

همراه با درسنامه

# ریاضی هشتم

● نکات و توضیحات کتاب ریاضی

● پایه هشتم

● دوره اول متوسطه

● گروه آموزشی ریاضی متوسطه اول استان خوزستان

فصل چهارم: جبر و معادله

سیده مریم علوی فر - سیده سمیه علوی فر

مدرسه تعطیل است ولی آموزش تعطیل نیست.

## بسمه تعالی

درسنامه، نکات و تمرینات فصل چهارم ریاضی پایه هشتم. گرد آورنده: سیده مریم علوی فر، سیده سمیه علوی فر

### درس اول: ساده کردن عبارت های جبری

یادآوری

**عبارت جبری:** هر ترکیبی از عدد یا حروف که به وسیله ی عمل های جبری مانند جمع، تفریق، ضرب و تقسیم به هم مربوط شوند. مانند:

$$5x, \frac{2}{3}a, 9a^2 - 4c$$

**توجه کنید:** در یک جمله ای ها علامت ضرب بین عدد و حروف، یا ضرب بین حروف را نمی نویسیم یا اگر هم بخواهیم علامت ضرب قرار دهیم با یک نقطه بین حروف، یا با قرار دادن آن ها در پرانتز نشان می دهند.

**یک جمله ی جبری:** اگر در یک عبارت جبری بین حروف و اعداد فقط از علامت ضرب استفاده شود، آنگاه تشکیل جمله ای می دهد. مانند:

$$2x^2, 8a^2b$$

**چند جمله ی جبری:** اگر دو یا چند، یک جمله ای غیرمتشابه را با هم جمع یا تفریق کنیم، آنگاه تشکیل یک چند جمله ای جبری می دهد.

**مثال:**

$$2a - 6 + 4x$$

(سه جمله ای)

$$-3a + 5b$$

( دو جمله ای )

### نکات مهم

هر عدد به توان یک برابر با خودش است.

$$x^1 = x$$

یک به توان هر عدد دلخواه، برابر با یک است.

$$1^x = 1$$

صفر به توان هر عدد غیرصفر برابر صفر می شود.

$$0^x = 0 \quad \text{و} \quad (x \neq 0)$$

سه عدد غیرصفر به توان صفر برابر یک می شود.

$$x^0 = 1 \quad \text{و} \quad (x \neq 0)$$

در ضرب دو عبارت توان دار با پایه های مساوی، یک پایه را نوشته و توان ها را با هم جمع می کنیم.

$$x^a \times x^b = x^{a+b}$$

مربع یا مجذور یک عدد

$$x^2$$

مکعب یک عدد

$$x^3$$

**توجه:** لطفاً مباحث جبر از کتاب درسی هفتم جهت یادآوری مطالعه گردد.

**جملات متشابه:** جملاتی که قسمت حروفی و توان آن ها عیناً مثل هم باشند را متشابه گویند.

مثال ۱:

(الف)  $(4b, -9b)$

عبارت  $4b$  و  $-9b$  با هم متشابه هستند زیرا قسمت حرفی آن ها یعنی « $b$ » یکسان می باشد.

(ب)  $(-\frac{6}{5}x^2yz, 3x^2yz)$

عبارت  $-\frac{6}{5}x^2yz$  و  $3x^2yz$  با هم متشابه هستند زیرا قسمت حرفی آن ها یعنی « $x^2yz$ » یکسان می باشد.

مثال ۲: از بین جمله های زیر، جمله های متشابه را پیدا کنید و آن ها را مشخص کنید.

$-8x^2, \frac{3}{5}xy, 6ab^2, x^2, \frac{3}{4}b^2a, 5xy, 4x^2$

(۱) عبارت  $-8x^2$  و  $4x^2$  و  $x^2$  با هم متشابه هستند زیرا قسمت حرفی آن ها یعنی  $x^2$  یکسان می باشد.

(۲) عبارت  $\frac{3}{5}xy$  و  $5xy$  با هم متشابه هستند زیرا قسمت حرفی آن ها یعنی  $xy$  یکسان می باشد.

(۳) عبارت  $6ab^2$  و  $\frac{3}{4}b^2a$  با هم متشابه هستند زیرا قسمت حرفی آن ها یعنی  $ab^2$  یکسان می باشد.

ساده کردن عبارت جبری

ابتدا جمله های متشابه را مشخص می کنیم، سپس ضرایب جملات متشابه را جمع یا تفریق کرده و جمله های غیرمتشابه به همان صورت می نویسیم.

مثال ۱: عبارت جبری زیر را ساده کنید.

(الف)  $6m^2 - 5y + 3my + 10m^2 + 7my = (6 + 10)m^2 - 5y + (3 + 7)my$   
 $= 16m^2 - 5y + 10my$

(ب)  $3(4x - 5x) + 15x^2 - 6x = (3 \times 4)x - (3 \times 5)x + 15x^2 - 6x$

مثال ۲:

$= 12x - 15x + 15x^2 - 6x = -9x + 15x^2$

پاسخ: طبق رعایت اولویت ها ابتدا عمل ضرب که مقدم تر بر جمع و تفریق می باشد را انجام می دهیم عدد «۳» را در هر یک از یک جمله ای های درون پرانتز ضرب می کنیم و بقیه جمله را می نویسیم سپس بعد از عمل ضرب عبارت جبری را ساده می کنیم و حاصل را به دست می آوریم.

(ب)  $2(xy - 4) - (7xy - 8) = 2xy - 8 - 7xy + 8 = -5xy + 0 = -5xy$

یک جمله ای یعنی «۲» را در هر یک از جمله های چند جمله ای ضرب می کنیم سپس چند جمله ای که درون پرانتز قرینه می شود. در نتیجه عبارت جبری را ساده می کنیم و حاصل را به دست می آوریم.

تذکر: اگر در یک عبارت جبری جمله های متشابه وجود نداشت آن عبارت قابل ساده شدن نیست.

(الف)  $4x - 5y$

مثال:

پاسخ: با هم متشابه نیستند چون قسمت حرفی آن ها « $x$ » و « $y$ » یکسان نمی باشد.

ب)  $2m + 3a - 1$

پاسخ: با هم متشابه نیستند چون قسمت حرفی آن ها «a» و «m» یکسان نمی باشد.

ضرب دو جمله ای:

ضرب های عددی در هم و متغیرها نیز در هم ضرب می شوند.

$$3a(4b) = (3 \times 4)(a \times b) = 12ab$$

مثال:

ضرب a یعنی عدد «3» را در ضرب b یعنی عدد «4» ضرب و متغیرها را در هم ضرب می کنیم.

نکته: در ضرب متغیرها اگر متغیرها مثل هم باشند به صورت توان دار نوشته می شوند در غیر این صورت کنار هم نوشته می شوند.

$$-4n(+2n) = (-4 \times 2)(n \times n) = -8n^2$$

مثال:

ضرب یک جمله ای در چندجمله ای: یک جمله ای در هر یک از جمله های چندجمله ای ضرب می شود.

الف)  $2(5x - 3y) = 2(5x) - 2(3y) = 10x - 6y$

مثال:

ب)  $\frac{1}{3}(6a - 12b) + 2(-5a + 10b) = \frac{1}{3}(6a) - \frac{1}{3}(12b) + 2(-5a) + 2(10b)$

$$= 2a - 4b - 10a + 20b$$

ابتدا عدد پشت پرانتز را در یک جمله ای های داخل پرانتز ضرب می کنیم و اگر جملات مشابه داشته باشیم، سپس ساده می کنیم و حاصل عبارت را به دست می آوریم.

ضرب چندجمله ای در چندجمله ای: هر یک از جمله های چند جمله ای اول را در همه جمله های دوم ضرب می کنیم سپس عبارت را ساده می کنیم.

$$(x + 2)(x + 1) = x(x) + x(1) + 2(x) + 2(1) = x^2 + x + 2x + 2 = x^2 + 3x + 2$$

مثال:

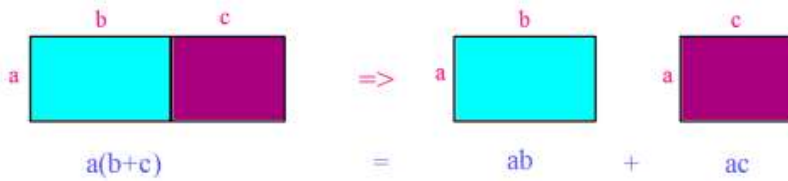
نکته: با توجه به اینکه اولویت ضرب نسبت به جمع و تفریق مقدم تر است برای ساده کردن هر عبارت جبری ابتدا ضرب ها را انجام داده سپس جمع و تفریق انجام می دهیم.

$$-8x^2y + 2x(4xy + 5) = -8x^2y + 2x(4xy) + 2x(5) = -8x^2y + 8x^2y + 10x = 10x$$

مثال:

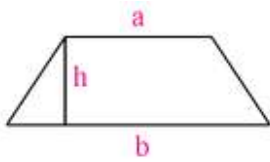
جمله ی اول یعنی « $-8x^2y$ » را می نویسیم سپس ضرب یک جمله ای در چند جمله ای را طبق توضیحات بالا عمل کرده، یک بار « $2x$ » را در جمله ی اول درون پرانتز یعنی « $4xy$ » و یک بار « $2x$ » را در جمله ی دوم درون پرانتز یعنی « $5$ » ضرب می کنیم و عبارت به دست آمده را ساده می کنیم.

مثال: با توجه به شکل و تساوی مساحت ها در دو قسمت یک تساوی جبری بنویسید.



پاسخ: ابتدا یک مستطیل رسم می کنیم و طول آن را به دو قسمت نامساوی تقسیم می کنیم و مساحت آن را به دست می آوریم سپس آن مستطیل را از قسمت طول شکسته و به دو مستطیل با طول های متفاوت ولی عرض های یکسان تقسیم می کنیم سپس مجموع مساحت مستطیل جدید را به دست می آوریم. اگر دو حالت را با هم مقایسه کنیم متوجه می شویم که مساحت هر دو حالت با هم برابر است.

**تمرین:** مساحت شکل زیر را با عبارت جبری نشان دهید.



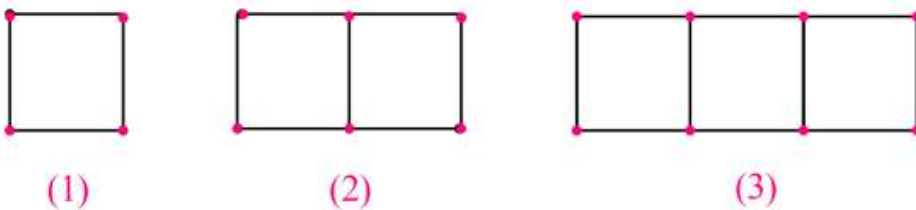
پاسخ: ابتدا مساحت شکل را به صورت فارسی می نویسیم سپس در رابطه به جای کلمات فارسی حروف انگلیسی را قرار می دهیم. در شکل قاعده ها با حروف کوچک  $a$  و  $b$  و ارتفاع با حرف  $h$  نامگذاری شده اند و مساحت را با حرف  $S$  نشان می دهیم.

$$\text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} = \text{مساحت دوزنقه}$$

$$S = \frac{(a + b) \times h}{2}$$

**نکته:** برای به دست آوردن محیط اشکال هندسی مانند تمرین قبل ابتدا محیط شکل موردنظر را به صورت فارسی می نویسیم سپس در رابطه به جای کلمات فارسی حرف انگلیسی را جایگزین می کنیم دقت داشته باشید که محیط را با حرف  $P$  نشان می دهیم.

**تمرین ۱:** در شکل زیر تعداد چوب کبریت ها در شکل  $n$  ام چند تا است؟



پاسخ: به رابطه های زیر در هر شکل توجه کنید. با کمی دقت متوجه می شوید که شماره های هر شکل در ۳ ضرب شده سپس یک واحد به آن اضافه شده است بنابراین شکل  $n$  ام دارای  $3n + 1$  چوب کبریت خواهد بود.

**تمرین ۲:** جمله ی  $n$  ام الگوی جبری زیر را بنویسید.

$$1, 4, 9, 16, 25, \dots, n^2$$

پاسخ: دقت داشته باشید شماره هر جمله در خودش ضرب شده و در زیر عدد مورد نظر می نویسیم الگوی مورد نظر به دست آوردیم جمله ی  $n$  ام که مشخص می شود  $n \times n$  برابر می شود  $n^2$ .

نکته

عدد دو رقمی  $ab$  را با نماد  $\overline{ab}$  نمایش می دهیم بنابراین  $\overline{ab} = 10a + b$   
عدد ۴۷ را می توان به صورت گسترده  $40 + 7$  یا  $4 \times 10 + 7$  نوشت.

**مثال:** نشان دهید مجموع هر عدد دو رقمی با مقلوب آن همواره مضرب ۱۱ می باشد.

$$\overline{ab} + \overline{ba} = 10a + b + 10b + a = 11a + 11b = 11(a + b)$$

پاسخ:

عدد دو رقمی را با توجه به نکته ی بالا  $\overline{ab}$  می نویسیم و با مقلوب آن یعنی  $\overline{ba}$  جمع می کنیم و بعد از جایگذاری به جای هر کدام و ساده کردن عبارت حاصل را به دست می آوریم.

**مثال:** نشان دهید تفاضل هر عدد دو رقمی از مقلوبش مضرب ۹ است.

$$\overline{ab} - \overline{ba} = 10a + b - (10b + a) = 10a + b - 10b - a = 9a - 9b = 9(a - b)$$

پاسخ:

عدد دو رقمی را با توجه به نکته ی بالا  $\overline{ab}$  می نویسیم و مقلوب آن یعنی  $\overline{ba}$  را از آن کم می کنیم و بعد از جایگذاری به جای هر کدام و ساده کردن عبارت حاصل را به دست می آوریم.

$$92 - 29 = 63 = 9 \times 7$$

مثال عددی:

$$85 - 58 = 27 = 9 \times 3$$

## درس دوم: پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری

هر عبارت جبری شامل یک یا چند متغیره اگر به جای این متغیرها عدد قرار دهیم حاصل آن عبارت جبری به دست می آید.  
دانش آموزان عزیز برای پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری در جایگذاری عدد به جای متغیرها به نکته ی زیر دقت کنید.

**نکته:** در عبارت جبری متغیر را بر می داریم و به جای آن عددی که گفته شده را با پرانتز می گذاریم (اگر پرانتز قرار ندهیم مشکلی پیش نمی آید اما پیشنهاد می کنم که همیشه گذاشتن پرانتز را رعایت کنید)

**مثال:** مقدار عددی هر یک از عبارت های زیر را به ازای مقادیر  $a = 2$  و  $b = -3$  حساب کنید.

$$a + 4 = (2) + 4 = 6 \quad \text{الف)}$$

به جای متغیر « $a$ » مقداری که در سؤال داده شده جایگزین می کنیم و با عدد بعدی جمع می کنیم و حاصل را به دست می آوریم.

**نکته:** وقتی یک عددی قبل از یک متغیری چسبیده باشد و یا وقتی چند تا متغیر به هم چسبیده باشند یعنی بین آن ها علامت ضرب وجود دارد طبق نکته ی بالا جایگزین می کنیم و با رعایت اولویت های انجام محاسبات به محاسبه ی حاصل عبارت می پردازیم.

ب)  $2a + 6b = 2(2) + 6(-3) = 4 - 18 = -14$

ابتدا عدد ۲ را می نویسیم و به جای متغیر «a» مقدار مورد نظر در سؤال را جایگزین می کنیم سپس عدد ۶ را می نویسیم و به جای متغیر «b» مقدار داده شده در سؤال را جایگزین می کنیم و حاصل را به دست می آوریم.

مثال: عبارت های جبری زیر را به ازای مقادیر داده شده به دست آورید.

الف)  $5xy - 2y + 3$  ( $x = 2$  ,  $y = -1$ )

$$= 5(2)(-1) - 2(-1) + 3 = -10 + 2 + 3 = -5$$

در جمله ی اول و دوم چون عدد به متغیرها چسبیده است، عدد را می نویسیم و به جای متغیرها مقادیر داده شده آن ها را جایگزین می کنیم و بعد عملیات ضرب، جمع و تفریق را انجام داده و در نتیجه حاصل را به دست می آوریم.

ب)  $-2a + 5b^2 - 3a^2b^2$  ( $a = -3$  ,  $b = -1$ )

$$= -2(-3) + 5(-1)^2 - 3(-3)^2(-1)^{-2} = 6 + 5 + 27 = 38$$

در عبارت داده شده متغیرها توان دار می باشند ابتدا عدد چسبیده به متغیرها را می نویسیم و به جای هر متغیر مقدار داده شده را جایگزین کرده و در پرانتز قرار می دهیم، سپس هر متغیری که توان دارد، توان آن را بالای پرانتز مقدار جایگزین شده قرار می دهیم و با رعایت اولویت ها به محاسبه حاصل عبارت می پردازیم.

## اعداد زوج و فرد

اعداد زوج: از ضرب عدد ۲ در یک عدد صحیح، یک عدد زوج به دست می آید.

(اگر  $k$  یک عدد صحیح باشد،  $2k$  یک عدد زوج است)

مثال: آیا حاصل جمع دو عدد زوج، عددی زوج است؟

پاسخ: فرض می کنیم  $a$  و  $b$  دو عدد طبیعی زوج باشند، نشان می دهیم:

$$a = 2n \quad (n \in N) \quad , \quad b = 2m \quad (m \in N) \Rightarrow a + b = 2n + 2m = 2(n + m) = 2k \quad (k \in N)$$

( $n + m$  را یک عدد طبیعی مانند  $k$  فرض می کنیم)

اگر عدد ۲ در هر عددی ضرب شود حاصل همواره زوج خواهد بود چون تمام اعداد مضرب ۲، زوج هستند.

اعداد فرد: اگر از یک عدد زوج یک واحد کم یا یک واحد به آن اضافه کنیم، عدد فرد به دست می آید.

(اگر  $h$  یک عدد صحیح باشد  $2h - 1$  یا  $2h + 1$  یک عدد فرد است)

تمرین ۱: نشان دهید حاصلضرب یک عدد زوج در یک عدد فرد، عددی زوج است.

پاسخ: فرض می کنیم  $a$  عددی طبیعی و زوج و  $b$  عددی طبیعی و فرد باشد.

$$a = 2n, \quad b = 2m - 1; \quad (n, m \in \mathbb{N})$$

پس  $a$  و  $b$  را در هم ضرب می کنیم و مقادیر داده شده را جایگزین می کنیم.

$$a \times b = (2n)(2m - 1) = 2 \times n \times (2m - 1) = 2(2nm - n) = 2c$$

$(2nm - n)$  را یک عدد طبیعی مانند  $c$  فرض می کنیم

حاصلضرب هر عدد طبیعی در عدد ۲، عددی زوج است.

**تمرین ۲:** عبارت جبری زیر را به ازای مقادیر داده شده به دست آورید.

$$\frac{4xy + 3z}{-2x + 5y} \quad (x = -1, \quad y = 1, \quad z = 2)$$

$$= \frac{4(-1)(1) + 3(2)}{-2(-1) + 5(1)} = \frac{-4 + 6}{+2 + 5} = \frac{2}{7}$$

ابتدا خط کسری را می کشیم و در صورت کسر عدد «۴» و «۳» با عمل جمع می نویسیم و به جای متغیرها مقادیر داده شده را درون پرانتز جایگزین می کنیم و مخرج کسر را به همین صورت نوشته و محاسبات را انجام داده و حاصل را به دست می آوریم.

**تمرین ۳:** با توجه به رابطه ی  $x$  و  $y$ ، مقدار  $y$  را به دست آورید و جدول زیر را کامل کنید.

$$y = -2x + 1$$

| x  | y  |
|----|----|
| 1  | -1 |
| 0  | 1  |
| -1 | 3  |

جای  $x$  عدد «۱» را در رابطه قرار می دهیم و حاصل به دست آمده را در جدول به جای  $y$  می گذاریم نقطه های داده شده در  $x$  را به همین صورت در رابطه جایگزین می کنیم و مقدار  $y$  را به دست می آوریم.

$$y = -2(1) + 1 = -2 + 1 = -1$$

$$y = -2(0) + 1 = 0 + 1 = 1$$

$$y = -2(-1) + 1 = 2 + 1 = 3$$

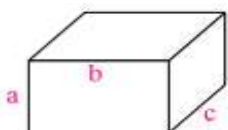
**مثال:** چرا مجموع دو عدد فرد، عددی زوج می شود؟

$$(2k + 1) + (2t + 1) = 2k + 2t + 2 = 2(k + t + 1) \Rightarrow \text{زوج است} \Rightarrow \text{مضرب ۲ است}$$

**مثال:** مجموع دو عدد که یکی زوج و دیگری فرد باشد، زوج می شود یا فرد؟ چرا؟

$$2n + (2m + 1) = 2n + 2m + 1 = 2(n + m) + 1 \Rightarrow \text{عددی فرد است}$$

**تمرین ۴: الف)** مساحت کل مکعب مستطیل رو به رو را به صورت جبری بنویسید.



(ب) اگر  $a = 2$  و  $b = 6$  و  $c = 3$  باشند مساحت کل چقدر می شود؟

پاسخ: الف) ابتدا فرمول شکل را به صورت جبری می نویسیم

$$S = S' + 2S \Rightarrow S' = P \times c \Rightarrow 2(a + b) \times c = 2ac + 2bc$$

وقتی مساحت جانبی یعنی « $S'$ » و مساحت مستطیل یعنی « $S$ » را به دست می آوریم  $S = a \times b = ab$  مستطیل را در رابطه جایگزین می کنیم.

$$S = 2ac + 2bc + 2ab = 2(ac + bc + ab)$$

عدد ۲ را در سه جمله فاکتور می گیریم.

(ب) بعد از به دست آمدن مساحت کل مقادیر داده شده را جایگزین می کنیم:

$$S = 2(12 + 6 + 18) = 72$$

### درس سوم: تجزیه ی عبارت های جبری

در تجزیه (تبدیل به ضرب یا فاکتورگیری) عبارت های جبری به روش های زیر عمل می کنیم:

گام ۱: اگر هر دو عبارت عدد داشتن «ب.م.م» آن دو عدد را می نویسیم.

گام ۲: حروف انگلیسی را با کمترین توانی که در جملات دارند می نویسیم.

گام ۳: تمام جملات را بر جمله مشترک به دست آمده تقسیم کرده و حاصل را داخل پرانتز می نویسیم.

$$7abc + 3ab \quad \text{الف)}$$

مثال:

ابتدا دو عبارت را تجزیه و عامل های مشترک را مشخص می کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} 7abc = 7 \times a \times b \times c \\ 3ab = 3 \times a \times b \end{array} \right\} \Rightarrow 7abc + 3ab = ab(7c + 3)$$

$$9x^2y^3 - 15x^3y^2 \quad \text{ب)}$$

$$\left. \begin{array}{l} 9x^2y^3 = 3 \times 3 \times x \times x \times y \times y \times y \\ 15x^3y^2 = 3 \times 5 \times x \times x \times x \times y \times y \end{array} \right\} \Rightarrow 9x^2y^3 - 15x^3y^2 = 3x^2y^2(3y - 5x)$$

پاسخ:

پ)  $\frac{x^2y+x^2z}{x^2y-x^2z}$

پاسخ: علامت صورت و مخرج شبیه هم هستند فقط علامت بین آن ها متفاوت می باشد، پس یکی از دو عبارت را تجزیه کرده و جایگزین می کنیم در صورت ساده شدن کسر مورد نظر را ساده می کنیم و حاصل را به دست می آوریم.

$$\left. \begin{array}{l} x^2y = x \times x \times y \\ x^2z = x \times x \times z \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 = (y + z)$$

$$\frac{x^2y + x^2z}{x^2y - x^2z} = \frac{x^2(y + z)}{x^2(y - z)} = \frac{(y + z)}{(y - z)}$$

نکته: اگر عبارت جبری را بخواهیم به توان برسانیم آن را به تعداد توانش ضرب می کنیم.

مثال:  $(x + y)^2 = (x + y)(x + y) = x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$

پاسخ: ابتدا چند جمله ای را به صورت ضرب دو پرانتز می نویسیم سپس مراحل ضرب چند جمله ای در چند جمله ای انجام می دهیم و عبارت جبری را ساده می کنیم و حاصل را به دست می آوریم.

تذکر: به توان رساندن یک عبارت جبری به این معنی نیست که هر جمله آن را به توان برسانیم.

$$(x + y)^2 \neq x^2 + y^2$$

تمرین ۱: عامل های مشترک دو جمله ی جبری را بنویسید.

الف)  $44a^2, 88a^2b$

پاسخ: ابتدا «ب.م.م»،  $44 = (44, 88)$  را به دست می آوریم حرف « $a^2$ » مشترک است با توان یکسان. در نتیجه عامل مشترک برابر  $44a^2$  می باشد.

تمرین ۲: عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$\begin{aligned} \text{الف) } (2x - 3y)^2 &= (2x - 3y)(2x - 3y) \\ &= (2x \times 2x) + 2x(-3y) - 3y(2x) - 3y(-3y) = 4x^2 - 6xy - 6xy + 9y^2 \\ &= 4x^2 - 12xy + 9y^2 \end{aligned}$$

ب)  $a^2 + b^2 - (a - b)^2$

پاسخ: ابتدا چندجمله ای را به صورت ضرب دو پرانتز می نویسیم و طبق مراحل گفته شده حاصل را به دست می آوریم.

$$(a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

سپس حاصل به دست آمده را در عبارت جایگزین می کنیم و عبارت درون پرانتز را قرینه می کنیم.

$$= a^2 + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2) = a^2 + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 2ab$$

### درس چهارم: معادله

**معادله:** معادله یک تساوی جبری است که به ازای مقادیر خاصی از مجهول برقرار باشد.

**حل معادله:** برای حل یک معادله باید ابتدا تمام مقداری عددی را به یک تساوی انتقال دهیم و در نهایت با تقسیم کردن مقدار عددی به دست آمده (عدد معلوم) بر ضریب مجهول جواب معادله به دست می آید.

**تذکر:** وقتی عددی را از یک طرف تساوی به طرف دیگر انتقال دهیم باید علامت آن را تغییر دهیم.

$$7a - 2 = 19$$

مثال:

$$7a = 19 + 2 \Rightarrow a = \frac{21}{7} = 3 \Rightarrow a = 3$$

ابتدا معادله را مرتب می کنیم معلوم ها یک طرف تساوی و مجهول ها در طرف دیگر تساوی قرار می دهیم. سپس بعد از ساده کردن عدد معلوم را بر ضریب مجهول تقسیم می کنیم و مقدار مجهول را به دست می آوریم.

**نکته:** اگر در معادله پرانتز داشته باشیم با رعایت اولویت ها و با انجام ضرب، پرانتز را از بین می بریم آن گاه معادله را حل می کنیم.

$$12(m - 2) = 6m$$

مثال:

$$12m - 24 = 6m \Rightarrow 12m - 6m = 24 \Rightarrow 6m = 24 \Rightarrow m = \frac{24}{6} \Rightarrow m = 4$$

پاسخ:

عدد پشت پرانتز را در هر یک از جمله های درون پرانتز ضرب می کنیم سپس معادله را حل می کنیم.

**حل معادلات جبری کسری:** برای حل معادلات جبری کسری به روش زیر عمل می کنیم.

(۱) **حل معادلات کسری به روش طرفین وسطین:** از روش طرفین وسطین زمانی استفاده می کنیم که فقط دو کسر مساوی داشته باشیم در این روش صورت هر کسر در مخرج کسر دیگر ضرب شده و مخرج ها را حذف می کنیم.

$$\frac{2x+1}{3} = \frac{x-1}{4}$$

مثال:

$$4(2x + 1) = 3(x - 1) \Rightarrow 8x + 4 = 3x - 3 \Rightarrow 8x - 3x = -3 - 4$$

پاسخ:

$$\Rightarrow 5x = -7 \Rightarrow x = \frac{-7}{5}$$

صورت کسر سمت چپ را باید در ۴ و صورت کسر سمت راست را در ۳ ضرب می کنیم سپس عدد پشت پرانتز را در هر یک از جمله های درون پرانتز ضرب می کنیم آن گاه معادله را حل می کنیم.

**تذکر:** اگر یکی از عبارت ها بعد از مساوی مخرج نداشت، به آن مخرج می دهیم و طبق مثال قبل معادله را حل می کنیم.

$$\frac{5x-3}{4} = \frac{2x+6}{1}$$

مثال:

$$1(5x-3) = 4(2x+6) \Rightarrow 5x-3 = 8x+24 \Rightarrow 5x-8x = 24+3$$

پاسخ:

$$-3x = 27 \Rightarrow x = \frac{-27}{3} \Rightarrow x = -9$$

چون عبارت بعد از مساوی مخرج ندارد به آن مخرج ۱ می دهیم صورت کسر اولی را باید در ۱ و صورت کسر دومی را باید در ۴ ضرب کنیم.

(۲) حل معادلات کسری به روش حذف مخرج یا مخرج مشترک: روش مخرج مشترک گرفتن برای کسرها را بلدیم برای معادلات کسری هم می توانیم همان کار را انجام دهیم اما در معادلات کسری به مخرج کسرها احتیاجی نداریم. به همین دلیل، این روش را حذف مخرج می گوئیم.

$$\frac{x+2}{15} + \frac{x+1}{10} = \frac{8x+1}{30}$$

مثال:

$$\frac{(x+2) \times 2}{15 \times 2} + \frac{(x+1) \times 3}{10 \times 3} = \frac{(8x+1) \times 1}{30 \times 1} \quad \text{و} \quad [15, 10, 30] = 30$$

$$2 \times (x+2) + 3 \times (x+1) = 8x+1 \Rightarrow 2x+4+3x+3 = 8x+1$$

$$2x+3x-8x = 1-4-3 \Rightarrow -3x = -6 \Rightarrow x = \frac{-6}{-3} \Rightarrow x = 2$$

(۳) حل مساله به کمک معادله: ابتدا مجهول را با حروف انگلیسی کوچک در نظر می گیریم آن گاه با توجه به مسأله، جمله های فارسی را به عدد و علامت های ریاضی تبدیل می کنیم و با حل معادله جواب را به دست می آوریم.

مثال: از ۴ برابر عددی ۷ تا کم کردیم حاصل ۹ شد آن عدد چیست؟

$$4m - 7 = 9 \Rightarrow 4m = 9 + 7 \quad m \text{ مورد عددنظر}$$

پاسخ:

$$4m = 9 + 7 \Rightarrow 4m = 16 \Rightarrow m = \frac{16}{4} \Rightarrow m = 4$$

نکته: اعداد متوالی را به صورت  $(n, n+1, n+2, \dots)$  و اعداد فرد یا زوج متوالی را به صورت  $(n, n+2, n+4, \dots)$  نشان می دهیم.

مثال: مجموع سه عدد فرد متوالی ۵۷ می باشد عدد کوچکتر چند است؟

$$n + (n+2) + (n+4) = 57 \Rightarrow 3n + 6 = 57 \Rightarrow 3n = 57 - 6$$

پاسخ:

$$3n = 51 \Rightarrow n = \frac{51}{3} \Rightarrow n = 17 \Rightarrow \{17, 19, 21\} \Rightarrow \text{عدد کوچکتر} = 17$$

دانش آموز عزیز با مرور نکات ارائه شده و برای یادگیری بیشتر، تمرین های این فصل از کتاب درسی را حل کنید