷ قرار می دهیم.

$$4x^3 + 10x^2 + 4x + a \xrightarrow{x=-1} 4(-1)^3 + 10(-1)^2 + 4(-1) + a = -7$$

$$-4 + 10 - 4 + a = -7 \rightarrow a = -9$$

۴۷. حاصل عبارت A کدام است؟

$$A = \frac{(\sqrt[5]{2}-1)(\sqrt[5]{2}-\sqrt[5]{2})(\sqrt[5]{2}-\sqrt[5]{3}) \cdots (\sqrt[5]{2}-\sqrt[5]{300})}{\sqrt[5]{2}}$$

- صفر [۱] $\sqrt[5]{2} - \sqrt[5]{300}$ [۲] $\frac{\sqrt[5]{4}}{10}$ [۳] $\frac{300}{\sqrt[5]{2}}$ [۴]

پاسخ: گزینه ۱ باتوجه به اینکه در صورت کسر مقدار $(\sqrt[5]{2} - \sqrt[5]{250})$ وجود دارد:

$$\sqrt[5]{2} - \sqrt[5]{125 \times 2} = \sqrt[5]{2} - \sqrt[5]{2} = 0$$

و حاصل ضرب هر عدد در صفر برابر صفر است.

۴۸. اگر باقیمانده تقسیم $3x^4 + ax^2 + b$ بر $x + 1$ برابر ۱ و بر $x - 2$ برابر ۲- باشد. مقدار $(a - b)^{-1}$ کدام است؟

- ۳۰ [۱] $\frac{1}{30}$ [۲] ۳۰ [۳] $-\frac{1}{30}$ [۴]

پاسخ: گزینه ۴ نکته: برای به دست آوردن باقیمانده تقسیم یک عبارت کفایت مقداری که مقسوم علیه را صفر می کند در مقسوم جایگذاری کنیم، عدد به دست آمده باقیمانده تقسیم است.

طبق نکته بالا باقیمانده تقسیم $3x^4 + ax^2 + b$ بر $x + 1$ و $x - 2$ به دست می آوریم:

$$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \text{ و } x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$$

در عبارت مقسوم به جای x ، ۱- را قرار می دهیم:

$$3x^4 + ax^2 + b = 3(-1)^4 + a(-1)^2 + b = 3 + a + b = 1$$

$$\Rightarrow a + b = -2 \quad (1)$$

و همچنین برای ۲ داریم:

$$3x^4 + ax^2 + b = 3(2)^4 + a(2)^2 + b = 48 + 4a + b = -2$$

$$\Rightarrow 4a + b = -50 \quad (2)$$

از (۱) و (۲)، a و b را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} a + b = -2 \\ 4a + b = -50 \end{cases}$$

$$3a = -48 \rightarrow a = -16, b = 14$$

$$(a-b)^{-1} = \frac{1}{a-b} = -\frac{1}{b-a}$$

۴۹. اگر $x + \frac{1}{x} = 5$ باشد، حاصل $\left(\frac{x^4-1}{x^3+x}\right)^2$ کدام است؟ (مخرج مخالف صفر فرض شده است).

۲۳ (۴)

۲۲ (۳)

۲۱ (۲)

۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا عبارت $\left(\frac{x^4-1}{x^3+x}\right)$ را ساده می‌کنیم.

$$\frac{x^4-1}{x^3+x} \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} \frac{(x^2-1)(x^2+1)}{x^3+x}$$

$$\xrightarrow{\text{فکتورگیری}} \frac{(x^2-1)\cancel{(x^2+1)}}{x\cancel{(x^2+1)}} = \frac{x^2-1}{x} = \frac{x^2}{x} - \frac{1}{x} = x - \frac{1}{x}$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} \quad (1)$$

حال طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5^2 \Rightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 25 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$$

آنگاه با جایگذاری $x^2 + \frac{1}{x^2}$ در عبارت (۱) داریم:

$$x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 23 - 2 = 21$$

۵۰. عبارت C به ازای چه مقادیری از x تعریف نشده است؟

$$C = \frac{x-1}{5x^2+2\sqrt{5}x+1} \div \frac{x^3-5x}{1-\sqrt{5}x}$$

$$\pm \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ و } 0 \text{ و } 1 \quad (4)$$

$$0 \text{ و } \pm\sqrt{5} \text{ و } \pm\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (3)$$

$$\pm \frac{\sqrt{5}}{5} \quad (2)$$

$$0 \text{ و } \pm\sqrt{5} \text{ و } \pm\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳ عبارت‌های گویا به ازای مقادیری که مخرج صفر شود تعریف نمی‌شوند پس مقادیری که مخرج را صفر می‌کند را مشخص می‌کنیم.

$$C = \frac{x-1}{5x^2+2\sqrt{5}x+1} \div \frac{x^3-5x}{1-\sqrt{5}x}$$

$$1 - \sqrt{5}x = 0 \Rightarrow \sqrt{5}x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$5x^2 + 2\sqrt{5}x + 1 = 0 \xrightarrow{\text{اتحاد مربع دو جمله‌ای}} (\sqrt{5}x + 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{5}x + 1 = 0 \Rightarrow \sqrt{5}x = -1 \Rightarrow x = \frac{-1}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

همچنین چون عبارت دوم معکوس خواهد شد، صورت عبارت دوم نیز باید مخالف صفر باشد.

$$x^3 - 5x = x(x^2 - 5) \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$$

۵۱. در تقسیم $x^2 - x + a$ بر $x - a$ خارج قسمت $x + 2$ و باقیمانده $3a$ شده است. مقدار a کدام است؟

-۴ (۴)

-۲ (۳)

۱ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ باتوجه به درستی رابطه تقسیم داریم:

$$\overline{x^2 - x + a} \quad \begin{array}{l} |x - a \\ x + 2 \\ \hline 3a \end{array}$$

باقیمانده + (مقسوم‌علیه $\times$ خارج قسمت) = مقسوم

$$x^2 - x + a = (x + 2)(x - a) + 3a$$

$$x^2 - x + a = x^2 + (2 - a)x - 2a + 3a$$

$$\Rightarrow \cancel{x^2} - x = \cancel{x^2} + (2 - a)x \Rightarrow -x = (2 - a)x$$

$$\Rightarrow 2 - a = -1 \Rightarrow -a = -1 - 2 \Rightarrow a = 3$$

۵۲. اگر a و b دو عدد حقیقی غیر صفر و عبارت $\frac{x+5}{ax^2+b}$ به ازای همه مقادیر x تعریف شده باشد، کدام گزینه همواره در مورد a و b درست است؟

(۴) $a - b < 0$

(۳) $\frac{a}{b} > 0$

(۲) $a + b > 0$

(۱) $ab < 0$

پاسخ: گزینه ۳ اگر این عبارت به ازای همه مقادیر x تعریف شده باشد، یعنی مخرج کسر صفر نمی شود.

$$ax^2 + b = 0 \rightarrow x^2 = \frac{-b}{a}$$

x^2 نمی تواند عددی منفی باشد، پس $\frac{b}{a}$ باید مثبت باشد، تا $-\frac{b}{a}$ عبارتی منفی شود که مخرج کسر بدون ریشه باشد.

۵۳. اگر $\frac{ax^2+ax}{2x^3+12x^2} \div \frac{x^2-1}{x^3+5x^2-6x} = 3$ باشد، آنگاه a برابر است با: (مخرج کسرها مخالف صفر فرض شده است.)

(۴) ۱۰

(۳) ۸

(۲) ۶

(۱) ۳

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{ax^2+ax}{2x^3+12x^2} \div \frac{x^2-1}{x^3+5x^2-6x} = 3 \Rightarrow \frac{ax(x+1)}{2x^2(x+6)} \div \frac{(x-1)(x+1)}{x(x^2+5x-6)}$$

$$= \frac{\cancel{a}\cancel{x}(x+1)}{\cancel{2}\cancel{x}(x+6)} \times \frac{\cancel{x}(x+6)(\cancel{x+1})}{(x-1)(x+1)} = 3 \Rightarrow \frac{a}{2} = 3 \Rightarrow a = 6$$

۵۴. ساده شده عبارت $-a - \frac{1-a}{a-1}$ کدام است؟

(۴) $-1 + a$

(۳) $a + 1$

(۲) $1 - a$

(۱) $-a - 1$

پاسخ: گزینه ۲ در صورت کسر $\frac{1-a}{a-1}$ از (-1) فاکتورگیری می کنیم:

$$-a - \frac{1-a}{a-1} = -a - \frac{-(\cancel{a-1})}{\cancel{a-1}} = -a - (-1) = -a + 1$$

۵۵. چه عبارتی را بر $x^2 - x - 6$ تقسیم کنیم تا حاصل آن برابر $\frac{3x}{x-3}$ شود؟

(۴) $9x^2$

(۳) $3x^2 + 6$

(۲) $3x^2 - 6x$

(۱) $6x + 3x^2$

پاسخ: گزینه ۱ باتوجه به اطلاعات مسئله به دنبال مقسوم تقسیم زیر هستیم:

$$\square \left| \begin{array}{r} x^2 - x - 6 \\ 3x \\ \hline \end{array} \right.$$

باتوجه به رابطه تقسیم داریم:

باقیمانده + مقسوم علیه $\times$ خارج قسمت = مقسوم

$$= \frac{3x}{x-3} \times (x^2 - x - 6)$$

$$= \frac{3x}{x-3} \times (x-3)(x+2)$$

$$= 3x(x+2) = 3x^2 + 6x$$

۵۶. اگر عبارت گویای $\frac{a+12}{a^2x-10a+12}$ به ازای $a = -2$ تعریف نشده باشد، آنگاه x چند است؟

(۴) -5

(۳) ۰

(۲) -8

(۱) ۸

پاسخ: گزینه ۲ هر عبارت گویا به ازای مقادیری که مخرج آن صفر شود، تعریف نشده است. پس مخرج کسر به ازای $a = -2$ باید برابر صفر شود.

$$a^2x - 10a + 12 = 0 \xrightarrow{a=-2} 4x + 20 + 12 = 0$$

$$4x = -32$$

$$x = -8$$

۵۷. عبارت مقابل به ازای چند مقدار حقیقی برای x تعریف نشده است؟

$$\frac{x + \sqrt{5}}{(x^6 + 1)(x^4 + 1)(x^2 - 5)}$$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ برای مشخص کردن مقادیری که عبارت گویا در آنها تعریف نشده کافی است، ریشه‌های مخرج را به دست آوریم:

$$\frac{x + \sqrt{5}}{(x^6 + 1)(x^4 + 1)(x^2 - 5)}$$

$$x^6 + 1 = 0 \Rightarrow x^6 = -1 \Rightarrow \text{امکان پذیر نیست}$$

$$x^4 + 1 = 0 \Rightarrow x^4 = -1 \Rightarrow \text{امکان پذیر نیست}$$

$$x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$$

۵۸. عبارت گویای $\frac{5x - 2}{ax^3 + bx - 7}$ به ازای $x = 1$ تعریف نشده است. حاصل $a + b$ کدام است؟

-۱۴ (۴)

۱۴ (۳)

-۷ (۲)

۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ عبارت‌های گویا به ازای مقادیری که مخرج برابر صفر شوند، تعریف نمی‌شوند، پس به ازای $x = 1$ مخرج برابر صفر است. پس مقدار $x = 1$ را در مخرج عبارت گویا قرار داده و آن را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$ax^3 + bx - 7 = 0, \underline{x = 1} \Rightarrow a + b - 7 = 0 \Rightarrow a + b = 7$$

۵۹. حاصل عبارت $\frac{\frac{2}{a-1} - \frac{4}{a^2-1}}{\frac{3}{a+1} - \frac{a+1}{a^2-1}}$ ، برابر با کدام گزینه است؟ (با فرض مخالف صفر بودن مخرج‌ها)

$\frac{2a-2}{a+1}$ (۴)

$\frac{a-1}{a-2}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{2a-1}{2a-2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{aligned} \frac{\frac{2}{a-1} - \frac{4}{a^2-1}}{\frac{3}{a+1} - \frac{a+1}{a^2-1}} &= \frac{\frac{2(a+1)-4}{a^2-1}}{\frac{3(a-1)-(a+1)}{a^2-1}} \\ &= \frac{2a+2-4}{2a-3-a-1} = \frac{2a-2}{+2a-4} = \frac{2(a-1)}{2(a-2)} = \frac{a-1}{a-2} \end{aligned}$$

۶۰. مساحت یک مثلث $1 - \frac{1}{2}x - 3x^2$ و قاعده آن برابر $3x - 2$ است. ارتفاع مثلث کدام است؟

$x - \frac{1}{2}$ (۴)

$2x - 1$ (۳)

$2x + 1$ (۲)

$x + \frac{1}{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ مساحت مثلث برابر است با:

$$\frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2}$$

$$3x^2 - \frac{1}{2}x - 1 = \frac{(3x-2) \times \text{ارتفاع}}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین}} 6x^2 - x - 2 = (3x-2) \times \text{وسطین}$$

$$\rightarrow \text{ارتفاع} = \frac{6x^2 - x - 2}{3x - 2} = 2x + 1$$

$$\begin{array}{r} 6x^2 - x - 2 \quad | \quad 3x - 2 \\ \underline{-6x^2 + 4x} \\ 3x - 2 \\ \underline{-3x + 2} \\ 0 \end{array}$$

خارج قسمت این تقسیم برابر ارتفاع مثلث است. $\rightarrow 2x + 1$

۶۱. خارج قسمت تقسیم $7 + 5x^2 + x^3$ بر $3x - 6$ کدام است؟

$$\frac{x^2}{3} + \frac{7x}{3} + \frac{14}{3} \quad \boxed{4}$$

$$\frac{x^2}{3} - \frac{7x}{3} - \frac{14}{3} \quad \boxed{3}$$

$$\frac{x^2}{3} - x - \frac{2}{3} \quad \boxed{2}$$

$$\frac{x^2}{3} - 7x + \frac{14}{3} \quad \boxed{1}$$

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{array}{r} x^3 + 5x^2 + 7 \quad | \quad 3x - 6 \\ \underline{-x^3 + 2x^2} \\ 7x^2 + 7 \\ \underline{-7x^2 + 14x} \\ 14x + 7 \\ \underline{-14x + 28} \\ 35 \end{array}$$

۶۲. عبارت $\frac{x(x-1)}{x^3-4x}$ به ازای چه مقادیری از x تعریف نشده است؟

$$-3 و 0 و 2 \quad \boxed{4}$$

$$0 و 2 و -2 \quad \boxed{3}$$

$$0 و -2 \quad \boxed{2}$$

$$2 و -2 \quad \boxed{1}$$

پاسخ: گزینه ۳ هر عبارت گویا در مقادیری که مخرج صفر می شود تعریف نشده است.

$$\frac{x(x-1)}{x^3-4x}$$

پس ریشه های $x^3 - 4x$ را به دست می آوریم:

$$x^3 - 4x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x(x-2)(x+2) = 0$$

پس مخرج به ازای مقادیر صفر، ۲ و -۲ صفر است.

۶۳. مقدار عددی عبارت $\frac{5b}{5a-5b} - \frac{a^2+ab}{a^2-b^2} + \frac{a+b}{-a-b}$ به ازای $a = 1396$ و $b = 2017$ کدام است؟

$$\text{صفر} \quad \boxed{4}$$

$$-2017 \quad \boxed{3}$$

$$-2 \quad \boxed{2}$$

$$1396 \quad \boxed{1}$$

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا صورت و مخرج هر کدام از عبارت های گویا را تجزیه می کنیم و آن ها را ساده می کنیم:

$$\frac{5b}{5a-5b} - \frac{a^2+ab}{a^2-b^2} + \frac{a+b}{-a-b} =$$

$$\frac{5b}{5(a-b)} - \frac{a(a+b)}{(a-b)(a+b)} + \frac{a+b}{-(a+b)}$$

$$= \frac{b}{a-b} - \frac{a}{a-b} - 1 \Rightarrow \frac{b-a}{a-b} - 1 = \frac{-(a-b)}{a-b} - 1$$

این عبارت به ازای هر a و b برابر -۲ است. (البته به جز ریشه های مخرج که عبارت گویا در آن ها تعریف نشده است).

۶۴. اگر $\frac{8x-10}{x^2-2x} + \frac{3}{2-x} = \frac{A}{x}$ باشد، مقدار A کدام است؟

- ۱) -۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) -۶

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا مخرج کسرها را تجزیه می‌کنیم و سپس مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{8x-10}{x^2-2x} + \frac{3}{2-x} = \frac{A}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{8x-10}{x(x-2)} + \frac{3}{-(x-2)} = \frac{A}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{8x-10}{x(x-2)} - \frac{3}{x-2} = \frac{A}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{5x-10}{x(x-2)} = \frac{A}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{5(\cancel{x-2})}{x(\cancel{x-2})} = \frac{A}{x} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{A}{x} \Rightarrow A = 5$$

۶۵. اگر باقیمانده تقسیم عبارت $2x^3 - 7x^2 + 5$ بر عبارت $x^2 - 8$ برابر $ax + b$ باشد، حاصل $3a + b$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۸ ۳) -۸ ۴) -۳

پاسخ: گزینه ۴ تقسیم را محاسبه کرده و باقیمانده آن را به دست می‌آوریم:

$$2x^3 - 7x^2 + 5 \quad | \quad x^2 - 8$$

$$-2x^3 + 16x$$

$$-7x^2 + 16x + 5$$

$$+7x^2 - 56$$

$$16x - 51 \Rightarrow a = 16, b = -51$$

$$\Rightarrow 3a + b = 3 \times 16 - 51 = -3$$

۶۶. حاصل عبارت $\frac{x-1}{x-y} - \frac{1+y}{y-x}$ برابر است با:

- ۱) ۱ ۲) $\frac{x+y}{x-y}$ ۳) $\frac{x-y}{x+y}$ ۴) $\frac{x+1}{x-y}$

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{x-1}{x-y} - \frac{1+y}{y-x} = \frac{x-1}{x-y} - \frac{1+y}{-(x-y)} = \frac{x-1}{x-y} + \frac{1+y}{x-y} = \frac{\cancel{x-1} + \cancel{1} + y}{x-y} = \frac{x+y}{x-y}$$

۶۷. حاصل کسر $\frac{2x^2 - 8x + 8}{2x - 4}$ کدام است؟

- ۱) $2x + 4$ ۲) $x + 2$ ۳) $x - 2$ ۴) $2x - 4$

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{2x^2 - 8x + 8}{2x - 4} = \frac{2(x^2 - 4x + 4)}{2(x-2)} = \frac{(x-2)^2}{(x-2)} = x-2$$

۶۸. اگر a و b عدد باشند و $a \otimes b = \frac{b^2}{a} - \frac{b}{a}$ باشد آن گاه $3 \otimes 6$ برابر است با:

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۱۲۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$3 \otimes 6 = \frac{6^2}{3} - \frac{6}{3} = \frac{36}{3} - \frac{6}{3} = 10$$

۶۹. اگر $\frac{1}{x} + \frac{7}{3x} = \frac{5}{6}$ مقدار x چند است؟

۴ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{1}{x} + \frac{7}{3x} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{3}{3x} + \frac{7}{3x} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{10}{3x} = \frac{5}{6} \Rightarrow 10x = 60 \Rightarrow x = 6$$

۷۰. اگر $A = a^2 - b^2$ ، $B = a^2 + b^2$ و $C = 2ab$ باشد، حاصل عبارت $\frac{A^2 - B^2}{C^2}$ ، برابر کدام گزینه است؟ ($a, b \neq 0$)

$\frac{a^2}{2b^2}$ (۴)

$-\frac{b^2}{2a^2}$ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{A^2 - B^2}{C^2} = \frac{(A - B)(A + B)}{C^2}$$

$$\frac{[(a^2 - b^2) - (a^2 + b^2)][(a^2 - b^2) + (a^2 + b^2)]}{(2ab)^2}$$

$$= \frac{[\cancel{a^2} - b^2 - \cancel{a^2} - b^2][\cancel{a^2} - \cancel{b^2} + a^2 + \cancel{b^2}]}{4a^2b^2} = \frac{(-2b^2)(2a^2)}{4a^2b^2} = \frac{\cancel{4} \cancel{a^2} \cancel{b^2}}{\cancel{4} \cancel{a^2} \cancel{b^2}} = -1$$

۷۱. اگر $a \neq b$ ، آن گاه حاصل عبارت $\frac{a}{a-b} + \frac{b}{b-a}$ کدام است؟

$\frac{1}{a-b}$ (۴)

$\frac{a+b}{a-b}$ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{a}{a-b} + \frac{b}{-(a-b)} = \frac{a}{a-b} + \frac{-b}{a-b} = \frac{a-b}{a-b} = 1$$

۷۲. ساده شده عبارت $\frac{(x^2 - 1)(x^2 - 4)}{x^2 - 3x + 2}$ برابر است با:

$x^2 + 3x + 2$ (۴)

$x^2 - 3x + 1$ (۳)

$x^2 + 3x - 2$ (۲)

$x^2 - 3x + 2$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{\overbrace{(x^2 - 1)}^{\text{مزدوج}} \overbrace{(x^2 - 4)}^{\text{مزدوج}}}{\underbrace{x^2 - 3x + 2}_{\text{جمله مشترک}}} = \frac{(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-1)} = (x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2$$

۷۳. کدام گزینه مقدار عددی عبارت جبری $\frac{-a^2 + b^2}{(a-b)(a+b)}$ را به ازای $a = -\frac{1}{2}$ و $b = 1$ نشان می دهد؟

-۱ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

۱ (۲)

$-\frac{5}{3}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ نکته: اتحاد مزدوج $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

$$\frac{-a^2 + b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{-a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = -1 \quad \text{صورت و مخرج قرینه‌ی یکدیگرند}$$

۷۴. کدام یک از عبارت‌های زیر گویا است؟ (مخرج کسرها مخالف صفر فرض شده است)

۴ $\frac{5+mn^2}{\sqrt{\lambda m}}$

۳ $\frac{2\sqrt{m}}{m+n}$

۲ $\frac{mn+m^2}{5-n}$

۱ $\frac{|m+n|}{n}$

پاسخ: گزینه ۲ در سایر گزینه‌ها رادیکال یا قدرمطلق وجود دارد که عبارت گویا نیستند.

۷۵. حاصل کدام عبارت برابر با ۱- می‌باشد.

۴ $\frac{6y+5}{5+6y}$

۳ $\frac{6x-1}{-1-6x}$

۲ $\frac{3x+7}{3x-7}$

۱ $\frac{2y-5}{5-2y}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{2y-5}{5-2y} = \frac{2y-5}{-(2y-5)} = -1$$

۷۶. حاصل عبارت $\frac{a-2}{2-a}$ کدام گزینه است؟

۴ -۲

۳ -۱

۲ ۲

۱ ۱

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{a-2}{2-a} = \frac{a-2}{-(a-2)} = -1$$

۷۷. اگر $x = t - \frac{1}{t}$ و $y = \frac{1}{t^2-1} + \frac{1}{t+1}$ باشند، حاصل $x \cdot y$ کدام است؟

۴ ۱

۳ ۲

۲ ۳

۱ ۴

پاسخ: گزینه ۴

$$x \cdot y = \left(t - \frac{1}{t}\right) \times \left(\frac{1}{t^2-1} + \frac{1}{t+1}\right) = \left(\frac{t^2-1}{t}\right) \left(\frac{1+t-1}{(t-1)(t+1)}\right) = \frac{(t-1)(t+1)}{t} \times \frac{t}{(t-1)(t+1)} = 1$$

۷۸. اگر $R(x)$ باقی‌مانده تقسیم عبارت $x^8 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ بر عبارت $x^3 - x$ باشد، $R(1)$ چه قدر است؟

۴ ۰

۳ ۱

۲ ۵

۱ ۳

پاسخ: گزینه ۲

$$x^8 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = (x^3 - x)Q(x) + R(x) \xrightarrow{x=1} 5 = 0 \times Q(1) + R(1) \Rightarrow R(1) = 5$$

۷۹. معادله $x - \frac{5}{x-7} = 7 - \frac{5}{x-7}$

۴ بی‌شمار ریشه دارد.

۳ ریشه ندارد.

۲ دو ریشه صحیح و برابر دارد.

۱ یک ریشه صحیح دارد.

پاسخ: گزینه ۳ دامنه عبارت $x \neq 7$ است. با حذف $\frac{5}{x-7}$ از طرفین معادله به $x = 7$ می‌رسیم. از آنجایی که این جواب جزء دامنه نیست، پس معادله، ریشه ندارد.

۸۰. اگر $a^2 + b^2 = 4ab$ باشد، مقدار کسر $\frac{a^2 + b^2}{ba^2 + b^2a}$ به ساده‌ترین شکل کدام است؟ ($a, b \neq 0, a \neq -b$)

۴ ۴

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{\overbrace{(a+b)(a^2+b^2-ab)}^{4ab}}{ab(a+b)} = \frac{3ab}{ab} = 3$$

۸۱. حاصل عبارت روبرو کدام است؟

$$\frac{x-8}{x^2-x-6} + \frac{x-2}{x-3}$$

۴ $\frac{x+3}{x+2}$

۳ $\frac{x-2}{x-3}$

۲ $\frac{x-4}{x-3}$

۱ $\frac{x+4}{x+2}$

پاسخ: گزینه ۱

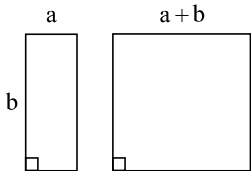
$$\frac{x-8}{x^2-1} + \frac{x-2}{x-3}$$

$\underbrace{x^2-1}_{\text{جمع دو عدد}} \quad \underbrace{x-2}_{\text{ضرب دو عدد}}$

$$= \frac{x-8}{(x-3)(x+2)} + \frac{x-2}{x-3} = \frac{(x-8) + (x+2)(x-2)}{(x-3)(x+2)} = \frac{x-8+x^2-4}{(x-3)(x+2)}$$

$$= \frac{x^2+x-12}{(x-3)(x+2)} = \frac{(x+4)(x-3)}{(x-3)(x+2)} = \frac{(x+4)}{(x+2)}$$

۸۲. باتوجه به شکل‌های زیر، در صورتی که مساحت مربع، پنج برابر مساحت مستطیل باشد، حاصل عبارت $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ کدام است؟



$4ab$ (۲)

۵۵ (۱)

$2ab$ (۴)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

مستطیل ΔS = مربع S

$$(a+b)^2 = \Delta ab \rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = \Delta ab \rightarrow a^2 + b^2 = \Delta ab - 2ab \rightarrow a^2 + b^2 = 3ab$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{3ab}{ab} = 3$$

۸۳. حاصل عبارت $\frac{-2x+2}{x^2-1} \div \frac{4x+4}{x^2+2x+1}$ کدام است؟

$-\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

-2 (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا باتوجه به تجزیه صورت و مخرج عبارت‌های گویا را ساده می‌کنیم و سپس آن را به ضرب تبدیل می‌کنیم و سپس شروع به ساده کردن کسرها می‌کنیم.

$$\frac{-2x+2}{x^2-1} \div \frac{4x+4}{x^2+2x+1} = \frac{-2(x-1)}{(x-1)(x+1)} \div \frac{4(x+1)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{-2(\cancel{x-1})}{(\cancel{x-1})(x+1)} \times \frac{(x+1)^2}{4(\cancel{x+1})} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

۸۴. اگر $\frac{v}{u} = 3$ ، $\frac{u}{z} = 4$ ، $\frac{y}{z} = 5$ و $\frac{x}{y} = 6$ ، آن‌گاه $\frac{x}{v}$ کدام است؟

۳۶۰ (۴)

۴۰ (۳)

۲۲٫۵ (۲)

۲٫۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{array}{l} \frac{v}{u} = 3 \\ \frac{u}{z} = 4 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{v}{u} \times \frac{u}{z} = 3 \times 4 = 12 = \frac{v}{z}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{v}{z} = 12 \\ \frac{z}{y} = \frac{1}{5} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{v}{z} \times \frac{z}{y} = 12 \times \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{12}{5} = \frac{v}{y}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{y} = 6 \\ \frac{v}{y} = \frac{12}{5} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{x}{y} \times \frac{y}{v} = 6 \times \frac{5}{12} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{2} = 2٫۵$$

۸۵. اگر عددهای طبیعی a, b, m, n در $\frac{m}{n} = \frac{a}{a+b}$ صدق کنند، $\frac{a}{b} - \frac{m}{n}$ برابر است با:

۱ (۱) $\frac{nb}{ma}$ (۲) $\frac{mb}{na}$ (۳) $\frac{ma}{nb}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ $\frac{a}{b} - \frac{m}{n}$ برابر است با $\frac{an-bm}{bn}$ و از $\frac{m}{n} = \frac{a}{a+b}$ نتیجه می شود $ma = na - mb$ پس $\frac{a}{b} - \frac{m}{n} = \frac{ma}{nb}$

۸۶. اگر $x + y = 1$ باشد، حاصل عبارت $\frac{y^2 - y}{x^2 - x}$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ اگر $x + y = 1$ پس $x = 1 - y$

$$\frac{y^2 - y}{(1 - y)^2 - (1 - y)} = \frac{y^2 - y}{1 + y^2 - 2y - 1 + y} = \frac{y^2 - y}{y^2 - y} = 1$$

۸۷. مقدار عددی عبارت $\frac{a^b + b^a + 3}{a - 2b}$ را به ازای $a = 2$ و $b = 3$ به دست آورید.

۴ (۱) -۴ (۲) ۵ (۳) -۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{a^b + b^a + 3}{a - 2b} = \frac{2^3 + 3^2 + 3}{2 - 2 \times 3} = \frac{8 + 9 + 3}{2 - 6} = \frac{20}{-4} = -5$$

۸۸. اگر اعداد a, b, m, n مخالف صفر باشند، حاصل عبارت $\frac{ma + mb}{\frac{a}{n} + \frac{1}{\frac{n}{b}}}$ کدام است؟

$\frac{m}{n}$ (۱) $\frac{-n^2}{(a+b)^2}$ (۲) $\frac{\circ}{m}$ (۳) $\frac{-b^2}{n^2}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا از m فاکتور می گیریم

$$\frac{ma + mb}{mn} = \frac{m(a+b)}{mn} = \frac{a+b}{n} = \frac{(a+b)n}{(a+b)n} = 1$$

نیز برابر با یک است.

۸۹. اگر $5x^3 + A + 1$ بر $x^2 + 2x - 1$ بخش پذیر باشد و A یک چند جمله ای درجه یک باشد، در این صورت A برابر است با:

-۱۵x + ۱۱ (۱) ۱۵x - ۱۱ (۲) ۲۵x - ۹ (۳) -۲۵x + ۹ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{array}{r} \delta x^3 + A + 1 \\ \overline{) x^2 + 2x - 1} \\ \delta x^3 + 10x^2 - 5x \\ \overline{) -10x^2 + (A + 5x) + 1} \\ -(-10x^2 - 20x + 10) \\ \hline 20x + A + 5x - 9 = 0 \\ A = -25x + 9 \end{array}$$

۹۰. اگر $ab = 6$ و $a^2 + b^2 = 37$ حاصل عبارت $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - \frac{1}{6}$ چند برابر حاصل عبارت $\frac{a^2 - b^2}{ba^3 - ab^3}$ می باشد؟

۶ (۱) ۹ (۲) ۱۸ (۳) ۳۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - \frac{1}{6} = \frac{aa + bb}{ab} - \frac{1}{6} = \frac{a^2 + b^2}{ab} - \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{37}{6} - \frac{1}{6} = \frac{37 - 1}{6} = \frac{36}{6} = 6$$

$$\frac{a^2 - b^2}{ba^3 - ab^3} = \frac{a^2 - b^2}{ab(a^2 - b^2)} = \frac{1}{ab} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{6}{1} = 36$$

۹۱. مجموع تمام اعضای مجموعه $A = \left\{ a \in \mathbb{Z} \mid \frac{2a^2 + 5a - 1}{a + 1} \in \mathbb{Z} \right\}$ کدام است؟

- ۱) ۰ ۲) ۴ ۳) -۲ ۴) -۶

پاسخ: گزینه ۴

$$2a^2 + 5a - 1 \mid \frac{a+1}{2a+3}$$

$$\frac{\pm 2a^2 \pm 2a}{3a-1} \Rightarrow A = 2a+3 - \frac{4}{a+1}$$

$$\frac{\pm 3a \pm 3}{-4}$$

برای اینکه عبارت بالا عددی صحیح باشد، باید $\frac{4}{a+1}$ عددی صحیح باشد ($a+1$ یکی از شمارنده‌های صحیح عدد ۴ است).

$$\left. \begin{array}{l} a+1=1 \Rightarrow a=0 \\ a+1=-1 \Rightarrow a=-2 \\ a+1=2 \Rightarrow a=1 \\ a+1=-2 \Rightarrow a=-3 \\ a+1=4 \Rightarrow a=3 \\ a+1=-4 \Rightarrow a=-5 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{مجموع}} -6$$

۹۲. اگر باقی‌مانده‌ی $x^2 + 4x + 2 - ax^{13} - x^{27}$ بر $x+1$ برابر ۳ باشد، مقدار a برابر است با:

- ۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۵ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳

مقسوم‌علیه را برابر با صفر قرار می‌دهیم و x بدست آمده را در مقسوم جایگذاری می‌کنیم:

$$x+1=0 \rightarrow x=-1$$

$$(-1)^{27} - a(-1)^{13} + (-1)^2 + 4(-1) + 2 = 3$$

$$\rightarrow -1 + a + 1 - 4 + 2 = 3 \rightarrow a - 2 = 3 \rightarrow a = 5$$

۹۳. ساده شده‌ی عبارت $\frac{x^2-4}{\frac{2}{x}+1} \div \frac{x^2-3x+2}{x}$ کدام گزینه می‌باشد؟

- ۱) $\frac{x^2}{x-1}$ ۲) $\frac{x-1}{x(x+1)}$ ۳) $\frac{2x}{x-1}$ ۴) $\frac{x-2}{x+1}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{x^2-4}{\frac{2}{x}+1} \div \frac{x^2-3x+2}{x} = \frac{x^2-4}{\frac{2+x}{x}} \times \frac{x}{x^2-3x+2}$$

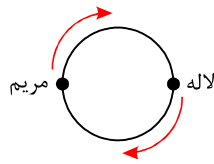
$$= \frac{x(x^2-4)}{x+2} \times \frac{x}{(x-2)(x-1)} = \frac{x^2 \cancel{(x-2)} \cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+2)} (x-1) \cancel{(x-2)}} = \frac{x^2}{x-1}$$

۹۴. لاله و مریم در دو سر قطری از استخر به شکل دایره ایستاده بودند و هم‌زمان، در جهت عقربه‌های ساعت شروع به دویدن دور استخر کردند. سرعت

لاله $\frac{9}{8}$ سرعت مریم بود. مریم تا قبل از این که لاله برای اولین بار به او برسد، چند دور کامل دور استخر دویده بود؟

- ۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۲

پاسخ: گزینه ۱ وقتی به هم می‌رسند لاله ۵/۰ دور بیشتر از مریم دویده است:



مسافتی که لاله دویده است
مسافتی که مریم دویده است

$9x + 0.5$	
x	۸

$$9x = 8x + 4 \rightarrow x = 4$$

۹۵. اگر $a^{2b} \times b^{2a} = a^{3b} \times b^{3a}$ حاصل $a^b \times b^a$ کدام است؟ (روبوکاپ - پنجمین دوره)

- ۱ ☐ $(-1)^a$ ۳ ☐ $-(-1)^a$ ۲ ☐ -1 ۴ ☐ ۱

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{a^{2b} \times b^{2a}}{2^{-b} \times 2^{-a} \times a^{-b} \times b^{-a}} = \frac{1}{2^{-a-b}} \times \frac{a^{2b}}{a^{-b}} \times \frac{b^{2a}}{b^{-a}} = 2^{a+b} \cancel{a^{3b}} \cancel{b^{3a}} = \cancel{a^{3b}} \cancel{b^{3a}}$$

$$= 2^{a+b} = 1 \rightarrow a+b=0 \rightarrow a=-b$$

$$\rightarrow a^b \times b^a = a^{-a} \times (-a)^a$$

$$= a^{-a} \times (-1)^a \times a^a = a^{-a+a} \times (-1)^a = 1 \times (-1)^a = (-1)^a$$

۹۶. ساده شده عبارت $3 + \frac{3\sqrt{x} - 2\sqrt{y}}{2\sqrt{y} - 3\sqrt{x}}$ کدام است؟

- ۱ ☐ -4 ۲ ☐ -2 ۳ ☐ $-3\sqrt{\frac{x}{y}}$ ۴ ☐ $-3\sqrt{\frac{y}{x}}$

پاسخ: گزینه ۱

$$-3 + \frac{3\sqrt{x} - 2\sqrt{y}}{2\sqrt{y} - 3\sqrt{x}} \times \frac{2\sqrt{y} + 3\sqrt{x}}{2\sqrt{y} + 3\sqrt{x}} = -3 + \frac{6\sqrt{xy} + 9x - 4y - 6\sqrt{xy}}{4y + 6\sqrt{xy} - 6\sqrt{xy} - 9x}$$

$$= -3 + \frac{9x - 4y}{4y - 9x} = -3 + (-1) = -4$$

نکته: صورت و مخرج قرینه اند پس ساده شده و به ۱- می‌رسد

در ابتدا مخرج کسر دوم را گویا کردیم، برای این کار صورت و مخرج آن را در مزدوج مخرج ضرب کردیم.

۹۷. به ازای چند عدد صحیح مثل n ، عبارت $\frac{2n^2 + 9n + 13}{n + 2}$ عددی صحیح است؟

- ۱ ☐ ۳ ☐ ۲ ☐ ۴ ☐ ۴

پاسخ: گزینه ۴ چندجمله‌ای صورت را به مخرج تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} 2n^2 + 9n + 13 \quad | \quad n + 2 \\ -(2n^2 + 4n) \\ \hline 5n + 13 \\ -(5n + 10) \\ \hline 3 \end{array}$$

پس می‌توانیم بنویسیم

$$\frac{2n^2 + 9n + 13}{n + 2} = 2n + 5 + \frac{3}{n + 2}$$

و در نتیجه $n + 2$ یکی از عددهای ۳- و ۱- یا ۳ است. پس n باید یکی از عددهای ۵- و ۳- و ۱- یا ۱ باشد.

۹۸. باقی‌مانده‌ی تقسیم عبارت $x^4 - 3x^2 + 2x - 10$ بر دو جمله‌ی $x^2 + 2$ کدام است؟

- ۱ ☐ $2x$ ۲ ☐ x ۳ ☐ $x - 2$ ۴ ☐ $x + 2$

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{array}{r} x^4 - 3x^2 + 2x - 10 \quad | \quad x^2 + 2 \\ \underline{-(x^2 + 2x)} \\ -5x^2 + 2x - 10 \\ \underline{+5x^2 + 10} \\ 2x \\ \hline \text{باقی مانده} \end{array}$$

خارج قسمت

۹۹. باقی مانده ی تقسیم $x^3 + x^2$ بر دو جمله ای $x - 1$ کدام است؟

- ۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۲

پاسخ: گزینه ۴

$$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \Rightarrow x^3 + x^2 \xrightarrow{x=1} 1^3 + 1^2 = 2$$

۱۰۰. کسر $\frac{53}{17}$ می تواند به صورت $3 + \frac{1}{x + \frac{1}{y}}$ نیز نوشته شود اگر x و y دو عدد باشند، آنگاه حاصل عبارت $x + y$ برابر است با:

- ۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{aligned} 3 + \frac{1}{x + \frac{1}{y}} &= \frac{53}{17} \Rightarrow \frac{1}{x + \frac{1}{y}} = \frac{53}{17} - 3 \\ \Rightarrow \frac{1}{x + \frac{1}{y}} &= \frac{53}{17} - \frac{51}{17} \Rightarrow \frac{1}{x + \frac{1}{y}} = \frac{2}{17} \end{aligned}$$

کسرهای دو طرف تساوی را معکوس می کنیم:

$$\begin{aligned} x + \frac{1}{y} &= \frac{17}{2} \Rightarrow x + \frac{1}{y} = 8 + \frac{1}{2} \\ \Rightarrow \frac{x}{1} &= \frac{17}{2} - \frac{1}{2} \rightarrow x + y = 10 \end{aligned}$$

۱۰۱. اگر $\frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = 2$ آنگاه حاصل $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$ برابر است با:

- ۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۲ با جایگزین مناسب در مخرج کسر دوم خواهیم داشت.

$$\frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$$

۱۰۲. حاصل عبارت مقابل به صورت ساده شده، کدام گزینه است؟ (مخرج کسرها مخالف صفر فرض شده است)

$$\frac{a^2 - 1}{a^3 b^2 - a^2 b^2} \div \frac{(a+1)^2}{a^2 b^2}$$

۱) $a+1$ ۲) $\frac{1}{a+1}$ ۳) $a-1$ ۴) $\frac{1}{a-1}$

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{a^2 - 1}{a^3 b^2 - a^2 b^2} \times \frac{a^2 b^2}{(a+1)^2} = \frac{\cancel{a^2} \cancel{b^2} (a-1)}{\cancel{a^3} \cancel{b^2} (a+1)} \times \frac{\cancel{a^2} \cancel{b^2}}{\cancel{a^2} \cancel{b^2} (a+1)} = \frac{1}{(a+1)}$$

۱۰۳. حاصل عبارت $\frac{b^2}{1-2c+c^2} \times \frac{1-c^2}{b^3}$ برابر است با:

$\frac{c+1}{b(c+1)}$ (۴)

$\frac{-c-1}{-bc-b}$ (۳)

$\frac{-(c+1)}{b(c-1)}$ (۲)

$\frac{-(c+1)}{-c+1}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

اتحاد مزدوج

$$\frac{b^2}{1-2c+c^2} \times \frac{1-c^2}{b^3} = \frac{\cancel{b^2}}{(1-c)^2} \times \frac{(1-c) \times (1+c)}{\cancel{b}^3} = \frac{(1+c)}{b(1-c)}$$

اتحاد مربع دو جمله ای

$$= \frac{1+c}{-b(c-1)} = \frac{-(c+1)}{(c-1)}$$

۱۰۴. اگر $\frac{A}{2x-1} + \frac{B}{x+1} = \frac{7x+1}{2x^2+x-1}$ ، آنگاه حاصل عبارت $A-B$ کدام است؟

-۵ (۴)

۵ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{A}{2x-1} + \frac{B}{x+1} = \frac{7x+1}{2x^2+x-1} = \frac{A(x+1)+B(2x-1)}{(2x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{Ax+A+2Bx-B}{2x^2+2x-x-1} = \frac{x(A+2B)+(A-B)}{2x^2+x-1} = \frac{7x+1}{2x^2+x-1}$$

مخرج‌ها برابر است

$$\rightarrow \begin{cases} x(A+2B)=7x \\ (A-B)=+1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A+2B=7 \\ -A+B=-1 \end{cases}$$

$$3B=6 \rightarrow B=\frac{6}{3}=2 \rightarrow B=2$$

$$A+2B=7 \Rightarrow A+2(2)=7 \rightarrow A+4=7 \rightarrow A=7-4 \rightarrow A=3$$

$$\Rightarrow A-B=3-2=1$$

۱۰۵. اگر $\frac{-7x+16}{x^2-4x} - \frac{3}{4-x} = \frac{M}{x}$ باشد، عدد M برابر است با:

-۶ (۴)

۱۶ (۳)

۴۴ (۲)

-۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{-7x+16}{x^2-4x} - \frac{3}{4-x} = \frac{-7x+16}{x(x-4)} - \frac{3}{-(x-4)} = \frac{-7x+16+3x}{x(x-4)}$$

$$= \frac{-4x+16}{x(x-4)} = \frac{-4(x-4)}{x(x-4)} = \frac{-4}{x} \Rightarrow \frac{-4}{x} = \frac{M}{x} \Rightarrow M=-4$$

۱۰۶. عبارت زیر به ازای چه مقداری از x تعریف نشده است؟

$$A = \frac{1+x}{(4x-x^2)(x^2+1)} \times \frac{2+x}{x^2+3x+2}$$

-۲، -۱، ۱، ۰ (۴)

۱، ۲، -۱، ۰ (۳)

۱، ۲، -۲، -۱ (۲)

۲، -۲، -۱، ۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱. مخرج‌ها را تجزیه کرده، سپس مساوی صفر قرار می‌دهیم تا مقادیری که به ازای آن مخرج، صفر و نامعین می‌شود، به دست آید. توجه شود که در هنگام به دست آوردن مقادیری که مخرج را صفر می‌کند حق نداریم عبارات را از صورت و مخرج ساده کنیم

$$A = \frac{1+x}{x(4-x^2)(x^2+1)} \times \frac{2+x}{(x+1)(x+2)}$$

$$A \text{ مخرج} = 0 \Rightarrow x(4-x^2)(x^2+1)(x+1)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow x=0 \text{ یا } 4-x^2=0 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2$$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1, \quad x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

دقت شود که عبارت $x^2 + 1$ به ازای هیچ مقداری صفر نمی‌شود و همواره مثبت است.

$$x = \{-2, -1, 0, 2\}$$

۱۰۷. ساده شده عبارت c کدام است؟

$$c = (2xy + 3y^2)^{-2} \div \frac{4x^2y - 12xy^2 + 9y^3}{4x^2 - 9y^2}$$

$$\frac{1}{y^2(2+3y)} \quad \text{[۴]}$$

$$\frac{1}{y^2(4x^2-9y^2)} \quad \text{[۳]}$$

$$\frac{y^2}{4x^2+9y^2} \quad \text{[۲]}$$

$$\frac{y}{4x^2-9y^2} \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۳

$$c = \frac{1}{(2xy + 3y^2)^2} \times \frac{4x^2y - 12xy^2 + 9y^3}{4x^2y - 12xy^2 + 9y^3} = \frac{1}{y^2(2x + 3y)^2} \times \frac{(2x - 3y)(2x + 3y)}{y(4x^2 - 12xy + 9y^2)}$$

$$= \frac{1}{y^2 \cancel{(2x+3y)}^2} \times \frac{\cancel{(2x-3y)} \cancel{(2x+3y)}}{y \cancel{(2x-3y)}^2} = \frac{1}{y^2(2x+3y)(2x-3y)} = \frac{1}{y^2(4x^2-9y^2)}$$

۱۰۸. مقدار عددی عبارت زیر به ازای $y = 3\sqrt{7}$ و $x = 2\sqrt{5}$ کدام گزینه است؟

$$\frac{x^2 - xy}{x^2 - y^2} + \frac{xy}{xy + x^2} + \frac{x^2 - 3x + 2}{(x-1)(x-2)}$$

$$2 \quad \text{[۴]}$$

$$-2 \quad \text{[۳]}$$

$$3 \quad \text{[۲]}$$

$$-1 \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا عبارت‌های صورت و مخرج را تجزیه کرده و سپس ساده می‌کنیم.

$$\frac{x^2 - xy}{x^2 - y^2} + \frac{xy}{xy + x^2} + \frac{x^2 - 3x + 2}{(x-1)(x-2)}$$

$$= \frac{x(x-y)}{(x-y)(x+y)} + \frac{xy}{x(x+y)} + \frac{(x-2)(x-1)}{(x-1)(x-2)} = \frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y} + 1 = \frac{x+y}{x+y} + 1 = 1 + 1 = 2$$

۱۰۹. ارشیا و آرش دو تایی با هم پاکتی از شیرینی به نسبت $\frac{7}{5}$ دارند. ارشیا ۱۴ تا شیرینی بیشتر از آرش برداشت. کل شیرینی‌های درون پاکت چقدر بوده است؟

$$26 \quad \text{[۴]}$$

$$49 \quad \text{[۳]}$$

$$56 \quad \text{[۲]}$$

$$84 \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۱

$$x = \text{تعداد شیرینی آرش}$$

$$y = \text{تعداد شیرینی ارشیا}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{7}{5} \Rightarrow y = \frac{7}{5}x$$

$$y - x = 14 \Rightarrow \frac{7}{5}x - x = 14 \Rightarrow \frac{2}{5}x = 14 \Rightarrow x = 35$$

$$y = \frac{7}{5}x = \frac{7}{5}(35) = 49$$

$$x + y = 49 + 35 = 84$$

۱۱۰. نسبت دو عدد برابر است با $\frac{2}{3}$. هنگامی که چهار واحد به هر یک از اعداد افزوده می‌شود نسبت آن‌ها $\frac{5}{7}$ می‌شود. حاصل جمع دو عدد اولیه (اصلی) برابر است با

$$40 \quad \text{[۴]}$$

$$35 \quad \text{[۳]}$$

$$30 \quad \text{[۲]}$$

$$25 \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{2}{3}y$$

$$\frac{x+4}{y+4} = \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{\frac{2}{3}y+4}{y+4} = \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{14}{3}y + 28 = 5y + 20$$

$$\frac{14}{3}y + 28 = \frac{5}{3}y + 20 \Rightarrow \frac{14}{3}y - \frac{5}{3}y = 20 - 28 \Rightarrow \frac{9}{3}y = -8 \Rightarrow y = -\frac{8}{3}$$

$$x = \frac{2}{3}y = \frac{2}{3}(-\frac{8}{3}) = -\frac{16}{9}$$

$$\Rightarrow x + y = -\frac{16}{9} - \frac{8}{3} = -\frac{16}{9} - \frac{24}{9} = -\frac{40}{9}$$

۱۱۱. فرض کنیم $x \times y = \frac{x \times y}{x + y}$ ، برای مثال $\frac{3 \times 4}{3 + 4} = 1$ با باقی‌مانده‌ی ۵. در این صورت اگر $5 \times x = 2$ با باقی‌مانده‌ی ۵ باشد،

چند است؟

۱۲ (۴)

۵ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$5 \times x = \frac{5 \times x}{5 + x}$$

$$5x = 2(x + 5) + 5 \Rightarrow 5x = 10 + 2x + 5 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 5$$

۱۱۲. اگر نسبت x به y برابر $\frac{3}{4}$ باشد و نسبت y به z برابر $\frac{3}{5}$ باشد آنگاه نسبت x به z چیست؟

$\frac{20}{9}$ (۴)

$\frac{9}{20}$ (۳)

$\frac{5}{4}$ (۲)

$\frac{4}{5}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{4}y \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{\frac{3}{4}y}{\frac{5}{3}y} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{3}} = \frac{9}{20}$$

۱۱۳. در یک مهدکودک نسبت پسرها به دخترها ۲ به ۳ است. اگر ۵ تا پسر اضافه شوند نسبت ۷ به ۱۰ می‌شود. تعداد دخترها برابر است با:

۱۵۰ (۴)

۱۲۵ (۳)

۱۰۰ (۲)

۷۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

تعداد پسرها = x

تعداد دخترها = y

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{3}{2}x$$

$$\frac{x+5}{y} = \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{x+5}{\frac{3}{2}x} = \frac{7}{10} \Rightarrow 10(x+5) = 7(\frac{3}{2}x)$$

$$\Rightarrow 10x + 50 = \frac{21}{2}x \Rightarrow \frac{1}{2}x = 50 \Rightarrow x = 100$$

$$y = \frac{3}{2}x = \frac{3}{2}(100) = 150$$

۱۱۴. اگر عبارت گویای $\frac{x+5}{x^2+ax+b}$ به ازای x مساوی با ۳ و -۴ تعریف نشده باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۱۳ (۴)

۱۱ (۳)

-۱۱ (۲)

-۱۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ مخرج این کسر به ازای $x = 3, -4$ برابر صفر است. بنابراین داریم:

$$\left. \begin{aligned} x=3 &\rightarrow 3^2+3a+b=0 \rightarrow 9+3a+b=0 \\ &\rightarrow 3a+b=-9 \\ x=-4 &\rightarrow (-4)^2-4a+b=0 \rightarrow 16-4a+b=0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{cases} -4a+b=-16 \\ -3a-b=9 \\ -7a=-7 \rightarrow a=1 \end{cases}$$

جایگذاری در

$$\rightarrow -4 \times 1 + b = -16 \rightarrow b = -12 \rightarrow a + b = -11$$

معادله‌ی بالا

۱۱۵. ساده شده‌ی عبارت روبه‌رو کدام است؟

$$\frac{3a^{12} - 6a^{30}}{2a^7 - 4a^{25}}$$

۴ $-\frac{2}{3}a^6$

۳ $-\frac{3}{2}a^7$

۲ $\frac{2}{3}a^4$

۱ $\frac{3}{2}a^5$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{3a^{12} - 6a^{30}}{2a^7 - 4a^{25}} = \frac{3a^{12}(1 - 2a^{18})}{2a^7(1 - 2a^{18})} = \frac{3a^{12}}{2a^7} = \frac{3}{2}a^5$$

۱۱۶. عبارت زیر به ازای کدام عدد تعریف نشده است؟

$$\frac{3}{((2x-1)^2)^3} + 4$$

۴ به ازای همگی مقادیر تعریف شده است.

۳ $\frac{1}{2}$

۲ $-\frac{2}{3}$

۱ -۱

پاسخ: گزینه ۴ باید مخرج کسر را برابر صفر قرار دهیم. مخرج این عبارت برابر است با:

$$((2x-1)^2)^3 + 4 = (2x-1)^6 + 4$$

این عبارت به ازای تمام مقادیر x عبارتی مثبت است و هیچ‌گاه برابر صفر نمی‌شود.

۱۱۷. به ازای چه مقدار x عبارت $A = \frac{x}{x} + \frac{2}{x-2} - \frac{3}{x^2-5x+6}$ تعریف نشده است؟

۴ $\{0, -2, -3\}$

۳ $\{1, 2, 3\}$

۲ $\{0, 2, 3\}$

۱ $\{2, 3\}$

پاسخ: گزینه ۲ مخرج‌ها را برابر صفر قرار می‌دهیم. توجه شود که حق ساده کردن را نداریم.

$$x = 0, x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$$

$$x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3) = 0 \Rightarrow x = 2, 3 \Rightarrow x = \{0, 2, 3\}$$

۱۱۸. به ازای کدام عدد زیر مقدار عبارت $\frac{x^2}{x^3}$ حداقل است؟

۴ -۲

۳ -۱

۲ ۱

۱ ۱۰۰

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{x^2}{x^3} = \frac{1}{x}$$

$$x = -1 \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{-1} = -1$$

۱۱۹. اگر دو جمله $\sqrt[3]{6}a^{(2m+3n-3)}b^{(2m-3n)}$ و $\frac{2}{3}a^{(n+4m-6)}b^{(3n-5)}c^{(k-6)}$ متشابه باشند، حاصل $3n + 2m - 2k$ برابر کدام گزینه است؟

۴ ۷

۳ ۵

۲ ۳

۱ ۱

پاسخ: گزینه ۱ توان‌های a باهم، b باهم و c باهم باید برابر باشد.

$$\begin{cases} 6n - 2m = 5 \\ -2n + 2m = 3 \\ 4n = 8 \rightarrow n = 2 \\ 2m = 6n - 5 = 12 - 5 = 7 \end{cases}$$

$$3n + 2m - 2K = 6 + 7 - 12 = 1$$

۱۲۰. در عبارت $\frac{5x-3}{x^2-4} \div \frac{3x-6}{2x-8}$ متغیر x چند عدد نمی‌تواند باشد؟ (باتغییر)

۴ ۰

۳ ۱

۲ ۲

۱ ۳

پاسخ: گزینه ۱ می‌دانیم عبارت‌های گویا به ازای ریشه‌های مخرج تعریف نشده‌اند. برای به دست آوردن ریشه‌های مخرج، عبارت مورد نظر را نباید ساده کنیم.

$$\frac{5x-3}{x^2-4} \div \frac{3x-6}{2x-8} = \frac{x^2-4}{3x-6} \cdot \frac{2x-8}{3x-6}$$

$$\begin{cases} x^2-4 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm 2 \\ 2x-8 \neq 0 \Rightarrow x \neq 4 \\ \frac{3x-6}{2x-8} \neq 0 \Rightarrow 3x-6 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2 \end{cases} \Rightarrow x \neq \pm 2, 4 \quad (\text{این سه عدد نمی توانند باشند})$$

۱۲۱. اگر $A = \frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}$ ، $B = \frac{1-A}{1+A}$ و $C = \frac{1-B}{1+B}$ سه عبارت گویا باشند. کدام یک از گزینه ها درست است؟

$A=B+C$ (۴)

$B=C$ (۳)

$A=C$ (۲)

$A=B$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

عبارت ها را ساده می کنیم:

$$A = \frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}} = \frac{\frac{x-1}{x}}{\frac{x+1}{x}} = \frac{x-1}{x+1}$$

مقدار A را در معادله B جایگذاری می کنیم:

$$B = \frac{1-A}{1+A} = \frac{1-\frac{x-1}{x+1}}{1+\frac{x-1}{x+1}} = \frac{\frac{x+1-(x-1)}{x+1}}{\frac{x+1+x-1}{x+1}} = \frac{\frac{x+1-x+1}{x+1}}{\frac{2x}{x+1}} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{\frac{2}{x+1}}{\frac{2x}{x+1}} = \frac{2}{x+1} \times \frac{x+1}{2x} = \frac{1}{x}$$

حال مقدار B را در معادله C قرار می دهیم.

$$C = \frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}$$

در نتیجه: $A=C$

۱۲۲. اگر $\frac{A}{x-3} + \frac{B}{3x-x^2} = \frac{x+5}{x}$ باشد، حاصل $Ax-B$ کدام است؟

$x-13$ (۴)

$x+17$ (۳)

$x^2+2x-15$ (۲)

x^2-9 (۱)

پاسخ: گزینه ۲ عبارت را تا حد امکان ساده می کنیم و مخرج مشترک می گیریم:

$$\frac{A}{x-3} - \frac{B}{x^2-3x} = \frac{x+5}{x} \Rightarrow \frac{A}{(x-3)} - \frac{B}{x(x-3)} = \frac{x+5}{x} \Rightarrow \frac{Ax-B}{x(x-3)} = \frac{x+5}{x}$$

کسر مساوی عبارت گویای $\frac{x+5}{x}$ است با ضرب صورت و مخرج آن در $x-3$ داریم:

$$\frac{x+5}{x} = \frac{(x+5)(x-3)}{x(x-3)} = \frac{Ax-B}{x(x-3)} \Rightarrow x^2+2x-15 = Ax-B$$

۱۲۳. در تجزیه عبارت $x^6-14x^4+49x^2-36$ کدام عامل وجود ندارد؟

$x+1$ (۴)

$x-2$ (۳)

$x-3$ (۲)

$x+4$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ نکته: اگر ریشه مقسوم علیه در مقسوم صدق کند، یعنی عامل مقسوم علیه در تجزیه مقسوم وجود دارد.

بررسی گزینه ها:

گزینه ۱: با جایگذاری:

$$x+4=0 \Rightarrow x=-4$$

$$(-4)^6 - 14(-4)^4 + 49(4)^2 - 36 = 4096 - 3584 + 784 - 36 = 1260$$

پس $x + 4$ در تجزیه عبارت وجود ندارد.

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \quad \text{گزینه ۲:}$$

با جایگذاری ۳ داریم:

$$3^6 - 14(3)^4 + 49(3)^2 - 36 = 729 - 1134 + 441 - 36 = 0$$

پس عامل $x - 3$ وجود دارد.

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \quad \text{گزینه ۳:}$$

با جایگذاری ۲ در عبارت $x^6 - 14x^4 + 49x^2 - 36$ داریم:

$$2^6 - 14(2)^4 + 49(2)^2 - 36 = 64 - 224 + 196 - 36 = 0$$

پس عامل $x - 2$ وجود دارد.

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \quad \text{گزینه ۴:}$$

با جایگذاری -1 در عبارت $x^6 - 14x^4 + 49x^2 - 36$ داریم:

$$(-1)^6 - 14(-1)^4 + 49(-1)^2 - 36 = 1 - 14 + 49 - 36 = 0$$

پس عامل $x + 1$ وجود دارد.

۱۲۴. حاصل کدام گزینه، با بقیه گزینه‌ها متفاوت است؟ (مخرج همه کسرها مخالف صفر است.)

$$\frac{2a - 3b - 6a}{4a + 3b} \quad \text{[۴]}$$

$$\frac{a^2 - 9}{(3 - a)(3 + a)} \quad \text{[۳]}$$

$$\frac{a^2 - 2a + 1}{2a - a^2 - 1} \quad \text{[۲]}$$

$$\frac{a - 3}{a + 3} \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۱ بررسی گزینه‌ها:

حاصل هر یک از گزینه‌ها را حساب می‌کنیم.

گزینه ۱:

$$\frac{a - 3}{a + 3}$$

گزینه ۲:

$$\frac{(a^2 - 2a + 1)}{2a - a^2 - 1} = -1$$

$$-(a^2 - 2a + 1)$$

$$\frac{(a + 3)(a - 3)}{-(a - 3)(a + 3)} = -1$$

گزینه ۳:

$$\frac{-4a - 3b}{4a + 3b} = \frac{-(4a + 3b)}{4a + 3b} = -1$$

گزینه ۴:

تنها گزینه ۱ حاصلی متفاوت دارد.

۱۲۵. حاصل عبارت مقابل کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

$$\left(\frac{1}{2^a - 1} + \frac{1}{2^a + 1} \right) \div \frac{2}{2^a - 1} = ?$$

$$2^{-a} \quad \text{[۴]}$$

$$2^a \quad \text{[۳]}$$

$$2^{a-1} \quad \text{[۲]}$$

$$2^{a+1} \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا حاصل جمع داخل پرانتز را محاسبه می‌کنیم:

$$\left(\frac{1}{2^a - 1} + \frac{1}{2^a + 1} \right) \div \frac{2}{2^a - 1} =$$

$$\left(\frac{2^a + 1 + 2^a - 1}{(2^a - 1)(2^a + 1)} \right) \div \frac{2}{2^a - 1} = \frac{2 \times 2^a}{(2^a)^2 - 1^2} \div \frac{2}{2^a - 1}$$

$$= \frac{2 \times 2^a}{(2^a)^2 - 1} \times \frac{2^a - 1}{2} = \frac{2 \times 2^a}{2^a - 1} \times \frac{2^a - 1}{2} = 2^a$$

۱۲۶. ساده شده عبارت $\frac{\frac{1}{1-x} - \frac{x}{1+x}}{\frac{1}{1+x} + \frac{x}{1-x}}$ کدام است؟

۱ + x (۴)

۱ - x (۳)

x (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{\frac{1}{1-x} - \frac{x}{1+x}}{\frac{1}{1+x} + \frac{x}{1-x}} = \frac{\frac{1+x-x(1-x)}{(1-x)(1+x)}}{\frac{1-x+x(1+x)}{(1+x)(1-x)}} =$$

$$\frac{1+x-x+x^2}{(1-x)(1+x)} = \frac{1+x^2}{(1-x)(1+x)} = 1$$

۱۲۷. n عددی صحیح و مثبت است به جای n چه عددی قرار دهیم که ۳n - ۶ بر n - ۱ بخش پذیر شود؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{3n-6}{n-1} = \frac{3(n-2)}{n-1} = \frac{3(n-1-1)}{n-1} = \frac{3(n-1)-3}{n-1} =$$

$$= \frac{3(n-1)}{n-1} - \frac{3}{n-1} = 3 - \frac{3}{n-1}$$

باید حاصل این عبارت یک عدد صحیح و مثبت شود بنابراین باید $\frac{3}{n-1}$ یک عدد صحیح شود با توجه به گزینه ها $n = 4$ قابل قبول است.

۱۲۸. باقی مانده ی تقسیم چندجمله ای $x^5 + x^2 + x + 5$ بر $x^2 - 1$ برابر است با:

۴ (۴)

x + 5 (۳)

2x + 6 (۲)

x + 1 (۱)

پاسخ: گزینه ۲ چون $x^5 - 1$ و $x^2 - 1$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیرند، عبارت را به شکل

$$x(x^{3002} - 1) + x + (x^2 - 1) + 1 + x + 5$$

می نویسیم. باقی مانده برابر است با:

$$x + 1 + x + 5 = 2x + 6$$

۱۲۹. مقدار $m + n$ را طوری بیابید که باقی مانده ی تقسیم $2x^4 + mx^2 + n$ بر $x + 1$ برابر ۳- و بر $x - 2$ برابر ۳ باشد.

+7 (۴)

-7 (۳)

+5 (۲)

-5 (۱)

پاسخ: گزینه ۱ نکته: برای به دست آوردن باقی مانده ی تقسیم یک عبارت جبری بر مقسوم علیه با درجه ی یک (به صورت کلی $ax + b$)، به این صورت عمل می کنیم، ابتدا مقسوم علیه را برابر صفر قرار داده، ریشه ی به دست آمده را به جای متغیر به کار رفته در مقسوم جایگذاری می کنیم. حاصل به دست آمده، برابر باقی مانده است.

$$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \xrightarrow{\text{جایگذاری در مقسوم}} 2 \times (-1)^4 + m \times (-1)^2 + n$$

$$= 2 + m + n \rightarrow 2 + m + n = -3 \rightarrow m + n = -5$$

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \xrightarrow{\text{جایگذاری در مقسوم}} 2 \times (2)^4 + m \times (2)^2 + n = 32 + 4m + n$$

$$\rightarrow 32 + 4m + n = 3 \rightarrow 4m + n = -29$$

حال با حل دستگاه مقابل، m و n را می یابیم:

$$\begin{array}{rcl} m + n = -5 & \xrightarrow{\times(-1)} & -m - n = 5 \\ 4m + n = -29 & \longrightarrow & \underline{4m + n = -29} \\ & & 3m = -24 \rightarrow m = -8 \end{array}$$

$$m + n = -5 \xrightarrow{m=-8} -8 + n = -5 \rightarrow n = +3 \quad m + n = -8 + 3 = -5$$

۱۳۰. اگر چند جمله‌ای $20x^3 + 23x^2 - 10x + a$ بر $4x + 3$ بخش پذیر باشد، مقدار a کدام است؟ $(x \neq \frac{-3}{4})$

۱۲ (۱) -12 (۲) 24 (۳) -24 (۴)

پاسخ: گزینه ۲ مقسوم را بر مقسوم علیه تقسیم کرده و باقی مانده را برابر صفر قرار می دهیم.

$$\begin{array}{r} 20x^3 + 23x^2 - 10x + a \quad | \quad 4x + 3 \\ \underline{20x^3 + 15x^2} \\ 8x^2 - 10x + a \\ \underline{8x^2 + 6x} \\ -16x + a \\ \underline{-16x + 12} \\ a + 12 \end{array}$$

$$\rightarrow a + 12 = 0 \rightarrow a = -12$$

۱۳۱. اگر چند جمله‌ای $12x^4 + a + 31x^2$ بر چند جمله‌ای $3x^2 + 4$ بخش پذیر باشد، آنگاه مقدار a برابر است با:

۲۰ (۴) 18 (۳) 16 (۲) 12 (۱)

پاسخ: گزینه ۴ تقسیم را انجام داده و باقی مانده را برابر صفر قرار می دهیم.

$$\begin{array}{r} 12x^4 + 31x^2 + a \quad | \quad 3x^2 + 4 \\ \underline{12x^4 + 16x^2} \\ 15x^2 + a \\ \underline{15x^2 + 20} \\ a - 20 \end{array}$$

$$\rightarrow a - 20 = 0 \rightarrow a = 20$$

۱۳۲. اگر باقی مانده‌ی تقسیم $3x^2 - 5x + b$ بر $x - 2$ برابر -5 باشد، b چقدر است؟

-7 (۴) 8 (۳) -8 (۲) 7 (۱)

پاسخ: گزینه ۴ تقسیم را انجام می دهیم و باقی مانده را برابر -5 قرار می دهیم تا b به دست آید.

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 5x + b \quad | \quad x - 2 \\ \underline{3x^2 - 6x} \\ x + b \\ \underline{-x + 2} \\ b + 2 \end{array}$$

$$\rightarrow b + 2 = -5 \rightarrow b = -5 - 2 \rightarrow b = -7$$

۱۳۳. باقی مانده‌ی تقسیم عبارت $5x^3 + 11x^2 + x + a$ بر $1 + x$ برابر با 4 می باشد. مقدار a کدام است؟

-1 (۴) -3 (۳) -2 (۲) 1 (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{array}{r} 5x^3 + 11x^2 + x + a \quad | \quad x + 1 \\ \underline{5x^3 + 5x^2} \\ 6x^2 + x + a \\ \underline{6x^2 + 6x} \\ -5x + a \\ \underline{-5x - 5} \\ a + 5 \end{array}$$

$$\rightarrow a + 5 = 4 \rightarrow a = 4 - 5 = -1 \rightarrow a = -1$$

۱۳۴. اگر باقی مانده‌ی تقسیم $3x^2 - 6x + a$ بر $x - 1$ برابر 2 باشد، مقدار a کدام است؟

5 (۴) 1 (۳) -2 (۲) 2 (۱)

گزینه ۴: پاسخ

$$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow 3x^2 - 6x + a \xrightarrow{x=1} 3 - 6 + a = 2 \rightarrow -3 + a = 2 \rightarrow a = 5$$

۱۳۵. حاصل تقسیم زیر کدام است؟

$$(x^2 + 2x - 35)(x^2 - 2x - 35) \overline{) x^2 - 25}$$

$$x^2 - 49 \quad \boxed{4}$$

$$x^2 + 14x - 49 \quad \boxed{3}$$

$$x^2 - 14x + 49 \quad \boxed{2}$$

$$x^2 + 49 \quad \boxed{1}$$

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{array}{r} \text{جمع دو عدد} \quad \quad \quad \text{جمع دو عدد} \\ \uparrow \quad \quad \quad \uparrow \\ (x^2 + 2x - 35)(x^2 - 2x - 35) \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ \text{ضرب دو عدد} \quad \quad \quad \text{ضرب دو عدد} \end{array}$$

$$= (x + 7)(x - 5)(x - 7)(x + 5) = (x^2 - 49)(x^2 - 25) \Rightarrow \frac{(x^2 - 49)(x^2 - 25)}{(x^2 - 25)} = x^2 - 49$$

۱۳۶. باقی مانده ی تقسیم $x^2 + 7x + 1395$ بر $x^2 - 1$ کدام است؟

$$6 \quad \boxed{4}$$

$$2x + 8 \quad \boxed{3}$$

$$x + 6 \quad \boxed{2}$$

$$x + 8 \quad \boxed{1}$$

پاسخ: گزینه ۱ نکته: برای یافتن باقی مانده ی یک عبارت جبری بر $a - x^2$ کافی است به جای x^2 در عبارت مقسوم مقدار a را قرار دهیم. طبق نکته داریم:

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1$$

پس مقدار x^{1394} نیز برابر ۱ است.

$$x^{1395} + x^2 + 7 = x(x^{1394}) + x^2 + 7 = (x \times 1) + 1 + 7 = x + 8$$

۱۳۷. اگر باقی مانده ی تقسیم عبارت $5x^2 - 7x^3 + 2x^2$ بر عبارت $2 - x^2$ برابر $ax + b$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

$$-13 \quad \boxed{4}$$

$$-5 \quad \boxed{3}$$

$$5 \quad \boxed{2}$$

$$13 \quad \boxed{1}$$

پاسخ: گزینه ۳

$$2x^3 - 7x^2 + 5 \overline{) x^2 - 2}$$

$$\begin{array}{r} - 2x^3 + 4x \\ \hline - 7x^2 + 4x + 5 \\ + 7x^2 - 14 \\ \hline 4x - 9 \end{array}$$

$$\Rightarrow 4x - 9 = ax + b \Rightarrow a = 4, b = -9 \Rightarrow a + b = 4 - 9 = -5$$

۱۳۸. خارج قسمت تقسیم $x^4 - y^4$ بر $x + y$ کدام است؟

$$x^3 + x^2y - xy^2 + y^3 \quad \boxed{4}$$

$$x^3 - x^2y + xy^2 - y^3 \quad \boxed{3}$$

$$x^3 - 2x^2y - y^3 \quad \boxed{2}$$

$$x^3 - y^3 \quad \boxed{1}$$

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{x^4 - y^4}{x + y} = \frac{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}{x + y} = \frac{(x + y)(x - y)(x^2 + y^2)}{(x + y)}$$

$$= (x - y)(x^2 + y^2) = x^3 + xy^2 - yx^2 - y^3$$

۱۳۹. باقی مانده ی تقسیم عبارت $10x - 5x^2 + 3x^4$ بر دو جمله ای $3 + x^2$ برابر است با:

$$3x - 12 \quad \boxed{4}$$

$$2x + 32 \quad \boxed{3}$$

$$2x + 18 \quad \boxed{2}$$

$$4x - 1 \quad \boxed{1}$$

پاسخ: گزینه ۳

$$3x^4 - 5x^2 + 10x - 10 \overline{) x^2 + 3}$$

$$\begin{array}{r} - 3x^4 + 9x^2 \\ \hline - 14x^2 + 2x - 10 \\ + 14x^2 + 42 \\ \hline 2x + 32 \end{array}$$

۱۴۰. اگر $\frac{x-1}{x} = y$ و $\frac{y+1}{y} = x$ در این صورت مقدار $x - y$ برابر است با:

- ۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۳ ۴) -۳

پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} \frac{x-1}{x} = y &\Rightarrow x-1 = xy \\ \frac{y+1}{y} = x &\Rightarrow 1+y = xy \end{aligned} \right\} \Rightarrow x-1 = y+1 \rightarrow x-y=2$$

۱۴۱. اگر عددهای طبیعی a, b, m, n در $\frac{m}{n} = \frac{a}{a+b}$ صدق کنند $\frac{a}{b} - \frac{m}{n}$ برابر است با:

- ۱) ۰ ۲) $\frac{nb}{ma}$ ۳) $\frac{ab}{nm}$ ۴) $\frac{ma}{nb}$

پاسخ: گزینه ۴ $\frac{a}{b} - \frac{m}{n}$ برابر است با $\frac{an-mb}{bn}$ و از $\frac{m}{n} = \frac{a}{a+b}$ نتیجه می‌شود $ma = na - mb$. پس $\frac{a}{b} - \frac{m}{n} = \frac{ma}{nb}$

۱۴۲. حاصل عبارت زیر، در کدام گزینه آمده است؟ (با فرض: مخرج‌ها $\neq 0$)

$$\frac{2-n}{n^2-3n+2} + \frac{2}{n+2} = ?$$

۱) $\frac{4-n}{(n^2-3n+2)(n+2)}$ ۲) $\frac{4-n}{n^2-2n+4}$ ۳) $\frac{4n}{(n-1)(n+2)}$ ۴) $\frac{n-4}{n^2+n-2}$

پاسخ: گزینه ۴ مخرج‌ها را تجزیه کرده و بین آنها مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \frac{2-n}{n^2-3n+2} + \frac{2}{n+2} &= \frac{(2-n)}{(n-1)(n-2)} + \frac{2}{n+2} \\ &= \frac{-\cancel{(n-2)}}{(n-1)\cancel{(n-2)}} + \frac{2}{n+2} = \frac{-1}{n-1} + \frac{2}{n+2} \\ &= \frac{-1(n+2) + 2(n-1)}{(n-1)(n+2)} = \frac{-n-2+2n-2}{(n-1)(n+2)} = \frac{n-4}{n^2+n-2} \end{aligned}$$

۱۴۳. به ازای چه مقادیری از عبارت $A = \frac{x+2}{x} + \frac{2}{x-2} - \frac{2}{x^2-5x+6}$ تعریف نشده است؟

- ۱) $\{2, 3\}$ ۲) $\{0, 2, 3\}$ ۳) $\{1, \pm 2, 3\}$ ۴) $\{1, 2, 3\}$

پاسخ: گزینه ۲ باید مخرج کسرها را برابر صفر قرار دهیم:

$$x = 0, \quad x-2 = 0 \rightarrow x = 2, \quad x^2-5x+6 = (x-3)(x-2) = 0$$

$$\begin{aligned} \rightarrow (x-3) &= 0 \rightarrow x = 3 \\ (x-2) &= 0 \rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

بنابراین عبارت داده شده به ازای $x = \{0, 2, 3\}$ تعریف نشده است.

۱۴۴. اگر $\frac{8x-6}{x^2-3x} + \frac{6}{3-x} = \frac{c}{x}$ باشد، عدد c کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) -۲

پاسخ: گزینه ۱ حاصل عبارت سمت چپ را حساب می‌کنیم و با عبارت سمت راست مساوی قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} \frac{8x-6}{x^2-3x} + \frac{6}{3-x} &= \frac{c}{x} \rightarrow \frac{8x-6}{-x(3-x)} + \frac{6}{(3-x)} \\ &= \frac{8x-6-6x}{-x(3-x)} = \frac{2x-6}{-x(3-x)} = \frac{-2(3-x)}{-x(3-x)} \\ &= \frac{-2}{-x} = \frac{2}{x} \rightarrow \frac{2}{x} = \frac{c}{x} \rightarrow c = 2 \end{aligned}$$

۱۴۵. اگر $A = \frac{2x^2 + 4x}{x^2 - 9}$ ، $B = \frac{1}{x - 3}$ و $C = \frac{2x}{x - 3}$ سه عبارت گویا باشند، حاصل عبارت $A + B - C$ کدام است؟

$\frac{-x+1}{-x+3}$ (۴)

$\frac{x-1}{x-3}$ (۳)

$\frac{-1}{x+3}$ (۲)

$\frac{-1}{x-3}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$A + B - C = \frac{2x^2 + 4x}{x^2 - 9} + \frac{1}{x - 3} - \frac{2x}{x - 3}$$

اتحاد مزدوج مخرج مشترک می‌گیریم

$$= \frac{2x^2 + 4x}{(x - 3)(x + 3)} + \frac{1 - 2x}{x - 3} = \frac{2x^2 + 4x}{(x - 3)(x + 3)} + \frac{(1 - 2x)(x + 3)}{(x - 3)(x + 3)}$$

$$= \frac{\cancel{2x^2} + 4x + x - \cancel{2x^2} + 3 - 6x}{(x - 3)(x + 3)} = \frac{-x + 3}{(x - 3)(x + 3)} = \frac{-1(\cancel{x - 3})}{(\cancel{x - 3})(x + 3)} = \frac{-1}{x + 3}$$

۱۴۶. حاصل عبارت $(x - 5 + \frac{6}{x + 2}) \div (1 - \frac{1}{2 + x})$ کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

$(x + 2)^{-1}$ (۴)

$x - 4$ (۳)

$x - 3$ (۲)

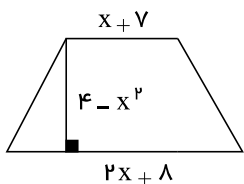
$x + 3$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\left(\frac{x - 5}{1} + \frac{6}{x + 2}\right) \div \left(1 - \frac{1}{2 + x}\right) = \frac{\overbrace{(x - 5)(x + 2) + 6}^{\text{اتحاد جمله مشترک}}}{x + 2} \div \frac{2 + x - 1}{2 + x}$$

$$= \frac{x^2 - 3x - 10 + 6}{x + 2} \times \frac{x + 2}{x + 1} = \frac{\overbrace{x^2 - 3x - 4}^{\text{اتحاد جمله مشترک}}}{x + 2} \times \frac{x + 2}{x + 1}$$

$$= \frac{(x - 4)\cancel{(x + 1)}}{\cancel{(x + 1)}} \times \frac{\cancel{(x + 1)}}{\cancel{(x + 1)}} = (x - 4)$$



۱۴۷. اگر مساحت دوزنقه زیر ۴٫۵ برابر مساحت مستطیلی به ابعاد $x + 5$ و $2 - x$ باشد، مقدار x کدام است؟

$+1$ (۲)

-1 (۱)

$+2$ (۴)

-2 (۳)

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{مساحت دوزنقه} = \frac{[(x + 7) + (2x + 8)] \times (4 - x^2)}{2} = \frac{(3x + 15)(4 - x^2)}{2}$$

مساحت مستطیل $4.5 \times$ مساحت دوزنقه

$$\rightarrow \frac{(3x + 15)(4 - x^2)}{2} = 4.5(x + 5)(2 - x) \xrightarrow{\times 2} 3(x + 5)(2 - x)(2 + x) = 9(x + 5)(2 - x)$$

دو طرف

$$\rightarrow 3(2 + x) = 9 \rightarrow 2 + x = 3 \rightarrow x = 1$$

۱۴۸. اگر $\frac{8x - 15}{x^2 - 3x} + \frac{3}{3 - x} = \frac{A}{x}$ باشد، عدد A کدام است؟

12 (۴)

5 (۳)

-5 (۲)

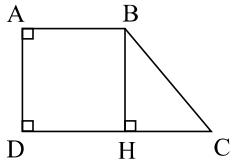
-12 (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{8x - 15}{x(x - 3)} + \frac{3}{-(x - 3)} = \frac{8x - 15 - 3(x)}{x(x - 3)} = \frac{5x - 15}{x(x - 3)} = \frac{5(x - 3)}{x(x - 3)} = \frac{5}{x}$$

$$\rightarrow \frac{5}{x} = \frac{A}{x} \rightarrow A = 5$$

۱۴۹. در شکل زیر $\overline{AB} = \frac{2}{x}$ و $\overline{AD} = x$ و $\overline{DC} = \frac{4x+2}{x-1}$ و چهارضلعی $ABCD$ دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه می‌باشد. مساحت مثلث قائم‌الزاویه‌ی BCH کدام است؟



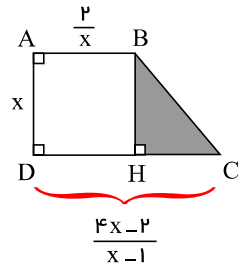
$$\frac{4x^2+2}{x-1} \quad (2)$$

$$\frac{2(4x-2)}{x(x-1)} \quad (4)$$

$$\frac{2x^2+1}{x-1} \quad (1)$$

$$\frac{4x+2}{x} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱



$$BH = AD = x$$

$$HC = DC - DH$$

$$HC = \frac{4x+2}{x-1} - \frac{2}{x} = \frac{4x^2+2x-2x+2}{(x-1)x}$$

$$S_{\triangle BCH} = \frac{BH \times HC}{2} = \frac{x \times \frac{4x^2+2}{(x-1)x}}{2} = \frac{2x^2+1}{x-1}$$

۱۵۰. اگر بدانیم $\frac{a^2-3a+2}{a+2} \times \frac{3a}{a-2} \times \frac{2a+4}{a^2-5a} = \frac{6a-y}{a-5}$ مقدار y کدام است؟

$$-6 \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned} \frac{a^2-3a+2}{a+2} \times \frac{3a}{a-2} \times \frac{2a+4}{a^2-5a} &= \frac{6a-y}{a-5} \\ \Rightarrow \frac{(a-1)(a-2)}{(a+2)} \times \frac{3a}{(a-2)} \times \frac{2(a+2)}{a(a-5)} &= \frac{6(a-1)}{a-5} \\ \Rightarrow \frac{6(a-1)}{a-5} &= \frac{6a-y}{a-5} \Rightarrow 6a-6 = 6a-y \Rightarrow y = 6 \end{aligned}$$

۱۵۱. ساده شده‌ی عبارت $\frac{x^2-2xy+y^2-x+y}{x^2-xy-x}$ برابر با کدام گزینه است؟

$$y \quad (4)$$

$$-y \quad (3)$$

$$\frac{y-x}{x} \quad (2)$$

$$\frac{x-y}{x} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{x^2-2xy+y^2-x+y}{x^2-xy-x} = \frac{(x-y)^2-(x-y)}{x(x-y-1)} = \frac{(x-y)(x-y-1)}{x(x-y-1)} = \frac{x-y}{x}$$

۱۵۲. حاصل عبارت روبه‌رو کدام گزینه است؟

$$\frac{x^{10}-b^{10}}{b^{10}-x^{10}} \times \frac{x^2-2x+1}{2x-x^2-1}$$

$$1 \quad (4)$$

$$\frac{4ax}{b} \quad (3)$$

$$\frac{x-1}{x^2} \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{x^{10} - b^{10}}{-(x^{10} - b^{10})} \times \frac{(x-1)^2}{-(x^2 - 2x + 1)} = -\frac{\cancel{(x-1)^2}}{\cancel{-(x-1)^2}} = +1$$

۱۵۳. حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\left(\frac{xy+1}{xy-1} - \frac{xy-1}{xy+1} \right) \div \left(\frac{xy+1}{xy-1} + \frac{xy-1}{xy+1} - 2 \right) = ?$$

۱ (۴)

xy (۳)

۲xy (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\left(\frac{xy+1}{xy-1} - \frac{xy-1}{xy+1} \right) \div \left(\frac{xy+1}{xy-1} + \frac{xy-1}{xy+1} - \frac{2}{1} \right)$$

$$= \left(\frac{(xy+1)^2 - (xy-1)^2}{(xy-1)(xy+1)} \right) \div \left(\frac{(xy+1)^2 + (xy-1)^2 - 2(xy-1)(xy+1)}{(xy-1)(xy+1)} \right)$$

$$= \frac{x^2y^2 + 2xy + 1 - x^2y^2 + 2xy - 1}{(xy-1)(xy+1)} \times \frac{(xy-1)(xy+1)}{x^2y^2 + 2xy + 1 + x^2y^2 - 2xy + 1 - 2x^2y^2 + 2}$$

$$= \frac{4xy}{(xy-1)(xy+1)} \times \frac{(xy-1)(xy+1)}{4} = xy$$

۱۵۴. اگر $\frac{ax^2 - ax}{4x^3 + 4x^2} \times \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^2 - 1}$ برابر ۲ باشد آنگاه a برابر است با:

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{ax^2 - ax}{4x^3 + 4x^2} \times \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^2 - 1} = 2 \Rightarrow \frac{ax(x-1)}{4x^2(x+1)} \times \frac{x(x^2 + 2x + 1)}{(x-1)(x+1)} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{ax(x-1)}{4x^2(x+1)} \times \frac{x(x+1)^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{a}{4} = 2 \Rightarrow a = 8$$

۱۵۵. حاصل عبارت $\frac{2}{6a^2bc^3} - \frac{5}{3ac}$ برابر است با:

$$\frac{2 - 5a^2b^2c}{3a^2bc^3} \quad (۴)$$

$$\frac{1 - 5a^2bc}{3a^2bc^3} \quad (۳)$$

$$\frac{2 - 5ab^2c}{3a^2bc^3} \quad (۲)$$

$$\frac{1 - 5abc^2}{3a^2bc^3} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{\cancel{2}}{\cancel{6}a^2bc^3} - \frac{5}{3ac} = \frac{1}{3a^2bc^3} - \frac{5}{3ac} = \frac{1 - 5abc^2}{3a^2bc^3}$$

۱۵۶. اگر $\frac{a}{b} = 6$ و $\frac{b}{c} = \frac{1}{4}$ و $a + c = 30$ آنگاه مقدار b برابر است با:

۱۰ (۴)

۱۸ (۳)

۱۲ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{a}{b} = 6 \Rightarrow a = 6b$$

$$\frac{b}{c} = \frac{1}{4} \Rightarrow c = 4b$$

$$a + c = 30 \Rightarrow 6b + 4b = 30 \Rightarrow 10b = 30 \Rightarrow b = 3$$

۱۵۷. نیکی و شادی مقداری پول با هم نسبت ۵ به ۲ پس انداز کردند به . اگر شادی ۶۰۰ تومان کمتر از نیکی پول گذاشته باشد روی هم چقدر پول گذاشته اند؟ (المپیاد آفریقای جنوبی، ۱۳۸۷)

- ۱۰۵۰ (۱) ۱۱۲۰ (۲) ۱۴۰۰ (۳) ۱۷۵۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$x = \text{پول شادی}$$

$$y = \text{پول نیکی}$$

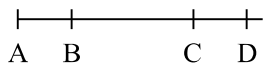
$$\frac{y}{x} = \frac{5}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{2}x$$

$$y - x = 600 \Rightarrow \frac{5}{2}x - x = 600$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}x = 600 \Rightarrow x = 400$$

$$y = \frac{5}{2}x = \frac{5}{2}(400) = 1000$$

$$x + y = 1000 + 400 = 1400$$



۱۵۸. در شکل زیر $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{3}$ و $\frac{BC}{CD} = \frac{5}{8}$ است در این صورت $\frac{AC}{CD}$ کدام است؟

- $\frac{3}{4}$ (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{AB}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow BC = 3AB$$

باتوجه به شکل $AC = AB + BC$ و طبق رابطه‌ی بالا $AC = AB + 3AB = 4AB$

$$\frac{BC}{CD} = \frac{5}{8} \Rightarrow CD = \frac{8}{5}BC = \frac{8}{5}(3AB) = \frac{24}{5}AB$$

$$\frac{AC}{CD} = \frac{4AB}{\frac{24}{5}AB} = \frac{4}{\frac{24}{5}} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

۱۵۹. اگر عبارت گویای $\frac{3x-4}{mx^2-nx+6}$ به ازای $x = -1$ تعریف نشده باشد، آنگاه $m+n$ کدام است؟

- ۶ (۱) -۶ (۲) ۱۸ (۳) -۱۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ به جای x در مخرج ۱- قرار داده و حاصل را برابر صفر می‌گذاریم:

$$m(-1)^2 - n \times (-1) + 6 = 0$$

$$m \times 1 + n + 6 = 0 \Rightarrow m + n = -6$$

۱۶۰. بیشترین مقدار $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ به ازای $x, y \in \{1, 2, 3, 5, 10\}$ چند است؟

- ۲ (۱) ۲٫۵ (۲) ۱۰٫۱ (۳) ۱۲٫۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ بدون کاسته شدن از کلیت می‌توانیم فرض کنیم $x \geq y$. با در نظر گرفتن انتخاب‌های مختلف نتیجه می‌شود که بیشترین مقدار به ازای بیشترین مقدار x و

کمترین مقدار y به دست می‌آید و برابر است با: $10 + \frac{1}{10}$

۱۶۱. فرض کنید $k = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b}$ (فرض کنید که هیچ کدام از مخرج‌ها صفر نیستند) k چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b}$$

$$\frac{a+b+c}{b+c} = \frac{a+b+c}{c+a} = \frac{a+b+c}{a+b};$$

پس $a + b + c = 0$ یا $a = b = c$ و در نتیجه $k = -1$ و یا $k = \frac{1}{2}$

۱۶۲. a و b عددهایی حقیقی و بزرگتر از یک هستند. کدام کسر از بقیه بزرگتر است؟

☐ ۱ $\frac{a}{b-1}$
☐ ۲ $\frac{a}{b+1}$
☐ ۳ $\frac{2a}{2b+1}$
☐ ۴ $\frac{2a}{2b-1}$

پاسخ: گزینه ۱ همه‌ی این کسرها به صورت $\frac{a}{a+t}$ هستند که t به ترتیب عبارت است از -1 و 1 و $\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$.

۱۶۳. در عبارت $\frac{4}{x} + \frac{x}{4} + \frac{4}{x} + \frac{x}{4} + \dots$ جملات با شماره‌ی فرد $\frac{4}{x}$ و با شماره‌ی زوج $\frac{x}{4}$ می‌باشد ($x \neq 0$). مجموع ۴۰ جمله‌ی اول این عبارت همواره برابر است با:

☐ ۱ $\frac{40 + 5x^2}{x^2}$
☐ ۲ $\frac{40 + 50x}{x}$
☐ ۳ $\frac{40 + 5x^2}{x}$
☐ ۴ $\frac{40 + 5x^2}{x}$

پاسخ: گزینه ۳

$$\text{مجموع } 40 \text{ جمله} = \left(20 \times \frac{4}{x}\right) + \left(20 \times \frac{x}{4}\right) = \frac{80}{x} + \frac{20x}{4} = \frac{80}{x} + 5x = \frac{80 + 5x^2}{x}$$

۱۶۴. ساده شده $\frac{ab(a^{-2} + b^{-2} + 2a^{-1}b^{-1})}{a+b}$ برابر است با:

☐ ۱ $\frac{(a+b)^2}{a^2b^2}$
☐ ۲ $\frac{a^2 \times b^2}{(a+b)^2}$
☐ ۳ $\frac{ab}{(a+b)}$
☐ ۴ $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{aligned} \frac{ab(a^{-2} + b^{-2} + 2a^{-1}b^{-1})}{a+b} &= \frac{ab((a^{-1})^2 + (b^{-1})^2 + 2(a^{-1})(b^{-1}))}{a+b} = \frac{ab(a^{-1} + b^{-1})^2}{a+b} \\ &= \frac{ab(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})^2}{a+b} = \frac{ab(\frac{a+b}{ab})^2}{a+b} = \frac{ab \times \frac{(a+b)^2}{a^2b^2}}{a+b} = \frac{(a+b)^2}{ab(a+b)} = \frac{a+b}{ab} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \end{aligned}$$

۱۶۵. کدام کثیرالجمله بر $(x-1)^3$ بخش‌پذیر و باقی‌مانده تقسیم آن بر $x+1$ برابر ۴۸ است؟

☐ ۱ $(x-1)^3(x+5)$
☐ ۲ $(x-1)^2(x^2+x+12)$
☐ ۳ $(x-1)^2(x^2-1)$
☐ ۴ $(x-1)^2(x^2-6x+5)$

پاسخ: گزینه ۴ با دقت در گزینه‌ها درمی‌یابیم که هر ۴ گزینه از درجه ۴ می‌باشند. با توجه به این که کثیرالجمله مورد نظر بر $(x-1)^3$ بخش‌پذیر و باقی‌مانده آن بر $(x+1)$ برابر ۴۸ است هم‌چنین این که ضریب x^2 در کلیه گزینه‌ها برابر ۱ است، پس:

$$\begin{aligned} (x-1)^3(x+a) \\ -1(-1+a) = 48 \Rightarrow -1+a = -6 \Rightarrow a = -5 \\ (x-1)^3(x-5) = (x-1)^2(x-1)(x-5) = (x-1)^2(x^2-6x+5) \end{aligned}$$

۱۶۶. اگر باقی‌مانده تقسیم دو عبارت $x^3 + 4x - 1$ و $x^3 + mx - 4m$ بر $x+1$ یکسان باشد، مقدار m در کدام گزینه است؟

☐ ۱ 1
☐ ۲ 2
☐ ۳ 3
☐ ۴ 4

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا باقی‌مانده تقسیم $x^3 + 4x - 1$ بر $x+1$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} x^3 + 4x - 1 &= (-1)^3 + 4(-1) - 1 = -1 - 4 - 1 = -6 \\ x = -1 \rightarrow (-1)^3 + m(-1) - 4m &= -6 \rightarrow -5m = -6 + 1 = -5 \rightarrow m = 1 \end{aligned}$$

۱۶۷. اگر چندجمله‌ای $4 - 4bx - bx^2 - (2a - b)x^3 + 2ax^4$ بر $(x-2)(x+1)$ بخش‌پذیر باشد، مقدار a و b کدام گزینه است؟

☐ ۱ $a=2, b=1$
☐ ۲ $a=\frac{1}{2}, b=1$
☐ ۳ $a=4, b=4$
☐ ۴ $a=1, b=\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۲ چون چندجمله‌ای بر $(x-2)(x+1)$ بخش‌پذیر است، پس داریم:

$$\begin{aligned} x+1=0 \rightarrow x=-1, x-2=0 \rightarrow x=2 \\ x+1=0 \rightarrow x=-1, x-2=0 \rightarrow x=2 \\ 2ax^4 + (b-2a)x^3 - bx^2 - 4bx - 4 \xrightarrow{x=-1} 2a(-1)^4 + (b-2a)(-1)^3 - b(-1)^2 - 4b(-1) - 4 = 0 \quad (1) \xrightarrow{x=2} 2a(2)^4 + (b-2a)(2)^3 \\ -b(2)^2 - 4b(2) - 4 = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{\text{از (۱)، (۲)}} \begin{cases} 2a - b + 2a - b + 4b - 4 = 0 \\ 32a + 8b - 16a - 4b - 8b - 4 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 4 \\ 16a - 4b = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a + b = 2 \\ 4a - b = 1 \end{cases} \rightarrow 6a = 3 \rightarrow a = \frac{1}{2} \quad b = 4a - 1 = 4 \times \frac{1}{2} - 1 = 1 \rightarrow b = 1$$

۱۶۸. کدام چند جمله‌ای بر $(x-1)^3$ بخش پذیر است و باقی مانده تقسیم آن بر $x+1$ برابر 40 است؟

(۱) $(x-1)^3(x+5)$ (۲) $(x-1)^2(x^2+x+12)$ (۳) $(x-1)^2(x^2-1)$ (۴) $(x-1)^2(x^2-6x+5)$

پاسخ: گزینه ۴ در گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) عامل $(x-1)^3$ وجود دارد:

$$(1)(x-1)^3(x+5)$$

$$(3)(x-1)^2(x-1)(x+1) = (x-1)^3(x+1)$$

$$(4)(x-1)^2(x-1)(x+6) = (x-1)^3(x+6)$$

گزینه (۳) بر $x+1$ بخش پذیر است و باقی مانده‌اش صفر است؛ می‌ماند (۱) و (۴). حالا باید دید کدام یک از این دو، بر $x+1$ باقی مانده‌اش $(-4, 0)$ می‌شود. باید در هر دو $x = -1$ را جایگذاری کنیم:

$$(1)x = -1 \rightarrow (-2)^3 \times 4 = -32$$

$$(4)x = -1 \Rightarrow (-2)^2 \times (-10) = -40$$

۱۶۹. اگر عبارت $x(x+1)^3$ بر عبارت درجه سوم $ax^3 + bx^2 + cx + 1$ بخش پذیر باشد، آن گاه $a+b+c$ برابر است با:

(۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۴ (۴) -۷

پاسخ: گزینه ۲ قسمت درجه ۳ عبارت $(x+1)^3$ است که باید با $ax^3 + bx^2 + cx + 1$ متحد باشد:

$$ax^3 + bx^2 + cx + 1 = (x+1)^3$$

$$= x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$a = 1, b = 3, c = 3$$

$$\Rightarrow a + b + c = 1 + 3 + 3 = 7$$

۱۷۰. حاصل K به ساده‌ترین شکل در کدام گزینه آمده است؟

$$K = \frac{a^2 + ab + b^2}{a+b} - \frac{a^2 - ab + b^2}{a-b} + \frac{2b^3 - b^2 + a^2}{a^2 - b^2}$$

(۱) ۱ (۲) $a+b$ (۳) $a-b$ (۴) $2ab$

پاسخ: گزینه ۱ صورت و مخرج اولین کسر را در $a-b$ و دومی را در $a+b$ ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} K &= \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(a-b)(a+b)} - \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{(a+b)(a-b)} + \frac{2b^3 - b^2 + a^2}{a^2 - b^2} \\ &= \frac{a^2 - b^3}{a^2 - b^2} - \frac{a^2 + b^3}{a^2 - b^2} + \frac{2b^3 - b^2 + a^2}{a^2 - b^2} \\ &= \frac{a^2 - b^3 - a^2 - b^3 + 2b^3 - b^2 + a^2}{a^2 - b^2} \\ &= \frac{a^2 - b^2}{a^2 - b^2} = 1 \end{aligned}$$

۱۷۱. اگر $x+y+z=0$ ، آن گاه حاصل عبارت $A = \frac{x^3}{(y+z)^3} + \frac{2y^4}{(x+z)^4} + \frac{5z^5}{(x+y)^5}$ برابر است با:

(۱) -۵ (۲) xyz (۳) -۴ (۴) $2xyz$

پاسخ: گزینه ۳ از $x+y+z=0$ نتیجه می‌شود: $x+z=-y$ و $y+x=-z$ و جایگذاری می‌کنیم:

$$A = \frac{x^3}{(-x)^3} + \frac{2y^4}{(-y)^4} + \frac{5z^5}{(-z)^5} = -1 + 2 - 5 = -4$$

۱۷۲. ساده شده عبارت مقابل کدام گزینه است؟

$$A = \frac{\frac{1-x}{1+x} - \frac{1+x}{1-x}}{\left(\frac{1}{1+x} - 1\right)\left(\frac{1+x}{1-x} - 1\right)}$$

$\frac{x}{2}$ (۴)

$\frac{2}{x}$ (۳)

$2x$ (۲)

1 (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{1-x}{1+x} - \frac{1+x}{1-x}\right) \div \left(\left(\frac{1}{1+x} - 1\right)\left(\frac{1+x}{1-x} - 1\right)\right) \\ &= \frac{(1-x)^2 - (1+x)^2}{(1+x)(1-x)} \div \left(\left(\frac{1-1-x}{1+x}\right)\left(\frac{1+x-1+x}{1-x}\right)\right) \\ &= \frac{-4x}{1-x^2} \div \frac{-2x^2}{1-x^2} = \frac{-4x}{-2x^2} = \frac{2}{x} \end{aligned}$$

حواستان باشد، در تقسیم کسرها اگر مخرج‌ها مساوی باشند، کافی است صورت‌ها را بر هم تقسیم کنیم.

۱۷۳. در تساوی مقابل به جای A چه عبارتی قرار می‌گیرد؟

$$\frac{c^2 - d^2}{c^2 + 4cd + 3d^2} \times A = \frac{c^2 + cd - 2d^2}{c^2 + cd - 6d^2}$$

$\frac{c-d}{c+2d}$ (۴)

$\frac{c+d}{c-d}$ (۳)

$\frac{c-2d}{c+2d}$ (۲)

$\frac{c+2d}{c-2d}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{c^2 - d^2}{c^2 + 4cd + 3d^2} \times A = \frac{c^2 + cd - 2d^2}{c^2 + cd - 6d^2}$$

$$\Rightarrow A = \frac{c^2 + cd - 2d^2}{c^2 + cd - 6d^2} \times \frac{c^2 + 4cd + 3d^2}{c^2 - d^2}$$

$$= \frac{(c+2d)(c-d)}{(c+3d)(c-2d)} \times \frac{(c+d)(c+3d)}{(c-d)(c+d)} = \frac{c+2d}{c-2d}$$

۱۷۴. ساده شده عبارت $\frac{a^2b^2(a^{-3} + b^{-3} + 3a^{-2}b^{-1} + 3a^{-1}b^{-2})}{ab^{-1} + a^{-1}b + 2}$ کدام است؟

$a^{-1} - b^{-1}$ (۴)

$a^{-1} + b^{-1}$ (۳)

$a - b$ (۲)

$a + b$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{a^2b^2(a^{-1} + b^{-1})^3}{ab^{-1} + a^{-1}b + 2} = \frac{a^2b^2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^3}{ab^{-1} + a^{-1}b + 2} = \frac{\frac{a^2b^2}{a^3b^3}(a+b)^3}{ab^{-1} + a^{-1}b + 2} = \frac{(a+b)^3}{ab(ab^{-1} + a^{-1}b + 2)} = \frac{(a+b)^3}{a^2 + b^2 + 2ab} = \frac{(a+b)^3}{(a+b)^2} = a+b$$